

## 由 $M^2$ 参数定义的光束传输变换理论

陈培锋 丘军林

(华中理工大学激光研究所, 武汉, 430074)

**摘要:** 本文推导了任意光束与  $M^2$  参数有关的光腰和发散角经过薄透镜的变换规律, 定义了广义的  $R(z)$ , 导出了广义的 ABCD 法则。

**关键词:**  $M^2$  参数 光束传输

## Light beam propagation features defined by propagation factor $M^2$

Chen Peifeng, Qiu Junlin

(Institute of Laser, HUST)

**Abstract:** This paper emphasized the transference features of beam waist  $D_0$  and far field divergence  $\theta$ , defined by factor  $M^2$ , while a light beam goes through a lens system. A generalized parameter  $R(z)$  and  $q(z)$  are defined with the propagation factor  $M^2$  and profile diameter of the light beam. The fact is proved, that the parameter  $R(z)$  and  $q(z)$  obey the generalized ABCD rule.

**Key words:** propagation factor  $M^2$  propagation of beam

### 一、引言

长期以来,对于激光束的评价有许多不同的方法。例如采用发散角,模式以及双参数法等。即使对于同一个参数也往往有不同的定义方法。例如对光斑半径就可以采用套孔法、刀口法、半功率或  $e^{-2}$  功率法等,最近国际标准化组织(ISO)提出了以光束传输因子  $M^2$  参数来评价光束。该方法还同时对光斑直径和发散角提出了更加合理的定义,形成了比较完整的理论体系。正因如此,近来这方面的研究和讨论非常热烈。本文拟讨论光斑直径和发散角经过薄透镜后的变换,并在此基础上讨论实际谐振腔中谐振光束的光斑直径和发散角与腔参数的关系。

### 二、简单的回顾<sup>[1]</sup>

根据国际标准化组织(ISO)的定义,任意激光束的光斑直径  $D$  和发散角  $\theta$  定义为:

### 参 考 文 献

- 1 庄斗南,林美仪. 光学学报, 1984; 4(1): 50
- 2 张福泉,刘逢梅,王周三. 应用激光联刊, 1987; 6(3~4): 52

作者简介: 王 英,女,1962年1月出生。工程师。现从事激光加工设备的研究。

收稿日期: 1994-10-05



$$D_x^2(z) = 4^2 \int_A (x - \bar{x})^2 I(x \cdot y) dx dy \quad (1)$$

$$\theta_x^2 = 4^2 \int (\theta_x - \bar{\theta}_x)^2 I(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y \quad (2)$$

式中,  $\bar{x}$  和  $\bar{\theta}_x$  分别代表光束中心和光束传播方向。

$$\bar{x} = \int_A x I(x \cdot y) dx dy \quad (3)$$

$$\bar{\theta}_x = \int \theta_x I(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y \quad (4)$$

$$\text{它们满足} \quad \bar{x}(z) = \bar{x}_0 + \bar{\theta}_x \cdot (z - z_0) \quad (5)$$

即光束中心沿直线传播。

如果我们选取  $z$  轴沿光束中心, 则  $\bar{x} = \bar{\theta}_x = 0$ 。这种简化不会给我们的结论带来任何影响, 但在推导时可以带来许多便利。

光斑直径  $D$  和发散角  $\theta$  之间满足下面关系式:

$$D^2(z) = D_0^2 + \theta^2(z - z_0)^2 \quad (6)$$

式中,  $z_0$  为腰斑直径的位置。

上述定义的光斑直径  $D$  和发散角  $\theta$  有其非常深刻的物理含义, 在其基础上可以定义出任意光束的传输因子  $M^2$ 。

$$D_0 \cdot \theta = 4M^2\lambda/\pi \quad (7)$$

$M^2$  参数的一个非常重要的特性是它通过非畸变成象系统后不发生变化。但是  $D_0$  和  $\theta$  则会反变化。本文将讨论它们通过薄透镜时的变化。

### 三、 $D_0$ 和 $\theta$ 通过薄透镜的变换

假定一任意光束经过一薄透镜, 透镜焦距为  $f$ , 如图 1 所示。  $L, L'$  为透镜前后腰斑直径距透镜的距离,  $D_0, D_0'$  为透镜前后两腰斑直径,  $\theta, \theta'$  则为透镜前后的发散角。

根据薄透镜的傅里叶变换性质, 透镜前焦面上  $(x_f, y_f)$  点的振幅和位相正比于透镜象空间中光束中角度为  $(\theta_x' = x_f/f, \theta_y' = y_f/f)$  的角谱分量的振幅和位相, 由此经过非常简单的计算可求得<sup>[2]</sup>:

$$D_{xf} = f \cdot \theta' \quad (8)$$

式中,  $D_{xf}$  为透镜物方焦点处的光斑直径, 由(6)式得

$$D_{xf}^2 = D_0^2 + \theta^2(L - f)^2$$

代入(8)式, 得

$$\theta'^2 = \left(\frac{D_0}{f}\right)^2 + \theta^2 \left(\frac{L-f}{f}\right)^2 \quad (9)$$

同样地根据傅氏变换有:

$$D_{xf}' = f \cdot \theta \quad (10)$$

式中,  $D_{xf}'$  为象方焦点处的光斑直径, 由(6)式得

$$D_{xf}'^2 + \theta'^2(l' - f)^2 = f \cdot \theta \quad (10')$$

根据透镜前后光斑大小相同得:

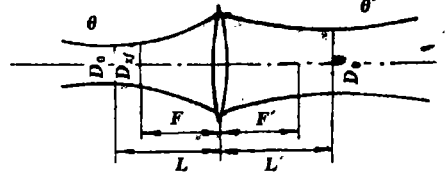


Fig. 1 Beam transmission through a thin lens

$$D_0'^2 + \theta'^2 \cdot L'^2 = D_0'^2 + \theta'^2 L'^2 \quad (11)$$

根据(10')和(11)两式及(9)式可以得到

$$\frac{1}{D_0'^2} = \frac{1}{D_0^2} \left(1 - \frac{L}{f}\right) + \frac{1}{f^2} \frac{1}{\theta^2} \quad (12)$$

和

$$\frac{L' - f}{L - f} = \frac{D_0'^2}{D_0^2} \quad (13)$$

至此,我们求得了所有参数变换,同样,我们还可以验证:

$$D_0 \cdot \theta = D_0' \cdot \theta' \quad (14)$$

即透镜前后的  $M^2$  参数不变。

#### 四、与基模高斯光束的比较<sup>[3]</sup>

基模高斯光束通过薄透镜时,前后参数之间有关系式:

$$\omega_0 \cdot \theta_0 = \omega_0' \cdot \theta'$$

$$\frac{1}{\omega_0'^2} = \frac{1}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{L}{f}\right)^2 + \frac{1}{f^2} \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda}\right)^2 \quad (14)$$

$$\frac{L}{L - f} = \frac{\omega_0'^2}{\omega_0^2}$$

与上节的结果比较我们发现二者之间极相似,这提醒我们与基模高斯光束类似地采用 ABCD 法则来讨论实际光束的光斑  $D_0$  和发散角  $\theta$  的变换规律。

#### 五、普遍的薄透镜 ABCD 法则

仿照基模高斯光束,定义:

$$R(z) = z + \frac{1}{z} \left(\frac{\pi D_0^2}{\lambda 4M^2}\right)^2 \quad (15)$$

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{4\lambda M^2}{\pi D^2(z)} \quad (16)$$

则可以证明有:

$$q(z) = i \frac{\pi D_0^2}{4\lambda M^2} + z = q_0 + z \quad (17)$$

和通过薄透镜时有:

$$\frac{1}{q'(z)} = \frac{1}{q(z)} - \frac{1}{F} \quad (18)$$

即由此定义的  $q(z)$  参数在自由空间和通过薄透镜时满足 ABCD 法则,同时还可以证明其它典型成像光学系统中也满足 ABCD 法则。

但要注意的是这里定义的  $R(z)$  并不具有与基模高斯光束那样的物理意义。一般情况下,这里的  $R(z)$  并不代表光束的波前曲率半径,因为在一般情况下光束并不具有球面波前。

#### 六、谐振腔中的谐振光束

通过上述的讨论我们可以发现,如果以  $D_0/(2M)$  和  $\theta/(2M)$  代替相应关于基模高斯光束的公式中的  $\omega_0$  和  $\theta$ ,则以上所有公式均可直接得出,由此可以推想,在谐振腔中的谐振光束的  $D_0/(2M)$  和  $\theta/(2M)$  必定满足相应的  $\omega_0$  和  $\theta$  的关系,即必定满足:

$$D_0 = 2M \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \frac{[L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)]^{1/4}}{(R_1 + R_2 - 2L)^{1/2}} \quad (19)$$

$$\theta = \frac{4\lambda}{\pi} \frac{M^2}{D_0} \quad (20)$$

经过仔细的推导,上面两式是成立的,由此可见实际的多模光学谐振腔中谐振光束的光斑和发散角分别是基模高斯光束的  $M$  倍。

假设谐振腔中限模光阑处的基模高斯光束光斑半径为  $w_L$ , 光阑半径为  $R_0$ , 则谐振腔中的实际谐振激光束的  $M$  参量可以估计为  $M = R_0/w_L$ 。

同样,输出光束的  $M^2$  参数估计为:

$$M^2 = (R_0/w_L)^2 \quad (21)$$

为了验证上式,我们在高功率  $\text{CO}_2$  激光器上作了如下实验:在同一谐振腔中改变  $R_0$ , 测量输出光束的  $M^2$  值。结果如图 2, 可见实验结果与理论吻合得很好。

## 七、结 论

本文讨论了实际光束的光腰和发散角经过典型成像系统-薄透镜的变换,由此得出结论,对于实际光束同样可以定义  $q$  参数,  $q$  参数满足 ABCD 法则,作为这一结论的一个应用,证明了谐振腔中谐振光束的光斑和发散角分别是基模高斯光束的  $M$  倍。

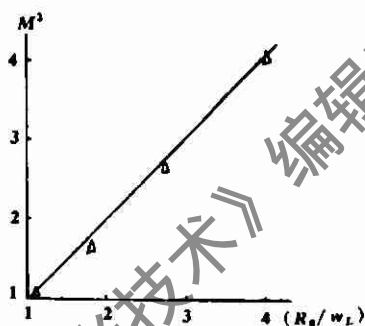


Fig. 2 Result of the experiment

## 参 考 文 献

- 1 Siegman A E. New developments in laser resonators. SPIE, 1990;1224:2~14
- 2 顾德门 J W. 傅里叶光学导论. 北京: 科学出版社
- 3 周炳琨, 高以智, 陈家驊. 激光原理. 北京: 国防工业出版社, 1980

作者简介: 陈培锋, 男, 1963年4月出生。副教授。现从事高功率气体激光器的研究。

收稿日期: 1994-09-28



· 简 讯 ·

## Nd:YAG 激光心血管治疗机研究成功

华中理工大学研制成功的 Nd:YAG 激光心血管治疗机, 采用单板机控制和数显技术, 可以定量与定时地对技术参数进行选取, 控制显示, 打印记录以便调节和监控激光器的工作状态, 从而可以保证在手术时提供合适的激光能量和运行时间, 实现了设备的智能化。该设备采用全封闭防尘防潮以及泵浦灯和 YAG 晶体棒分立安装的设计方式, 使整机紧凑, 小型, 整机一体化; 配套了柔韧的光纤耦合导管和相应的各种热探头, 与  $300\mu\text{m}$  的石英光纤间用外插式耦合, 光纤耦合效率高, 重复耦合误差  $\leq \pm 3.4\%$ 。该设备在解放军第四军医大学成功地进行人体临床手术, 并在北京协和医院激光医学中心进行了一年半的临床应用考核和激光心血管成形实验研究。

许德胜 供稿