

# 自由电子激光光导效应数值研究

江少恩 符长明\* 苏毅\*\*

(西南核物理与化学研究所, 成都, 610003)

**摘要:** 本文对喇曼型自由电子激光光导效应进行了理论研究和数值模拟。我们编写了轴对称的二维计算机程序(FELOG), 用来研究无波导和有波导情况下的光导效应。对光场分布、光场半径、填充因子及等效折射率等进行了模拟。根据实验参数进行的模拟结果与实验结果进行比较, 它们符合很好。并对影响光导效应的因素进行了分析。

**关键词:** 自由电子激光 光导效应 等效折射率

## Numerical simulations and analyses of optical guiding in free-electron lasers

Jiang Shaoen, Fu Changming, Su Yi

(Southwest Institute of Nuclear Physics and Chemistry)

**Abstract:** Optical guidings in Raman FELs are studied theoretically and calculated in this papers. We have performed a two-dimensional program(FELOG), which is used to study optical guidings without and with wave-guide constructions. The numerical simulations include optical field profile, optical field radius, filling factor, and equivalent index of refraction, etc. The simulated results from experimental parameters agree with experimental results well. And the factors that affect optical guidings are analysed and discussed.

**Key words:** free electron lasers optical guiding equivalent index of refraction

### 一、引言

自从 KMR<sup>[1]</sup> 用哈密顿变分原理从理论上预示自由电子激光(FEL)中的光导效应以后, 人们便开始了光导效应的研究<sup>[1-3]</sup>。在 FEL 的相互作用区, 一方面, 高能电子作为能量源, 把自身能量传递给光场, 使光场得到放大; 另一方面, 电子束又作为一种导光介质, 把大部分光束束缚在自身中。

电子束在与光场相互作用时发生群聚。电子束对光场的影响可以分为两个方面: 第一, 对波数的影响,

$$\text{Re}(n) - 1 = (1/k_s)(d\varphi/dz) = [\omega_p^2/(2\omega^2)](a_w/a_s) \langle \cos \phi / \gamma \rangle \quad (1)$$

电子束的群聚改变了光场的波数, 或说折射率改变。电子束的这种作用称之为折射光导, 类似于具纯实折射率的光纤对光场的作用。第二, 对光场振幅的影响,

$$-\text{Im}(n) = [1/(ksa_s)](da_s/dz) = [\omega_p^2/(2\omega^2)](a_w/a_s) \langle \sin \phi / \gamma \rangle \quad (2)$$

\* 西南计算中心。

电子的能量转化为光场能量,使光场获得的增益比衍射损失大,这种作用称之为增益光导,类似于激光增益介质的光放大作用。(1)式和(2)式中的物理量的意义见第二节的说明。

光导效应对FEL至关重要,假如没有光导效应,光的衍射使光半径越来越大,填充因子越来越小,电子与光场之间就没有较强的相互作用,FEL就不可能有足够高的效率。

本文介绍了我们对FEL光导效应进行的模拟研究。首先,给出了包括空间电荷效应和二维衍射效应的光波方程及电子运动方程。其次,介绍无波导FEL光导效应计算结果,并对结果进行了分析。然后,我们计算在波导结构下的光导效应。最后,对实验结果与模拟结果进行对比,并对全文进行总结。

### 二、二维数值模拟的基本方程

在二维模拟中,采用柱坐标系,不含θ变量。假定摇摆器均匀螺旋场,其矢势为:

$$A_w(r, z) = - (mc^2/e) a_w(z) (x \cos k_w z + y \sin k_w z) \tag{3}$$

辐射场为圆极化场,其矢势为:

$$A_s(r, z, t) = - (mc^2/e) a_s(r, z, t) [x \cos(k_s z - \omega t + \varphi) + y \sin(k_s z - \omega t + \varphi)] \tag{4}$$

式中,  $m$  和  $e$  分别为电子的质量和电荷;  $c$  为光速;  $a_s, a_w$  分别为光场和摇摆场矢势幅值的归一化值,归一化参数为  $mc^2/e = 1706Gs \cdot cm$ ;  $\varphi(r, z, t)$  是光的相移;  $k_s$  和  $k_w$  分别是光和摇摆场的波数,  $\omega = k_s c$  为光的频率。矢势  $A_s$  满足亥姆霍兹方程:

$$[\nabla^2 - (1/c^2)(\partial^2/\partial t^2)] A_s = - (4\pi/c) J_{\perp} \tag{5}$$

式中,  $J_{\perp}$  为横向电流密度。

假定  $a_s$  和  $\varphi$  随  $z$  缓变,并定义  $u = a_s e^{i\varphi}$ , 波方程(5)成为:

$$2ik_s(\partial u/\partial z) + \nabla_{\perp}^2 u = - (\omega_p^2 a_w / c^2) \langle \exp[-i(\phi - \varphi)] / \gamma \rangle \tag{6}$$

式中,  $\phi_j = (k_s + k_w)z - \omega t - \varphi$  是第  $j$  个电子在有质动力势阱中的位相,  $\omega_p = (4\pi n e^2 / m)^{1/2}$  为等离子体频率,  $\gamma m c^2$  为电子的能量,  $\langle \rangle$  表示对所有电子的平均。

考虑空间电荷效应,单个电子  $j$  的运动方程为<sup>[4]</sup>:

$$d\gamma_j/dz = - (k_s a_s a_w / \gamma_j) \sin \phi_j + [2\omega_p^2 / (k_s c^2)] [\langle \cos \phi \rangle \sin \phi_j - \langle \sin \phi \rangle \cos \phi_j] \tag{7}$$

$$d\phi_j/dz = k_s + k_w - k_s / [1 - (1 + a_w^2 - 2a_s a_w \cos \phi_j) / \gamma_j^2]^{1/2} + \partial \varphi / \partial z \tag{8}$$

方程(6~8)构成一组自恰方程,是进行数值模拟的出发点。

根据这些方程,我们编制了FEL光导二维程序(FELOG)。模拟参数由表1给出。

Table 1 Parameter in simulation

	iv. without waveguide	Ⓜ. with waveguide
wiggler period $\lambda_w$ (cm)	2	2
wiggler field amplitude $a_w$	0.45	0.4
relativity factor $\gamma$	2.24~ 2.37	2.3
current density $J$ (A/cm <sup>2</sup> )	354	354
electron beam radius $r_b$ (cm)	0.4	0.4
optical wavelength $\lambda_s$ (cm)	0.3	0.3
input power $P_{in}$ (W)	40	10
optical beam waist $W_0$ (cm)	0.8	—
waveguide radius $R$ (cm)	—	0.8
initial optical mode	Gaussian	TE <sub>11</sub>

### 三、无波导结构下的数值模拟结果

在数值模拟中,把电子束分为50层,每层100试验电子。在  $z = 0$  处,这100个电子的相移均匀分布在  $0 \sim 2\pi$  上,电子束分布为均匀轴对称阶跃函数,即把电子束看成均匀圆柱。入射光为高斯束,令光腰正好处在摇摆场入口处,电子束与光束的轴均与摆场轴重合。模拟参数

列在表 1 中。

图 1, 2 分别为  $\gamma = 2.3$  时光的振幅、光束半径图。光束半径定义为: 在光传播的横截面上, 振幅下降为波阵面中心振幅的  $1/e$  处的半径。图 1 和 2 可以看到, 进入摇摆器后, 光先有一个下降, 然后再急剧增长, 这是因为刚进入摇摆器时, 光与电子相互作用很小, 光的衍射占主导地位, 光场振幅下降。相互作用距离逐渐增大时, 电子束逐渐群聚起来, 电子的能量转化为光场的能量, 导致光场振幅急剧增长。

图 3 是根据等效折射率公式 (1) 和 (2) 计算的在增益区轴上折射率实部和虚部随  $\gamma$  变化曲线。在  $z = 2.3$

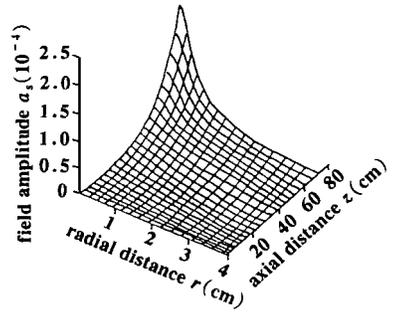


Fig. 1 A 3-D plot of the optical field amplitude distribution

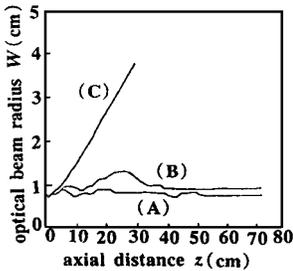


Fig. 2 Effect of current density on optical beam radius

- A— $J = 354 \text{ A/cm}^2$
- B— $J = 177.5 \text{ A/cm}^2$
- C—diffraction

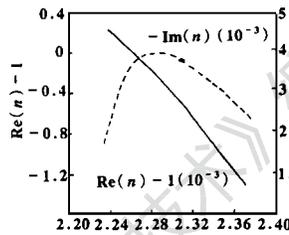


Fig. 3 The index of refraction variation vs  $\gamma_0$

处,  $\text{Re}(n) < n_{\text{真空}} = 1$ , 电子束等效折射率比真空折射率小, 折射光导起了反作用, 这就是  $\gamma = 2.3$  时比衍射扩散更厉害的原因。另一方面, 由于高能电子向光场转移

能量, 光场具有很大的增益, 而且, 半径较小处的增益比半径较大处的增大得多, 其结果使得光束半径基本不变, 如图 2 所示, 增益光导以绝对优势克服折射光导的作用(这里是发散), 使绝大部分能量仍然集中在电子束周围。

保持表 1 中其它参数不变, 把电流密度降到原来的一半。图 2 中曲线 A 和 B 分别是  $J = 354 \text{ A/cm}^2$  和  $177.5 \text{ A/cm}^2$  时的光束半径图。可见, 电流密度越大, 光束半径越小。因此, 电流密度对光导有着显著的影响。显然, 没有电流(电子束), 就没有光导效应(见图 2 中曲线 C)。也就是高斯束在自由空间的传播的情况, 其光束半径在真空随  $z$  变化为:  $W(z) = W_0 [1 + (z/z_r)^2]^{1/2}$  (其中  $z_r = \pi W_0^2 / \lambda$  是光的瑞利长度)。因此, 存在着“临界电流”, 在此电流之上, 光导效应将是显著的。

对高斯束来说, 在自由空间传播的波面中心衍射相位变化为:

$$\Delta \varphi_1 = \text{tg}^{-1}(\Delta z / z_r) \approx \Delta z / z_r = c \Delta t / z_r \quad (9)$$

在高增益区, 电子束群聚使光场产生相移<sup>[5]</sup>:

$$\Delta \varphi_2 = [c \Delta t / (2L)] (jF/2)^{1/3} \quad (10)$$

式中,  $L$  为相互作用区长度,  $F = \pi \gamma_b^2 / (\pi w_0^2)$  是电子束与光束的面积比, 无量纲电流密度  $j$  为<sup>[6]</sup>:

$$j = [120 \pi^2 e / (mc^2)] [JL^3 a_w^2 (1 + a_w^2) / (\lambda \gamma^5)] \quad (11)$$

为了平衡衍射产生的相移, 必须满足条件  $\Delta \varphi_2 > \Delta \varphi_1$ , 从而得到:

$$j_C = 16 (L / z_r)^3 / F \quad (12)$$

对表 1 第 iv 栏参数, 由(12) 式得  $j_C = 6.4 \times 10^4$ 。在  $\gamma = 2.3$  时, 从(11) 式得  $j = 2.1 \times 10^4$ , 因此, 还没达到产生光导的最佳条件。一方面所取电流还不够大, 另一方面考虑的是长波, 其衍射比短波长严重, 因而要求的电流更高。当  $j > j_C$  时, 即使没有增益, 由于电子束引起的相移抵消了衍射效应, 仍然使光束自聚焦。由(12) 式换成电流密度表达式为:

$$J_C = 2/(15\pi^2)(mc^2/c)\lambda\gamma^5/[a_w^2(1+a_w^2)z^3F] \quad (13)$$

可见  $J_C$  与很多因素有关。从(13) 式,  $J_C \propto \lambda^4 \gamma^5 (z_r \propto 1/\lambda)$ ,  $J_C$  与波长和电子能量的关系更为密切。 $\gamma$  增加,  $J_C$  增大, 则要求更大的电流来补偿因衍射引起的相移, 所以图 3 折射率实部随  $\gamma$  下降。图 3 折射率虚部实际上为增益, 在  $\gamma = 2.28$  时达到共振, 对其它  $\gamma$  值, 偏离共振点, 增益下降。

#### 四、波导结构中的光导效应

波导结构中的光导效应模拟参数列于表 1 第 ⑦ 栏。对波方程(5), 用两种方法求解。其一是直接求解波方程, 仅仅代入边界条件; 其二是耦合模方法, 即波导模式的展开。由于耦合模方法在文献[2] 作了详细的讨论, 本文仅介绍直解求解方法。对圆波导而言, 满足边界条件  $n \cdot B = 0$ , 由此可以导出边界条件如下:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \Big|_{r=R} = 0 \quad (14)$$

对(6~8) 式联立, 应用边界条件(15) 式, 即可计算波导中的 FEL 光导效应。在模型中, 波方程(5) 的电流密度纯粹是横向的, 不激励 TM 模。在输入端, 光波为  $TE_{11}$  模。

耦合模方法是将光波展开为波导所容许传播的多个波导模式的迭加, 由于电子束的群聚作用, 使各展开系数发生变化。一般来说, 直接解法比较方便, 由于它不分模, 对单模也适用, 所以更有普遍性。耦合模法对多模来说, 计算结果与直接解法是一致的。但是, 对波导中仅能存在单模的情况, 就不适用了, 因为单模只有一个系数, 场分布不改变。对于表 1 中有波导的参数, 波导中可以存在 8 个波导模  $TE_{1m} (m = 1 \sim 8)$ 。

波导中的光导可以通过填充因子体现, 定义为:

$$\int_0^b a_s^2(r) r dr / \int_0^R a_s^2(r) r dr \quad (15)$$

如果有效应光导产生, 填充因子会显著增大, 好象光束紧紧地束缚于电子束中, 这说明电子束起一个导波介质的作用。

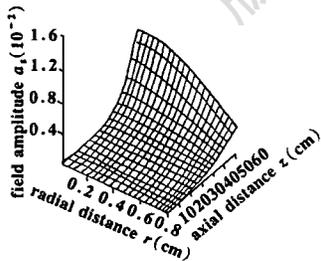


Fig. 4 A 3-D plot of the optical field amplitude distribution in wave guide

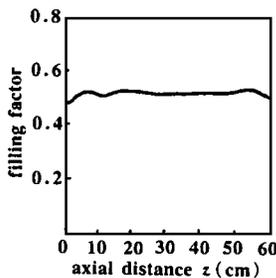


Fig. 5 The filling factor variation vs axial distance z

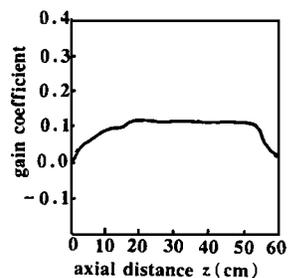


Fig. 6 The gain coefficient variation vs axial distance z

对表 1 中第 ⑦ 栏数据采用这两种方法进行模拟, 计算结果几乎完全一样。我们从两种途径得到的结果一致性, 可以推知结果的正确性。为了方便计算, 都用直解法进行数值计算。图 4 是

光振幅分布图, 图 5 是由 (15) 式计算填充因子变化图, 图 6 是增益曲线图。从图 5 可以看出, 光导效应在饱和点要下降, 这是由于在饱和时, 增益很少, 光强近于常数, 折射光导占主导地位, 而在常摇摆器中, FEL 在饱和时, 电子已陷于有质动力势中, 随之产生同步振荡运动, 会导致  $\langle \cos \psi / Y \rangle$  为负值, 结果使得  $\text{Re}(n) < 1$ , 光束发散, 即光导效应减弱, 填充因子减小。一个补救的方法是采用变参数摇摆器, 从而保持  $\langle \cos \psi / Y \rangle$  为正值。

## 五、结 束 语

自由电子激光要获得高功率, 特别是短波长, 由于增益和效率较低, 必须用很长的摇摆器, 由于电子束半径很小, 光腰也很小, 互作用有多个瑞利长度。光束因衍射发散, 填充因子大为降低。但是, FEL 存在光导效应, 减轻或消除了衍射效应, 使得 FEL 获得高功率输出, 所以光导效应的研究是非常重要和必要的。

Table 2 Simulated parameters and results compared to experiments

No	parameters	iv. experiment	⊕ simulation
1	electron energy (MeV)	0.56	0.56
2	current density in wiggler (A)	180	180
3	current decrease	72A/m	72A/m
4	electron energy spread ( $\Delta E/E$ )	5~ 6%	—
5	emittance $\mathcal{E}$ (rad-cm)	< 0.5	—
6	electron beam radius $r_b$ (cm)	0.4~ 0.5	0.45
7	wiggler field intensity $B_w$ (kG)	1.44	1.44
8	wiggler period $\lambda_w$ (cm)	3.45	3.45
9	waveguide radius $R$ (cm)	0.8	0.8
10	$H_{11}$ cut-off frequency (GHz)	22	22
11	radiant frequency (GHz)	30~ 32	31
12	saturation position $z$ (cm)	~ 100	~ 70
13	radiant power in saturation (MW)	~ 1.5	~ 1.6
14	growth ratio in linear regime	~ 90dB/m	~ 100dB/m

我们也对中国工程物理研究院应用电子研究所 EPA-74 自由电子激光装置的实验数据进行了计算<sup>[7]</sup>。实验数据见表 2 第 iv 栏, 模拟参数与结果见表 2 第 ⊕ 栏。对表 2 中的参数, 波导中仅有单模存在。在模拟中, 我们只考虑束流的下降度, 为 72A/m, 没考虑束流的能散度和发散度。比较表 2 中的实验测得的结果和模拟结果, 可以看到它们基本一致。只是饱和位置不一样, 这是由于实验中有一个约为 30cm 的过渡段, 我们没考虑, 直接从过渡

段终点模拟计算, 所以, 加上过渡段实际上饱和位置基本是相同的。

## 参 考 文 献

- 1 Kroll W M, Morton P L, Rosenbluth M N. IEEE J Q E, 1981; QE-17(8): 1436~ 1468
- 2 Cai S Y, Bhattachajee A, Marshall T C. IEEE J Q E, 1987; QE-23(9): 1651~ 1656
- 3 Scharlmann E T, Sessler A M, Wurtele J S. Phys Rev Lett, 1985; 54(17): 1925~ 1928
- 4 Tang C M, Sprangle P. J A P, 1981; 52(5): 3148~ 3153
- 5 Colson W B, Pellegrine C, Renieri A. Laser Handbook, Vol. 6. North-Holland, 1990
- 6 Pantell R H. Free-electron laser. Beijing FEL seminar, Peking University, 1988
- 7 胡克松, 黄孙仁, 陈裕涛 *et al.* 强激光与粒子束, 1990; 2(2): 158~ 167

\* \* \*

作者简介: 江少恩, 男, 1964 年出生。高级工程师。现从事惯性约束聚变实验的诊断工作。

收稿日期: 1995-06-13 收到修改稿日期: 1995-08-27

