

激光陀螺信号检测系统的理论与实验研究

罗 晖 张广发

(国防科技大学应用物理系,长沙,410073)

摘要: 本文研制了一种新型的、低噪声、大动态范围的激光陀螺信号检测系统。通过引入数学机械化的方法,我们采用近些年提出的旨在统一求解一大类非线性问题的理论方法——分解法对系统模型进行了分析,并给予实验验证。理论分析和实验结果表明:该检测系统完全能满足陀螺的应用要求。

关键词: 激光陀螺 检测系统 分解法

Theoretical and experimental investigation to signal detection system for laser gyroscope

Luo Hui, Zhang Guangfa

(Department of Appl Phys, National University of Defence Technology, Changsha, 410073)

Abstract: In this paper, we present a novel, low-noise and large dynamic range signal detection system for a four-frequency differential laser gyroscope. Introducing the mathematical mechanization, we employ decomposition method, which is a theoretical method to solve nonlinear dynamical system, to analyze the model of our system and give the experimental results to verify the theoretical analyzation. According to the decomposition method, the analytical solutions of phase difference, frequency difference and variation rate of frequency difference, which correctly express the parameters of system response time and stable state procedure of the closed phase loop, can be obtained. Based on the theoretical analysis, the signal detection system has been developed. The experimental results show that the system has the ability of large dynamic range and rejecting of noise and meet the requirement of laser gyroscope.

Key words: laser gyroscope detection system decomposition method

一、引 言

激光陀螺作为捷联惯导的理想元件,在航天、航空、航海等领域有着广泛的应用前景。但是,由于激光陀螺具有增益小,动态范围大等特点,其输出信号很微弱,且频率变化范围大,因此对陀螺检测系统提出了较高的要求。

本文首先简要地介绍了四频差动激光陀螺的原理,提出了一种大动态范围的低噪声陀螺信号检测系统;然后采用近些年来提出的旨在统一求解一大类非线性问题的理论方法——分解法对系统的核心部分进行了仿真分析;最后,通过对检测系统的实际测试表明:该系统完全能满足陀螺的应用要求。

二、四频差动激光陀螺的简要原理^[1]

激光陀螺实际上是一个环形谐振腔。当谐振腔以垂直于环路平面的法线为转轴,以角速度 Ω 旋转时,由 Sagnac 效应可知腔内逆时针与顺时针两束光绕每圈的光程不相等,从而导致

这两个方向的谐振频率产生拍频：
$$\nu_{拍} = \nu_2 - \nu_4 = \frac{4A}{\langle L \rangle} \lambda \cdot \Omega \quad (1)$$
式中， A 为谐振腔的面积， $\langle L \rangle$ 为环路对惯性空间没有转动时光束绕一圈的光程， λ 为激光波长。

四频差动激光陀螺腔内运行着两对逆、顺方向的光束(两对模)，每对模产生的拍频分别为：

$$\begin{aligned} \nu_{拍A} &= \frac{4A}{\langle L \rangle} \lambda (\Omega_{偏} + \Omega_{转}) \\ \nu_{拍B} &= \frac{4A}{\langle L \rangle} \lambda (\Omega_{偏} - \Omega_{转}) \end{aligned} \quad (2)$$

式中， $\Omega_{偏}$ 是为了使陀螺不工作在锁区而引入的固定频偏。

再对两对模的信号拍频进行差动，即：

$$\nu_{拍} = \nu_{拍A} - \nu_{拍B} = \frac{8A}{\langle L \rangle} \lambda \Omega_{转} \quad (3)$$

则不仅克服了固定频偏不稳定造成的影响，而且提高了陀螺的灵敏度。

根据以上原理，四频差动激光陀螺信号检测系统的任务就是将两对模产生的拍频信号 $\nu_{拍A}$ 、 $\nu_{拍B}$ 检测出来，然后对拍频信号进行差动，从而通过测量差动值 $\nu_{拍}$ 达到测量陀螺相对于惯性空间转速 $\Omega_{转}$ 的目的。由陀螺本身的原理和应用的要求，决定了四频差动激光陀螺信号具有如下特点：

- (1) 光电信号很微弱，对应的光电流为纳安量级，且信噪比低，达到甚至小于 1。
- (2) 光电信号的频带宽。对应于动态范围为 $\pm 40^\circ/s$ ，其频率变化范围约 50kHz~1.0MHz，当动态范围再加大，频率变化范围将进一步拓宽，而且在许多情况下，如转速变化过程中，其输出为频率斜升信号，且斜率与转速变化率有关，这给信号频率的检测带来了很大难度。

三、信号检测系统模型的理论分析

根据四频差动激光陀螺信号的特点，我们选择既能精确跟踪频率，又具有很强抑噪能力的锁相环做为检测电路的核心。同时考虑到信号的频率变化范围大，且频率变化率大，锁相环的捕捉、跟踪都有一定的难度，我们在环路中引入混频器以提高压控振荡器的工作频率，并采用三阶环路结构，同时加入自动变速扫描快速辅助捕捉装置，极大地改善了环路的跟踪和捕捉性能，并减小了环境温度和电源变化引起的压控振荡器频率漂移对环路的影响。在此我们从理论上分析检测电路的核心——三阶混频锁相环路的跟踪性能：

1. 模型的建立

三阶混频锁相环路的相位模型如图 1。其中 $\theta_1(t)$ 、 $\theta_2(t)$ 、 $\theta_R(t)$ 为以 $\omega_0 t$ 为参考的输入、输出和参考振荡器的相位， ω_0 是压控振荡器的自由振荡频率， KH 为线性化的环路高频总增益，单位为 s^{-1} ， $F(s)$ 为环路滤波器的传递函数， S 代表微分算符。为了分析方便，我们令 $\theta_R = 0$ 。则环路方程为：

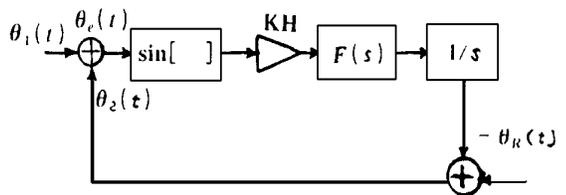


Fig. 1 Model of phase-locked loop with a mixer

$$S\theta_e = S\theta_1 - KH \sin \theta_e \cdot F(s) \quad (4)$$

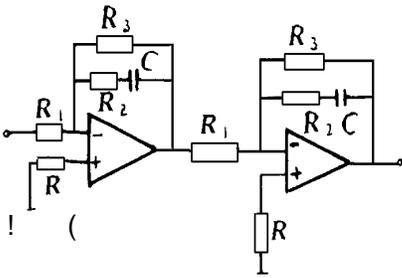


Fig. 2 The filter used in third-order phase-locked loop

环路滤波器采用如图 2 的结构, 则其传递函数

$$K_F F(s) = \frac{R_3}{R_1} \frac{1 + SR_2C}{1 + S(R_2 + R_3)C} \quad (5)$$

$$= K_F [(S + a)/(S + b)]^2$$

式中, $a = 1/(R_2C)$, $b = 1/[(R_2 + R_3)C]$, $K_F = \{R_2R_3/[R_1(R_2 + R_3)]\}^2$ 。

容易推得该环路是跟踪频率斜升信号的最佳环路^[2]。

将(5)式代入(4)式, 则可得环路的的状态方程:

$$\begin{aligned} \frac{d^3\theta_e}{dt^3} + 2b \frac{d^2\theta_e}{dt^2} + KH\cos\theta_e \frac{d^2\theta_e}{dt^2} - KH\sin\theta_e \left(\frac{d\theta_e}{dt}\right)^2 + b^2 \frac{d\theta_e}{dt} \\ + 2aKH\cos\theta_e \frac{d\theta_e}{dt} + a^2KH\sin\theta_e = \frac{d^3\theta_1}{dt^3} + 2b \frac{d^2\theta_1}{dt^2} + b^2 \frac{d\theta_1}{dt} \end{aligned} \quad (6)$$

2. 模型的分析

由于系统模型(6)是一个十分复杂的三阶非线性微分方程, 常规的方法已难以求解。现在, 通过引入数学机械化的方法, 我们用近些年来提出的旨在统一求解一大类非线性问题的理论方法——分解法^[3]来求解该模型。

首先, 引入无量纲时间 $\tau = KH \cdot t$, 对(6)式进行无量纲化处理:

设输入信号 $\theta_1(t) = Rt^2/2 + \Delta\omega \cdot t + \theta_0$, 则 $R, \Delta\omega$ 分别为信号频差的变化率和频差值。

令 $a' = a/KH$, $b' = b/KH$, $R' = R/KH^2$, $\Delta\omega' = \Delta\omega/KH$, 可得无量纲化的系统模型:

$$\begin{aligned} \frac{d^3\theta_e}{d\tau^3} + 2b' \frac{d^2\theta_e}{d\tau^2} + \cos\theta_e \frac{d^2\theta_e}{d\tau^2} - \sin\theta_e \left(\frac{d\theta_e}{d\tau}\right)^2 + b'^2 \frac{d\theta_e}{d\tau} \\ + 2a' \cos\theta_e \frac{d\theta_e}{d\tau} + a'^2 \sin\theta_e = 2R'b' + b'^2(R'\tau + \Delta\omega') \end{aligned} \quad (7)$$

做变量代换: $x(\tau) = \theta_e$, $y(\tau) = d\theta_e/d\tau$, $z(\tau) = d^2\theta_e/d\tau^2$,

则(7)式可化为一阶微分方程组:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= y \\ \frac{dy}{d\tau} &= z \\ \frac{dz}{d\tau} &= 2R'b' + b'^2(R'\tau + \Delta\omega') - 2b'z - \cos x \cdot z + \sin x \cdot y^2 \\ &\quad - b'^2 \cdot y - 2a' \cos x \cdot y - a'^2 \sin x \end{aligned} \quad (8)$$

式中, x, y, z 分别为系统的相差、频差和频差变化率。

再对(8)式中的未知函数和非线性函数分解, 即令:

$$x = \sum_{i=0}^n \lambda^i x_i, \quad y = \sum_{i=0}^n \lambda^i y_i, \quad z = \sum_{i=0}^n \lambda^i z_i, \quad \sin x = \sum_{i=0}^n \lambda^i A_i, \quad \cos x = \sum_{i=0}^n \lambda^i B_i, \quad y^2 = \sum_{i=0}^n \lambda^i C_i \quad (9)$$

式中, λ 是为了分组方便而引入的参数, 并非微扰量, 实际取 $\lambda = 1$, A_n, B_n, C_n 是非线性函数 $\sin x, \cos x, y^2$ 所对应的 Adomian 多项式。对于一般的非线性函数 $f[u] = f[u(\lambda)]$, $u =$

$\sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n u_n$, 其对应的 Adomian 多项式为 $D_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{d\lambda^n} f[u(\lambda)]|_{\lambda=0}$, 于是由(9)式可分别求出:

$$\begin{aligned} A_0 &= \sin x_0 & B_0 &= \cos x_0 & C_0 &= y_0^2 \\ A_1 &= x_1 \cos x_0 & B_1 &= -x_1 \sin x_0 & C_1 &= 2y_1 y_0 \\ A_2 &= x_2 \cos x_0 - \frac{1}{2} x_1^2 \sin x_0 & B_2 &= -x_2 \sin x_0 - \frac{1}{2!} x_1^2 \cos x_0 & C_2 &= 2y_2 y_0 + y_1^2 \\ &\dots\dots & & & & \dots\dots \end{aligned} \tag{10}$$

令 $L = d/dt$, 将(9)式代入(8)式, 且两边求逆并参数化, 得到参数化后的算子方程组:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n \lambda^i x_i &= x(0) + \mathcal{M}^{-1} \sum_{i=0}^n \lambda^i y_i \\ \sum_{i=0}^n \lambda^i y_i &= y(0) + \mathcal{M}^{-1} \sum_{i=0}^n \lambda^i z_i \\ \sum_{i=0}^n \lambda^i z_i &= z(0) + \mathcal{M}^{-1} (2R'b' + b'^2 \Delta \omega') + \lambda^2 L^{-1} (b'^2 R' \tau) - \lambda^2 b' L^{-1} \left(\sum_{i=0}^n \lambda^i z_i \right) \\ &\quad - \mathcal{M}^{-1} \left[\left(\sum_{i=0}^n \lambda^i B_i \right) \cdot \left(\sum_{i=0}^n \lambda^i z_i \right) \right] + \mathcal{M}^{-1} \left[\left(\sum_{i=0}^n \lambda^i A_i \right) \cdot \left(\sum_{i=0}^n \lambda^i C_i \right) \right] \\ &\quad - \lambda b'^2 L^{-1} \left(\sum_{i=0}^n \lambda^i y_i \right) - \lambda^2 a' L^{-1} \left[\left(\sum_{i=0}^n \lambda^i B_i \right) \cdot \left(\sum_{i=0}^n \lambda^i y_i \right) \right] - \lambda a'^2 L^{-1} \left(\sum_{i=0}^n \lambda^i A_i \right) \end{aligned} \tag{11}$$

式中, 算子 $L^{-1} = \int_0^\tau d\tau$; $x(0), y(0), z(0)$ 是初始相差、初始频差和初始频差变化率。

由(11)式取入幂次相同的项相等, 则可求得 x, y, z 的 n 阶逼近解析解:

$$\begin{aligned} x_0 &= x(0) \\ y_0 &= y(0) \\ z_0 &= z(0) \\ x_1 &= \int_0^\tau y_0 d\tau \\ y_1 &= \int_0^\tau z_0 d\tau \\ z_1 &= \int_0^\tau (2R'b' + b'^2 \Delta \omega' - 2b'z_0 - B_0 \cdot z_0 + A_0 \cdot C_0 - b'^2 \cdot y_0 - 2a' \cdot B_0 \cdot y_0 \\ &\quad - a'^2 \cdot A_0) d\tau \\ x_2 &= \int_0^\tau y_1 d\tau \\ y_2 &= \int_0^\tau z_1 d\tau \\ z_2 &= \int_0^\tau [(b'^2 R \tau - 2b' \cdot z_1 - (B_0 \cdot z_1 + B_1 z_0) + (A_0 C_1 + C_1 A_0) - b'^2 \cdot y_1 \\ &\quad - 2a' (B_0 y_1 + B_1 y_0) - a'^2 \cdot A_1] d\tau \\ &\vdots \end{aligned} \tag{12}$$

$$x_n = \int_0^\tau y_{n-1} d\tau$$

$$y_n = \int_0^\tau z_{n-1} d\tau$$

由(12)式可知,只要给定初始值 $x(0), y(0), z(0)$, 则可求得 x, y, z 的 n 阶逼近解析解:

$$+ 2a' \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (Bi \cdot y_{n-1-i} + a'^2 A_{n-1}) d\tau \quad n \geq 3, n \in N$$

$$\hat{x} = \sum_{i=0}^n x_i, \hat{y} = \sum_{i=0}^n y_i, \hat{z} = \sum_{i=0}^n z_i \tag{13}$$

Cherrault 等人已证明^[4], 只要 n 足够大, $\hat{x} - x \rightarrow 0, \hat{y} - y \rightarrow 0, \hat{z} - z \rightarrow 0$, 即分解法是收敛的。

由以上求解过程可以看到: 用分解法求解非线性问题并不需要做任何近似, 且随着阶数 n 的增大可以得到任意高精度的逼近解析解。另外, 它的整个求解过程适合于机器推演, 易于实现, 而且与数值方法相比具有更高的精度和更快的收敛性^[5]。其机器推演的具体步骤是: (1) 推导非线性函数 $\sin x, \cos x, y^2$ 对应的 Adomian 多项式。(2) 给定初值 $x(0), y(0), z(0)$, 求解逼近解析解的各阶分量 $x_n, y_n, z_n, n = 0, 1, 2, \dots$ 。(3) 由(13)式求相差、频差、频差变化率的逼近解析解 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ 。(4) 为了求得环路任意长时间的行为, 我们对逼近解析解 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ 进行迭代分析, 即从 $x(0), y(0), z(0)$ 开始, 以 $\Delta\tau$ 为步长, 求得 $\hat{x}(\Delta\tau), \hat{y}(\Delta\tau), \hat{z}(\Delta\tau)$, 并以此为初值继续迭代直到所需要的时间长度。

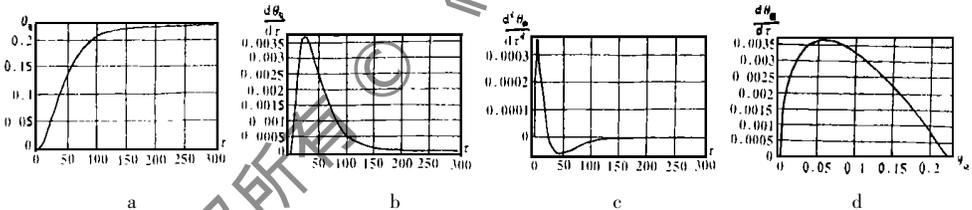


Fig. 3 a- The phase differential $\theta_c(\tau)$ curve when ramp of frequency differential $R' = 1.087$, frequency differential $\Delta\omega' = 73.74$ b- The frequency differential $d\theta_c/d\tau$ curve when ramp of frequency differential $R' = 1.087$, frequency differential $\Delta\omega' = 73.74$ c- The rate $d^2\theta_c/d\tau^2$ curve of frequency differential when ramp of frequency differential $R' = 1.087$, frequency differential $\Delta\omega' = 73.74$ d- The relationship of phase differential and frequency differential

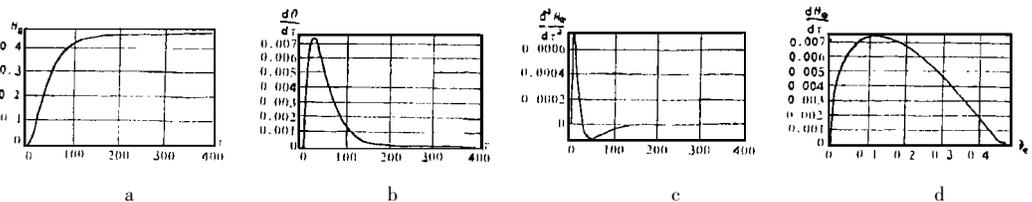


Fig. 4 a- The phase differential $\theta_c(\tau)$ curve when ramp of frequency differential $R' = 2.175$, frequency differential $\Delta\omega' = 147.47$ b- The frequency differential $d\theta_c/d\tau$ curve when ramp of frequency differential $R' = 2.175$, frequency differential $\Delta\omega' = 147.47$ c- The rate $d^2\theta_c/d\tau^2$ curve of frequency differential when ramp of frequency differential $R' = 2.175$, frequency differential $\Delta\omega' = 147.47$ d- The relationship of phase differential and frequency differential

我们对系统的跟踪特性进行了仿真分析。系统参数为: $a' = 1/22.55$, $b' = 1.963 \times 10^{-4}$, $KH = 6780.84$, 初始状态 $x(0) = 0$, $y(0) = z(0) = 0$, 取步长为 $1/50$, 用5阶逼近解析解, 求得结果为: (1) 对于动态范围为 $\pm 400^\circ/s$, 则 $R' = 1.087$, $\Delta\omega' = 73.74$, 如图3。(2) 对于动态范围为 $\pm 800^\circ/s$, 则 $R' = 2.175$, $\Delta\omega' = 147.47$, 如图4。由图可知, (1) 分解法通过求得相差、频差和频差变化率的逼近解析解, 能十分完整地描述三阶混频锁相环工作过程中相差、频差和频差变化率的变化过程, 得到系统响应时间、稳态性能等参数, 这使得人们对锁相环的工作过程有了更清晰、更细致的了解。(2) 当动态范围为 $\pm 400^\circ/s$ 时, 输入信号频率变化范围约 $\pm 500\text{kHz}$, 系统响应的稳态相差 $\theta_{e\infty} = 0.226886\text{rad}$, 响应时间 $t_r = 13.2\text{ms}$ (相差从起始值上升到 $0.9\theta_{e\infty}$ 的时间)。当动态范围为 $\pm 800^\circ/s$ 时, 频率变化范围约 $\pm 1.0\text{MHz}$, 系统响应的稳态相差 $\theta_{e\infty} = 0.469261\text{rad}$, 响应时间 $t_r = 14.7\text{ms}$ 。这说明该检测系统完全能满足激光陀螺的应用要求。(3) 当跟踪频率斜升信号时, 三阶环路的稳态相差比二阶环要小得多, 而且响应时间和跟踪范围也改善很多, 这也是我们采用三阶环的主要原因。

三、实验结果

通过在四频差动激光陀螺上的实际应用, 我们得到本检测系统的主要性能指标:

(1) 输入信噪比 $(S/N)_i = 1$, 信号峰峰值 $V_{i_{p-p}} = 70\text{mV}$, 输入噪声情况任意时, 检测系统的动态范围为 $\pm 800^\circ/s$, 对应的频率变化范围约 $0 \sim 1.5\text{MHz}$ 。

(2) 输入信噪比 $(S/N)_i = 1/3$, 信号峰峰值 $V_{i_{p-p}} = 50\text{mV}$, 输入噪声情况任意时, 检测系统的动态范围为 $\pm 600^\circ/s$, 对应的频率变化范围约 $0 \sim 1.25\text{MHz}$, 其测试结果与仿真结论基本相符, 从而在理论和实验上证明该检测系统完全能满足陀螺的应用要求, 而且能弥补一些工艺水平不过关对陀螺性能所带来的损失。

四、结 论

以上针对四频差动激光陀螺的应用研制了一种低信噪比、大动态范围的信号检测系统。通过引入数学机械化的方法, 我们采用分解法对系统的跟踪性能进行了仿真分析, 并用实验验证了仿真结论。理论分析和实验结果表明: 该检测系统具有动态范围大、抑噪能力强、适应性强等特点。完全能满足陀螺的应用要求。

参 考 文 献

- 1 高伯龙, 李树棠. 激光陀螺. 北京: 国防科大出版社, 1984
- 2 陈世伟. 锁相环路原理及应用. 北京: 兵器工业出版社, 1990: 108~115
- 3 Adomian G. Nonlinear stochastic operator equations. New York: Academic Press, 1986
- 4 Cherrault Y, Adomian G. Decomposition methods: A new proof of convergence. Mathematical and Computer Modelling. 1994; 18(12): 103~106
- 5 方锦清, 姚伟光. 物理学报, 1993; 42(9): 1375~1384

作者简介: 罗 晖 (附照片), 男, 1970年3月出生。博士生。主要从事微弱信号检测方面的研究工作。

张广发, 男, 1936年出生。教授, 博士生导师。主要从事非电量测量和微弱信号检测方面的研究工作。

