

# 成象系统中的渥拉斯顿偏振器研究

马养武 黄霖\*

(浙江大学光仪系, 杭州, 310027)

**摘要:** 本文研究了在渥拉斯顿偏振器的两单晶介质界面上的边界条件, 并给出表述光强密度、透射系数与相对位移的表达式, 它不仅有助于对渥拉斯顿偏振器的光学特性的深入了解, 而且对设计高分辨率和高对比度的激光光学系统有较大的指导意义。

**关键词:** 渥拉斯顿偏振器 光学特性 成象系统

## Analysis of Wollaston polarizer in imaging systems

Ma Yangwu, Huang Lin

(Dept. of Optical Engineering, Zhejiang University)

**Abstract:** This paper examined the boundary condition at the interface of two uniaxial media contained in Wollaston prism. and the general solutions of light propagation through the interface are obtained. Based on the analysis, the relationships among the properties of transimission coefficient, output angle and phase shift are examined. The results show that Wollaston polarizer can not only product the interference pattern with high contrast and high resolution, but also hold the high image quality of axial ray. So Wollaston polarizer can be wide used in imaging system, laser interferometer, laser polarizer.

**Key Words:** Wollaston polarizer optical performance imaging systems

### 一、引言

分析光线在渥拉斯顿偏振器中的传输方式, 将有助于了解渥拉斯顿偏振器入射角与输出光强、位相移以及出射角之间的关系, 而这些关系量是研究新的具有高对比度的偏振光成象系统所必需的。但迄今为止, 尚未见有较深入有关研究报导, Lax 等人虽曾就两单晶介质界面上的电场特性进行过分析<sup>[6]</sup>, 但仅考虑了透射光的几何特性, 而未涉及透射光和反射光的场强特性。

本文将对渥拉斯顿偏振器作深入的理论分析, 并给出能应用于成象系统的数值结果。首先求解了两单晶介质界面上, 特定边界条件的 Maxwell 方程, 然后由方程的普遍解描述渥拉斯顿偏振器的光学特性, 并分析了在一特性的显微干涉成象仪器系统中的应用实例(见图 1)。数值分析结果表明: 在不大于 10°角度的入射条件下, 渥拉斯顿偏振器将能提供具有足够高对比度的图象。

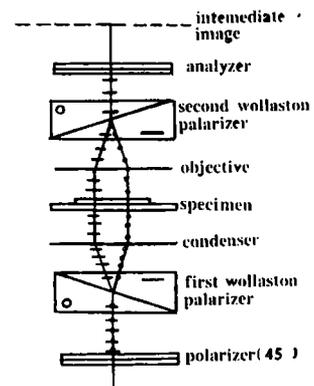


Fig. 1 A typical microscopical interference imaging system

\* 浙江大学硕士, 现任职于美国 Dalan Jemer 光学公司, 博士。

## 二、两单晶介质界面上的光线传输

非常波的折射率  $n_e(\theta)$  由(1)式给出<sup>[1,4]</sup>:

$$1/[n_e^2(\theta)] = (\cos^2\theta)/(n_o^2) + (\sin^2\theta)/(n_e^2) \quad (1)$$

研究两种介质的界面处的光波传输特性,当两种介质中的一种或二种是各向异性时,分析就很复杂<sup>[3]</sup>。此时,若一束入射波  $\vec{K}^{ie}$  入射到界面处,将会产生寻常的反射波  $\vec{K}^{ro}$  和透射波  $\vec{K}^{to}$  与非常的反射波  $\vec{K}^{re}$  和透射波  $\vec{K}^{te}$  四个波。设波矢  $\vec{K}$  与界面法线的交角为  $\theta$ , 这些矢量应满足“运动学”条件(即拓展的斯涅尔定律):

$$\vec{K}^{ie} \sin\theta^{ie} = \vec{K}^{te} \sin\theta^{te} = \vec{K}^{to} \sin\theta^{to} = \vec{K}^{re} \sin\theta^{re} = \vec{K}^{ro} \sin\theta^{ro} \quad (2)$$

同时,在界面上,切向分量  $E$  和  $H$  必需是连续的:

$$\left. \begin{aligned} \hat{e}_x \cdot E^i(r, t) &= [E^r(r, t) + E^t(r, t)] \cdot \hat{e}_x \\ \hat{e}_x \cdot H^i(r, t) &= [H^r(r, t) + H^t(r, t)] \cdot \hat{e}_x \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

频率为“ $\omega$ ”的电磁场的振幅具有形式<sup>[2,3]</sup>:

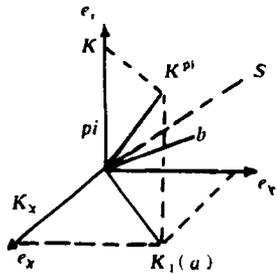


Fig. 2 Illustration of two coordinate systems

$$\left. \begin{aligned} E^{oq} &= -\epsilon_q^o (c/\omega) \tilde{\alpha}^{oq} \times \hat{S}_q \\ H^{oq} &= -(c^2/\mu\omega^2) \epsilon_q^o \tilde{\alpha}^{oq} K^{oq} \times (K^{oq} \times \hat{S}_q) \\ E^{eq} &= \tilde{\alpha}^{eq} [\epsilon_q^o \hat{S}_q - (K^{eq} \hat{S}_q) K^{eq}] \\ H^{eq} &= (c/\mu\omega) \epsilon_q^o \tilde{\alpha}^{eq} K^{eq} \times \hat{S}_q \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\text{而,} \quad E^q = E^{eq} + E^{oq}, H^q = H^{eq} + H^{oq} \quad (5)$$

式中,  $q = i, r, t$  分别表示入射、反射和透射光;  $q = 1, 2$ , 分别表示入射介质和出射介质;  $P = o, e$ , 分别表示寻常波和非常波。对应于图 2 的  $(\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z)$  坐标系,  $\hat{S}_q$  是单晶各向异性介质的光轴;  $\tilde{\alpha}^{pq}$  是待求的单位矢量;  $K^{pq}$  是波矢量, 并有:

$$\left. \begin{aligned} K^{pi} &= K_x \hat{e}_x + K_{z1}^{p+} \hat{e}_z, & K_t &= K_x \hat{e}_x + K_y \hat{e}_y, \\ K^{pr} &= K_x \hat{e}_x + K_{z1}^{p-} \hat{e}_z, & K^{tr} &= K_x \hat{e}_x + K_y \hat{e}_y, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将(4)式代入到(5)式中,并由边界条件(3)式即可导出由(7)式定义的新坐标系  $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{e}_z)$ :

$$\hat{b} = (\hat{e}_z \times \hat{K}_t)/K_t, \quad \hat{a} = \hat{K}_t/K_t \quad (7)$$

然后,在完成复杂过程的矢量运算后,得到(8)式所示的两介质界面上的矢量方程:

$$\begin{bmatrix} -\epsilon_1^o (c/\omega) A^{or} & -\epsilon_1^o b_1 & \epsilon_2^o (c/\omega) A^{ot} & \epsilon_2^o b_2 \\ -\epsilon_1^o (c/\omega) b_1 K_{z1}^o & B^{er} & -\epsilon_2^o (c/\omega) b_2 K_{z2}^o & -B^{et} \\ \frac{c^2 \epsilon_1^o}{\omega^2 \mu_1} \epsilon_1^o b_1 & \frac{c \epsilon_1^o}{\omega \mu_1} A^{er} & \frac{c^2 \epsilon_2^o}{\omega^2 \mu_1} \epsilon_2^o b_2 & -\frac{c \epsilon_2^o}{\omega \mu_2} A^{et} \\ \frac{c^2 \epsilon_1^o}{\omega^2 \mu_1} B^{ro} & -\frac{c \epsilon_1^o}{\omega \mu_1} b_1 K_{z1}^{e-} & -\frac{c^2 \epsilon_2^o}{\omega^2 \mu_2} B^{ot} & \frac{c \epsilon_2^o}{\omega \mu_2} b_2 K_{z2}^{e+} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}^{or} \\ \tilde{\alpha}^{er} \\ \hat{\alpha}^{ot} \\ \hat{\alpha}^{ot} \end{bmatrix}$$

$$= \tilde{\alpha}^{oi} \begin{bmatrix} \epsilon_1^\circ (c/\omega) A^{oi} \\ -\epsilon_1^\circ (c/\omega) b_1 K_{z_1}^\circ \\ (c^2 \epsilon_1^\circ)/(\omega^2 \mu_1) \epsilon_1^\circ b_1 \\ (-c^2 \epsilon_1^\circ)/(\omega^2 \mu_1) B^{oi} \end{bmatrix} + \tilde{\alpha}^{ei} \begin{bmatrix} \epsilon_1^\circ b_1 \\ -B^{ei} \\ -(c\epsilon_1^\circ)/(\omega\mu_1) A^{ei} \\ (c\epsilon_1^\circ)/(\omega\mu_1) b_1 K_{z_1}^{e*} \end{bmatrix} \quad (8)$$

这里,  $A^{pq} = \hat{a} \cdot [\hat{e}_z \times (\vec{K}^{pq} \times \hat{S}_q)] = -\hat{b} \cdot (\vec{K}^{pq} \times \hat{S}_q) = n_q K_t - a_q (\vec{K}^{pq} \cdot \hat{e}_z)$ ,

$$B^{pq} = \hat{b} \cdot \{ \hat{e}_z [\epsilon_q^\circ \hat{S}_q - (\vec{K}^{pq} \cdot \hat{S}_q) K^{pq}] \} = \epsilon_q^\circ a_q - K_t (\vec{K}^{pq} \times \hat{S}_q)$$

矩阵式(8)是计算矢量  $\tilde{\alpha}^{oi}$ ,  $\tilde{\alpha}^{ei}$  和  $\tilde{\alpha}^{ei}$  的普遍式,在渥拉斯顿偏振器的特定情况下,(8)式可有较简单一些的形式,即由公式(4),通过置换参量  $\tilde{\alpha}^{oi}$ ,  $\tilde{\alpha}^{ei}$  和  $\tilde{\alpha}^{oi}$ ,  $\tilde{\alpha}^{ei}$  来确定在两单晶介质的平面界面上的反射和折射。

### 三、渥拉斯顿偏振器分析

图 3 是一典型的渥拉斯顿偏振器截面图,通光口径  $\varnothing 25\text{mm}$ ,长度为  $17\text{mm}$ ,偏振器由两块双折射单晶材料的棱镜胶合而成(通常是石英或方解石晶体),两棱镜的光轴是互为正交。

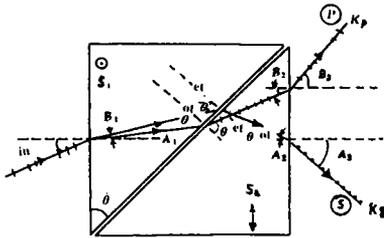


Fig. 3 The optical ray tracing in incident plane of a Wollaston polarizer

如图 3 所示,当一束偏振面与纸平面交角为  $45^\circ$  的平面偏振光入射到渥拉斯顿偏振器上,则在左边的棱镜中,入射光被分成两束平面偏振光,这二束光到达两棱镜的界面时,将分别向两个方向折射:其中,偏振面平行于纸平面的 P 分量偏向左棱镜的底边方向,而偏振面垂直于纸平面的 S 分量偏向右棱镜的直角边方向,计算了一个

方解石材料的渥拉斯顿偏振器的 P 分量与 S 分量的相速差,对于  $653.6\text{nm}$  波长的入射光, o 光与 e 光的折射率分别是  $n_o = 1.6544$  和  $n_e = 1.4846$ ,且 e 光的相速度比 o 光快  $11.4\%$ ,这就导致相位差的产生。

图 4 给出由(2)式所计算的出射角与入射角的依赖关系,P 分量与 S 分量的光程差是取决于渥拉斯顿偏振器几何结构参数以及光线在其中的传输路径。

图 5 示出了所计算的 P 分量与 S 分量相移,相移差随入射角的变化关系。图 6 是 P 分量和 S 分量的总透射系数  $T_P$  和  $T_S$  随入射角的变化关系。

在求渥拉斯顿偏振器总的透射系数(见图 6)的过程中,应考虑到所有可能的三种界面情况中的每一种:1. 各向同性介质/双折射单晶介质;2. 双

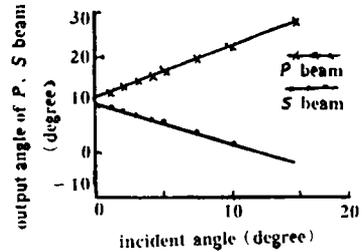


Fig. 4 Output angle vs incidence angle

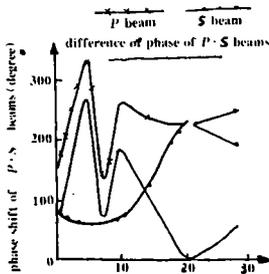


Fig. 5 Phase shift vs incidence angle

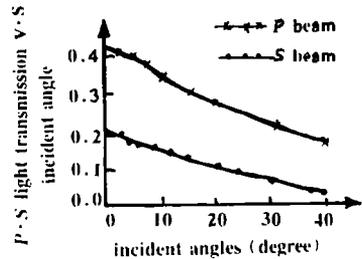


Fig. 6 Light transmission vs incidence angle

折射单晶介质/双折射单晶介质;3. 双折射单晶介质/各向同性介质,它们分别对应于矩阵式(8)的各个特定情况。这样,由(2)式和(4)式,对于S分量和P分量的三种界面情况的每一种的透射系数 $T_{1S}$ ,  $T_{2S}$ ,  $T_{3S}$ 和 $T_{1P}$ ,  $T_{2P}$ ,  $T_{3P}$ 分别有

$$T_{1S} = \frac{\sin^2 \theta_{in} \sin 2A}{\sin^2(\theta_{in} + A_1)} \quad (9)$$

$$T_{2S} = \frac{n_o \cos \theta^{ot}}{n_e \cos \theta^{ei}} \left( \frac{2K_{z1}^{et}}{K_{z1}^{e+} + K_{z2}^o} \right)^2 \quad (10)$$

$$T_{3S} = \frac{\sin 2A_2 \sin 2A_3}{\sin^2(A_2 + A_3)} \quad (11)$$

$$T_{1P} = \frac{\sin 2\theta_{in} \sin 2B}{\sin^2(\theta_{in} + B_1) \cos^2(\theta_{in} - B_1)} \quad (12)$$

$$T_{2P} = \frac{n_e' \cos(\Phi + \theta^{et})}{n_e \cos \theta^{ei}} \epsilon_1^o \left( \frac{K_{z1}^o}{K_{z1}^o K^{et} \cos \Phi + \epsilon_1^o \cos(\theta^{et} - \Phi)} \right)^2 \quad (13)$$

$$T_{3P} = \frac{n_{air} \cos B_2}{n_e' \cos(B_2 + \Phi)} \left( \frac{2K^{ei} \cos \Phi \cos(\theta^{et} - \Phi)}{K^{ei} \cos \Phi \cos B_3 + K_p \cos(\theta^{et} - \Phi)} \right)^2 \quad (14)$$

$$S \text{ 分量和 } P \text{ 分量总的透射系数: } T_S = T_{1S} T_{2S} T_{3S} \quad (15)$$

$$T_P = T_{1P} T_{2P} T_{3P} \quad (16)$$

式中,  $\Phi$  是双折射单晶介质中的P分量的坡印庭矢量与波矢量的交角,  $n_{air}$  是空气中的折射率,  $n_e'$  由方程式(1)给出。

如所预期的那样,由上述列出的表达式可见,对于S分量,其透射系数与界面的构成条件是无关的,即表达S分量的透射系数的表达式(9),(10),(11)具有与在两种各向同性介质界面上的菲涅尔折射、反射公式完全相同的形式<sup>[5]</sup>。

#### 四、成象仪器系统中的渥拉斯顿偏振器分析

图1所示是渥拉斯顿偏振器在干涉显微镜成象系统中的典型应用实例。图1描述了渥拉斯顿偏振器的分束和重新合束原理,以及高对比度干涉象的形成过程。首先,入射的非偏振光经由45°偏振片后,成为平面偏振光,然后,入射到第一个渥拉斯顿偏振器中,并在界面上分成二束互为正交的平面偏振光。从渥拉斯顿偏振器出射的二束光经过聚光系统后,沿平行路径传输,穿过样品(观察物体),以对称的光程进入到成象系统的其他部分中。最后,二束光又重新会合成一束相干的平面偏振光,并在中间象平面上形成干涉图象,其强度分布为:

$$I = I_P + I_S + 2\sqrt{I_P I_S} \cos(\Delta_P - \Delta_S) \quad (17)$$

同相位目标物体源的干涉取决于:(a).P和S分量的光程差(即相位差: $\Delta_P - \Delta_S$ );(b).光强对比度之比 $\rho$ ,  $\rho$ 由下式定义:

$$\rho = (I_{max} - I_{min}) / (I_{max} + I_{min}) \quad (18)$$

而P分量与S分量的光强对比度之比是:

$$\rho = 2\sqrt{I_P I_S} / (I_P + I_S) \quad (19)$$

图7给出了光强对比度与入射角的依赖关系,在准直入射角度变化10°的范围内,对比度的变化量: $\Delta\rho < 1.1\%$ (从0.93→0.92)。图7同时也表示了入射角变化10°范围内,P分量

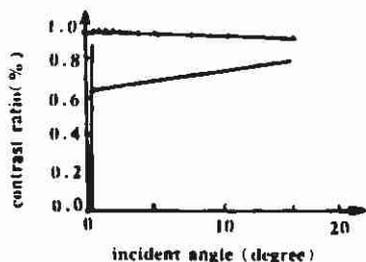


Fig. 7 Contrast ratio and output angle difference vs incident angle

与 S 分量的输出角变化量  $< 2\%$ 。这表明, 在这样的人射角变化范围内, P 分量与 S 分量的输出角是近于不变的, 因此, 渥拉斯顿偏振器的垂直物平面也将保持不移动, 即聚光系统的聚光特性就不会受到影响, 因此, 近轴光线就能遵循对称的光路形成干涉图象。

另一方面, 对于图 1 所示的光学成像系统, 其空间分辨率由 (20) 式给出:

$$\xi \sim \lambda_0 / (n \sin \theta) \quad (20)$$

这里, “ $n \sin \theta$ ” 是数值孔径, 显而易见, 要获得高的分辨率, 必须提高孔径, 但图 6 又表明入射角的变化将引起光线相位移的变化, 而导致成像系统对比度下降。因此, 综合上述分析, 表明: 如果要设计的光学仪器系统, 空间分辨率是主要考虑因素, 那么显然应选取某个角度的入射角, 而不是准直入射。正如图 6 所示的那样, 在某一入射角 ( $20^\circ$ ) 时, P 分量与 S 分量的相移差趋于零。

## 五、结 论

在上述分析中, 给出了两单晶介质界面上的光线传输普遍解, 以及渥拉斯顿偏振器理论分析的有效方法, 并据此研究了透射率、输出角与相位移之间的关系。成像系统中的渥拉斯顿偏振器分析表明: 渥拉斯顿偏振器不仅能够形成高对比度和高分辨率的干涉图象, 而且也保持了近轴入射光线的清晰的图象质量, 也正是这些优越的光学特性, 使得渥拉斯顿偏振器广泛应用于众多的高性能的激光、光学仪器的成像系统中, 像激光干涉仪, 高对比度衍射干涉显微镜, 激光偏振仪等等。

## 参 考 文 献

- 1 Gasper J, Sherman G C, Stamnes J J. J O S A, 1976;66(9):955
- 2 Azzam R M A. Ellipsometry and polarized light. North Holland; 1977:421
- 3 Stames J J, Sherman G C. J O S A, 1976;66(7):780
- 4 Yariv A, Yeh D. Propagation and control of laser radiation. New York:1984:550
- 5 Born M, Wolf E. Principles of optics. 4th ed. New York:1970:442
- 6 Lax M, Nelson D F. J O S A, 1975;65(6):668



作者简介: 马养武(附照片), 男, 1946年7月出生。副教授。现从事激光技术、光电子技术和激光器件光电子器件的研究工作。

黄 霖, 女, 1963年出生。博士。现为美国 Dalan-Jemer 光纤公司工程师。

收稿日期: 1994-09-05, 收到修改稿日期: 1994-12-23