第 21 卷 第 1 期
1997 年 2 月
激 光 技 术
LASER TECHNOLOGY
Vol. 21, No. 1
February, 1997

超高斯光束是折射率梯度光纤中波动方程的本征解*

王喜庆
(西南交通大学应用物理系, 成都, 610031)

吕百达
(四川大学激光物理与激光化学研究所, 成都, 610064)

摘要: 本文在一般情况下推导出超高斯光束是折射率梯度光纤中 SVA 近似下波动方程的本征解并给出了折射率分布函数。

关键词: 超高斯光束 折射率梯度光纤 本征解

Eigensolutions of wave equation in GRIN fibers: super-Gaussian beams

Wang Xiqing
(Dept. of Applied Physics, Southwest Jiaotong University, Chengdu. 610031)

L Baida
(Institute of Laser Physics and Laser Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

Abstract: In general case, super-Gaussian beam is not the solutions of Helmholtz equation and approximation condition of SVA. But, by means of varying the distribution of refractive index of transmitting medium, super-Gaussian beam could be the eigensolutions of Helmholtz equation. This paper proved that super-Gaussian beam is the eigensolution of wave equation in GRIN fiber, and derived the distribution function of refractive index. As the special examples of this paper, the cases of literature [3] and power-law refractive index distribution are discussed.

Key words: super-Gaussian beam GRIN fiber eigensolution

一、引 言

基模高斯光束及高阶高斯光束已被证明是缓变振幅(SVA)近似下波动方程的解[1], 而超高斯光束在一般情况下不是 Helmholtz 方程及其在 SVA 近似下的解[2]。但是, 通过改变介质的折射率分布有可能使超高斯光束成为 Helmholtz 方程的本征解。本文证明了超高斯光束是折射率梯度(GRIN)光纤中波动方程的解, 给出了折射率分布函数, 并对文献[3]及平方律折射率分布作为本文的特例进行了讨论。

二、超高斯光束是 GRIN 光纤中波动方程的本征解

赫姆霍兹方程
$$\Delta\varepsilon(r, \varphi, z) + n^2k^2\varepsilon(r, \varphi, z) = 0 \tag{1}$$
在
$$n = n_0 + \delta n \tag{2}$$

* 该项工作得到国家高技术 863- 416- 2.3.4 项目的资助。

及
$$\varepsilon(r,\varphi,z)=A(r,\varphi,z)e^{in_0kz} \tag{3}$$
和缓变振幅近似下变为
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}+ikn_0\frac{\partial}{\partial z}+2k^2n_0\delta n\right)A(r,\varphi,z)=0 \tag{4}$$
式中, δn 与 n_0 相比为一小量, n 为介质的折射率, 是坐标的函数, n_0 为 $r, z=0$ 处的折射率。

在 $z=0$ 时, 超高斯光束形式为
$$A(r,\varphi,z|_{z=0})=\exp[-(r/R)^\alpha] \tag{5}$$
式中, R 为光纤的半径, α 为超高斯光束的阶数。由(5)式, 设对任意 z 有
$$A(r,z)=f_1(z)\exp[-f_2(z)(r/R)^\alpha] \tag{6}$$
且
$$f_1(0)=1\qquad f_2(0)=1 \tag{7}$$
由(6)式得 $\partial^2A/\partial r^2$, $\partial A/\partial r$, $\partial^2A/\partial\varphi^2$ 及 $\partial A/\partial z$, 将其代入(4)式稍加整理得
$$\begin{aligned}&f_2^2(z)(\alpha/R)^2(r/R)^{2\alpha-2}-f_2(z)(\alpha/R)^2(r/R)^{\alpha-2}\\&+i2kn_0[f'_1(z)/f_1(z)]-i2kn_0f'_1(z)(r/R)^\alpha+2k^2n_0\delta n=0\end{aligned} \tag{8}$$
当 $\alpha>2$ 时, 设
$$\delta n=n-n_0=A_1(r/R)^{2\alpha-2}+A_2(r/R)^{\alpha-2}+A_3(r/R)^\alpha \tag{9}$$
将(9)式代入(8)式, 比较 (r/R) 的同幂次项系数, 并注意到(7)式得:
$$f_1(z)=1 \tag{10}$$
$$f_2(z)=1-iA_3kz \tag{11}$$
$$A_2=(\alpha/R)^2(1-iA_3kz)/(2k^2n_0) \tag{12}$$
$$A_1=-(\alpha/R)^2(1-A_3^2k^2z^2-i2A_3kz)/(2k^2n_0) \tag{13}$$
将(10)及(11)式代入(6)式, 由(3)式得 z 处超高斯光束的形式为
$$\varepsilon(r,z)=\exp\{ik[n_0-A_3(r/R)^\alpha z]\}\exp[-(r/R)^\alpha] \tag{14}$$
将(12)及(13)式代入(9)式, 得折射率分布函数
$$\begin{aligned}n(r,z)=&n_0-(\alpha/R)^2(1-A_3^2k^2z^2-i2A_3kz)/(2k^2n_0)\cdot(r/R)^{2\alpha-2}\\&+(r/R)^2(1-iA_3kz)/(2k^2n_0)\cdot(r/R)^{\alpha-2}+A_3(r/R)^\alpha\end{aligned} \tag{15}$$
至此, 证明了超高斯光束(14)式是折射率分布函数为(15)式的 GRIN 光纤中波动方程(4)的本征解。(14)式及(15)式中 A_3 为待定常数。为使 δn 为一小量, A_3z 不能取得过大。对超高斯光束的波面有特殊要求或对 GRIN 光纤中的折射率有特殊要求时, 可通过 A_3 选择。

三、特　　例

1. 平面波超高斯光束　在(14)式中, 令 $A_3=0$ 得到
$$\varepsilon(r,z)=\exp(+ikn_0z)\exp[-(r/R)^\alpha] \tag{16}$$
显然(16)式是一初始位置处为平面波的超高斯光束。

由 $A_3=0$ 及(15)式得
$$n=n_0+[1/(2n_0)][\alpha/(kR)^2](r/R)^{\alpha-2}[1-(r/R)^\alpha] \tag{17}$$
(16)式和(17)式与文献[3]中的(12)式和(10)式完全相同。

2. 平方律折射率光纤　当 $A_3=0$, $\alpha=2$ 时, 由(15)式折射率分布函数 n 变为
$$n=n_0+(2/n_0)[1/(kR)^2][1-(r/R)^2] \tag{18}$$
满足(18)式折射率分布的 GRIN 光纤中波动方程(4)的本征解为
$$\varepsilon(r,z)=\exp(ikn_0z)\exp[-(r/R)^2] \tag{19}$$
这是众所周知的结果。

第 21 卷　第 1 期
1997 年 2 月

激　光　技　术
LASER TECHNOLOGY

Vol. 21, No. 1
February, 1997

激光防护镜光密度的测量

俞元淮
(国家激光器件质量监督检验中心, 北京, 100010)

摘要: 光密度是激光防护镜最主要的一个质量指标, 这一参数的测量在原理上是简单明了的, 但是当光密度大于 3 时实践上有许多困难, 本文介绍一种用激光源、双光路分束的光密度测量装置, 结合计算机采样处理, 光密度测量范围可达 6。

关键词: 光密度　测量　激光防护镜

Optical density measurement of laser protection filters

Yu Yuanhuai
(National Laser Product Quality Supervising and Testing Center, Beijing, 100010)

Abstract: Optical density D, defined as $D = -\log$(transition light power P_t/ total incident light power P_i), is one of important performance figures of laser eye protective glasses. In practice, it is defficult to make the measurement of parameter $D > 3$. This paper proposed a measurement system including a laser source, double optical path subsystem, a data sampling and processing subsystem with computer. With the system, the case of parameter $D > 6$ can be measured.

Key words: optical density　measurement　laser protective filter

四、总　结

本文在一般情况下, 证明了形如 $\varepsilon(r, z) = \exp[ik(n_0 - A_3(r/R)^{\alpha} z)]\exp[-(r/R)^{\alpha}]$ 的超高斯光束是折射率分布为 $n(r, z) = n_0 - (\alpha/R)^2(1 - A_3^2 k^2 z^2 - i2A_3 kz)/(2k^2 n_0)(r/R)^{2\alpha-2} + (\alpha/R^2)(1 - iA_3 kz)/(2k^2 n_0)(r/R)^{\alpha-2} + A_3(r/R)^{\alpha}$ 的 GRIN 光纤中波动方程的本征解。Ojeda-Castaneda 的结果可作为一特例包括在其中。由于超高斯光束比高斯光束有大的填充因子, 是高功率激光(例如惯性约束聚变驱动器)常采用的一新光束。现代先进的固体激光驱动器中已越来越多地采用光纤技术[4], 显然, 本文的研究结果对超高斯光束在光纤中传输变换特性研究是有参考价值的。

参　考　文　献

1　吕百达. 激光光学, 第二版. 成都: 四川大学出版社, 1992: 60
2　Parent A, Morin M, Lavigne P. Opt & Quant Electron, 1992; 24: 1071
3　Ojeda-Castaneda J, Saavedra G, Lopez-Olazagasti E. Opt Commun, 1993; 120(1, 2): 21
4　Campbell J H, Barker C E, Vanwonterghem B M *et al*. CLEO/ Pacific Rim' 95, Chiba, Japan, 1995 IEEE Publisher, 1995: 9

*　　　*　　　*

作者简介: 王喜庆, 男, 1959 年出生。硕士, 工程师。现从事光束传输变换等研究。

收稿日期: 1995-12-12