

多层介质光学膜系的误差分析 ——膜层厚度变化的灵敏度因子

范志刚 张伟 李以贵 吕春华
(哈尔滨工业大学航天工程与力学系, 哈尔滨, 150001)

摘要: 文中推导了对于给定膜系的特定膜层的厚度变化的灵敏度因子计算公式, 并给出了用计算机对不同膜系的计算实例。分析了厚度灵敏度因子对膜系透射光谱的灵敏谱段、灵敏膜层等特性的影响规律, 并由此给出了确定膜层厚度允差的方法。

关键词: 多层膜系 透射光谱 厚度灵敏度因子

Error analysis of dielectric optical multilayer —— variation of sensitivity factor with layer thickness

Fan Zhigang, Zhang Wei, Li Yigui, Lu Chunhua
(Dept. of Space Engineering and Mechanics, HIT)

Abstract: The formulas of sensitivity factor varied with the thickness of specific layer of a multilayer is derived in this paper. The examples of different multilayers are given, the influence of thickness sensitivity factor on the sensitive spectrum and layer of transmittance are analysed. Finally, a method of defining thickness allowable error is given.

Key words: multilayer transmittance thickness sensitivity factor

一、引言

薄膜光学作为现代光学的重要分支,不但在传统的光学精密计测技术中获得巨大发展,而且被广泛地应用到宇航技术、制导技术、激光技术、仿真技术等高科技领域。在光学薄膜膜系的设计中,借助于计算机优化技术建立起来的高性能的非规整(非 $M4$)膜系越来越多,因而,对各种膜系的优劣的评价显得愈加重要。

对给定的膜系,其透射光谱特性受众多结构因素($n_0, n_s, n_i, d_i, \alpha \dots$)的影响,并与工艺过程有密切关系,其中膜层的几何厚度 d_i 是工艺过程中最难控制的参量,对膜系的光谱特性有着直接的影响。

本文在矩阵法计算膜系光谱透射率公式基础上,给出了膜系透射光谱对膜层厚度变化的灵敏度因子计算公式:

$$S_d = \frac{\partial T}{\partial d} d \quad (1)$$

利用该公式,可以判断膜系中某膜层的厚度变化对其光谱特性的影响程度;通过比较各膜层的不同 S_d 值,能够区分膜系中不同膜层对膜系光谱特性影响的差异;同时,又可以根据给定的光谱特性允差值,给出膜层厚度的允差值。本文应用所得结果具体分析了两个膜系,并对计算结果进行了讨论。

二、理论分析

计算多层薄膜的光谱透射率有许多方法,但是最适于计算机应用的是矩阵法。因此,本文在矩阵法的基础上推导膜层厚度变化的灵敏度因子的计算公式。

1. 矩阵法计算光学薄膜的光谱透射率^[1]

若用特征矩阵 M_j 来描述膜系中的某膜层,则整个膜系的特征矩阵可表为各膜层特征矩阵的连乘积:

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} = \prod_{j=1}^m M_j \quad (m \text{ 层膜系}) \quad (2)$$

式中, $M_j = \begin{pmatrix} \cos \delta_j & i \mu_j \sin \delta_j \\ i \mu_j \sin \delta_j & \cos \delta_j \end{pmatrix} \quad (3a)$

$$\delta_j = 2\pi n_j d_j \cos \theta_j / \lambda \quad (3b)$$

$$\mu_j = \frac{n_j \cos \theta_j}{n_0 / \cos \theta_0} \quad (3c)$$

(3c) 式中分别对应的是 s 和 p 分量。则其透射率为:

$$T_{s,p} = \frac{4\mu_0\mu_s}{(\mu_0 m_{11} + \mu_s m_{22})^2 + (\mu_0\mu_s m_{12} + m_{21})^2} \quad (4a)$$

即有: $T = (T_s + T_p) / 2 \quad (4b)$

式中, μ_0, μ_s 分别为空气和玻璃基片的光学导纳。

2. 膜层厚度变化的灵敏度因子 S_{d_j}

由上面的公式可以看出,膜系的透射率是膜系中各膜层厚度 d_j 的超越函数。若膜层的其它参量不变,由膜层厚度误差 Δd_j 引起的透射率误差是:

$$\Delta T = \sum_{j=1}^m \frac{\partial T}{\partial d_j} \Delta d_j + o(\Delta d_j)^2 \quad (5)$$

我们定义 S_{d_j} 为:

$$S_{d_j} = \frac{\partial T}{\partial d_j} d_j \quad (6)$$

那么,由(3b)和(4)式,存在下式:

$$\frac{\partial T}{\partial d_j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial T_s}{\partial d_j} + \frac{\partial T_p}{\partial d_j} \right) \quad (7a)$$

$$\frac{\partial T_{s,p}}{\partial d_j} = \frac{2\pi\mu_j}{\lambda} \left[\frac{\partial T_{s,p}}{\partial m_{11}} \frac{\partial m_{11}}{\partial \delta_j} + \frac{\partial T_{s,p}}{\partial m_{12}} \frac{\partial m_{12}}{\partial \delta_j} + \frac{\partial T_{s,p}}{\partial m_{21}} \frac{\partial m_{21}}{\partial \delta_j} + \frac{\partial T_{s,p}}{\partial m_{22}} \frac{\partial m_{22}}{\partial \delta_j} \right] \quad (7b)$$

因为 δ_j 仅出现在 M_j 中,则有:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial m_{11}}{\partial \delta_j} & i \frac{\partial m_{12}}{\partial \delta_j} \\ i \frac{\partial m_{21}}{\partial \delta_j} & \frac{\partial m_{22}}{\partial \delta_j} \end{pmatrix} = M_1 M_2 \dots M_{j-1} M_j' M_{j+1} \dots M_m \quad (8a)$$

式中,
$$M_j' = \begin{pmatrix} -\sin \delta_j & i \mu_j \cos \delta_j \\ i \mu_j \cos \delta_j & -\sin \delta_j \end{pmatrix}$$
 则 (8b)

令
$$X = (\mu_0 m_{11} + \mu_s m_{22})^2 + (\mu_0 \mu_s m_{12} + m_{21})^2 \quad (9a)$$

参考(4)式有:
$$\frac{\partial T_{s,p}}{\partial m_{11}} = 8 \mu_0^2 \mu_s (\mu_0 m_{11} + \mu_s m_{22}) / X \quad (9b)$$

$$\frac{\partial T_{s,p}}{\partial m_{12}} = 8 \mu_0^2 \mu_s^2 (\mu_0 \mu_s m_{12} + m_{21}) / X \quad (9c)$$

$$\frac{\partial T_{s,p}}{\partial m_{21}} = 8 \mu_0 \mu_s (\mu_0 \mu_s m_{12} + m_{21}) / X \quad (9d)$$

$$\frac{\partial T_{s,p}}{\partial m_{22}} = 8 \mu_0 \mu_s^2 (\mu_0 m_{11} + \mu_s m_{22}) / X \quad (9e)$$

这样,根据(6)~(9)式就可以计算 S_{dj} 。由于上面的公式十分繁复,而且要计算宽光谱特性,其计算量将很可观。我们在 386 微机上计算了两个实例。

三、计算实例

利用前面推导的公式,我们分析计算了两个膜系。

第一个膜系是 15 层全介质短波通滤光片,其膜系结构为

$$\text{玻璃基底} \quad \frac{L}{2} H \frac{L}{2} \quad \text{空气}$$

式中, H 表示光学厚度为 $\lambda_0/4$ 的低高折射率膜层。其结构参数为:

$$\lambda_0 = 7.5 \mu\text{m}, n_0 = 1, n_s = 1.52, n_l = 1.35, n_h = 2.35, \theta_0 = 0^\circ$$

第二个膜系是经过计算机优化设计的非规整四层减反射膜系,其结构参数为:

$$\text{玻璃基底} | 0.128H \quad 0.287L \quad 1.20H \quad 0.861L | \text{空气}$$

$$\lambda_0 = 5.5 \mu\text{m}, n_0 = 1, n_s = 1.52, n_l = 1.38, n_h = 2.1, \theta_0 = 0^\circ$$

图 1 为第一个膜系的透射光谱曲线,图 2~5 为其不同膜层的厚度灵敏度因子的计算曲线。图 6 为第二个膜系的透过率曲线,图 7~8 为其不同膜层的厚度灵敏度因子的计算曲线。图中的数字代表不同的膜层序号。

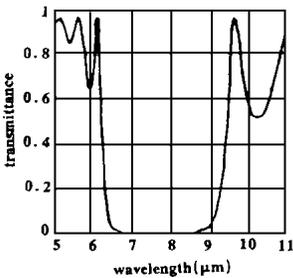


Fig. 1 The transmittance curve of 15-layer filter

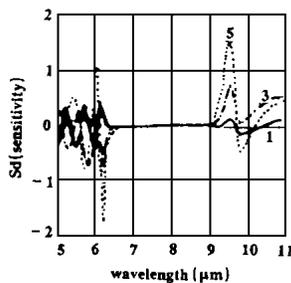


Fig. 2 Sd calculated curves of different layer in the filter

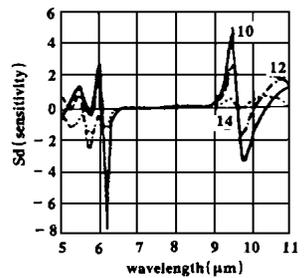


Fig. 3 Sd calculated curves of different layer in the filter

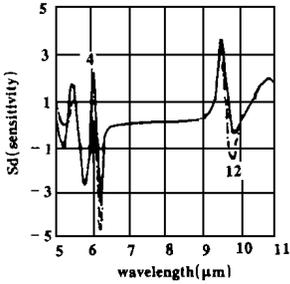


Fig. 4 Sd calculated curves of symmetric layers in the filter

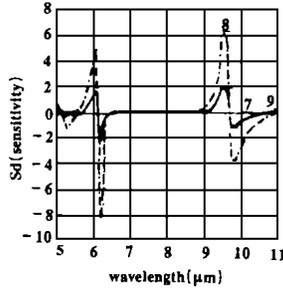


Fig. 5 Sd calculated curves of symmetric and centre layers in the filter

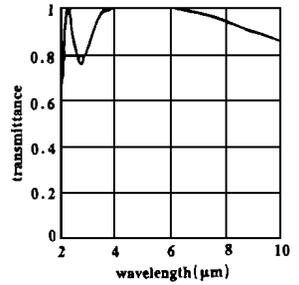


Fig. 6 The transmittance curve of 4-layer anti-reflecting film

由计算曲线可以看到以下特点:

(1) 厚度灵敏度因子 S_{dj} 对光谱透射率 T 在不同波段上的变化非常敏感。 S_{dj} 的峰值一般出现在 T 变化较大的地方, 而当 T 的曲线较平坦时, S_{dj} 的值很小。因此, 对给定的膜系, S_{dj} 能够用来判断透射光谱中哪个谱段对厚度偏差的要求比较苛刻, 哪个谱段对厚度偏差的要求较低。

(2) 对给定的膜系中的不同膜层, S_{dj} 的影响也不同。对图 1 所示的滤光片, 其灵敏层是第 6, 8 和第 10 层, 意即对相同的厚度偏差, 该膜层所引起的透射率偏差比较大。

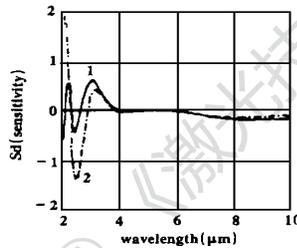


Fig. 7 Sd calculated curve of 4-layer anti-reflecting film

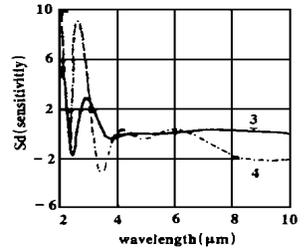


Fig. 8 Sd calculated curve of 4-layer anti-reflecting film

其中以中间层(8层)的影响最大。如附表所示, 对图 6 所示的减反射膜, 其第四层影响为最大。

(3) 对奇数层的滤光片而言, 以中间层为对称中心的各对膜层的作用几乎相同, 如图 4~ 5 所示。

(4) 膜层的 S_{dj} 值的峰值并不重合, 而存在着相互位错。这样, 当某波长处的各膜层都有偏差时, 就存在着相互补偿的可能。

Table The comparison of the transmittances of different layer in the filter influenced by Sd

λ (μm)	T (%)	$3(d = 0.1875\mu)$		$6(d = 0.1875\mu)$		$8(d = 0.1875\mu)$		$10(d = 0.1875\mu)$		$13(d = 0.1875\mu)$	
		Sd	ΔT (%)	Sd	ΔT (%)	Sd	ΔT (%)	Sd	ΔT (%)	Sd	ΔT (%)
5.8	75.3	-0.702	-9.74	-0.945	-7.54	1.093	8.72	-0.334	-2.67	-0.817	-11.35
7.8	0.2	0	0	0	0	0.002	0.01	0.002	0.01	0.001	0.01
9.4	31.96	0.466	6.47	3.241	25.86	3.63	28.96	3.122	24.91	0.401	5.58
10.6	62.4	0.495	6.88	0.355	2.83	-0.526	-4.2	0.578	4.61	0.454	6.3

不同膜层的厚度偏差对透射光谱总的影响可以表为:

$$\Delta T = \sum S_{dj} \times d_j \times \Delta d_j \tag{10}$$

若给定 ΔT 的值, 由上式就可以对各膜层的厚度允差进行粗略分配。例如, 第二个减反射膜系在 $\lambda = 5.44\mu$ 处有下式成立:

强激光大气传输热晕方程的积分表示*

蔡邦维 黄文龙 吕百达 刘忠永

(四川大学激光物理与激光化学研究所, 成都, 610064)

摘要: 基于菲涅耳-基尔霍夫近似, 运用格林函数方法导出了热晕方程的积分表达式, 并以连续波(CW)稳态热晕为例进行了数值计算和讨论, 结果表明我们所采用的方法是可行的。众所周知的菲涅耳-基尔霍夫衍射积分则是我们所得积分表达的一个特例。

关键词: 格林函数 热晕 菲涅耳-基尔霍夫近似 积分表达式

An integral expression for thermal blooming equation of high-power laser propagation through atmosphere

Cai Banwei, Huang Wenlong, L Baida, Liu Zhongyong

(Institute of Laser Physics and Laser Chemistry, Sichuan University)

Abstract: On the basis of Fresnel-Kirchhoff approximation, the integral expression for the thermal blooming of high-power lasers propagating through atmosphere has been derived by Green's function method, and numerical simulations of CW steady-state thermal blooming have been performed to show the feasibility of our method. We have also shown that the well-known Fresnel-Kirchhoff diffraction integral is a limiting case of the generalized integral expression, where the refractive index is a constant.

Key words: Green's function thermal blooming Fresnel-Kirchhoff approximation integral expression

* 中科院科学技术基金(NO. 94014)资助。

$$\Delta T = -0.01365 \Delta d_1 + 0.01836 \Delta d_2 - 0.01764 \Delta d_3 - 0.00214 \Delta d_4 \quad (11)$$

综合考虑各膜层的情况, 就可以粗略确定 Δd_j 。

四、讨论与结论

以上的计算与分析结果表明, 给定膜系的透射光谱的厚度灵敏度因子 S_{dj} 对分析和判断膜系对厚度偏差的灵敏谱段、灵敏膜层, 以及确定厚度允差值具有很大作用。对优化膜系的设计和镀膜生产工艺具有一定的指导意义。

参 考 文 献

- 1 唐晋发, 郑 权. 应用薄膜光学, 第一版. 上海: 上海科学技术出版社, 1984: 51
- 2 Macleod H A. Thin-film optical filter. London: Adam Hilger Ltd., 1969

*

*

*

作者简介: 范志刚, 男, 1966年4月出生。硕士, 讲师。主要从事光学薄膜微观结构, 膜系设计及测量等方面的研究工作。