

无衍射光束的传输*

张彬 吕百达

(四川大学光电科学技术系, 成都, 610064)

摘要: 本文使用稳相法对无衍射光束的传输特性作了详细的理论分析, 并与高斯光束作了比较。选用轴棱镜产生近似零阶贝塞尔光束的方案, 进行有关零阶贝塞尔光束传输特性的实验研究, 取得了在误差范围内实验与理论计算一致的结果。

关键词: 近似的无衍射光束 贝塞尔光束 稳相法 传输特性 轴棱镜

Analyzing the propagation properties of diffraction-free beams

Zhang Bin, Lü Baida

(Department of Opto-Electronic Science & Technology, Sichuan University)

Abstract: In this paper, by using the stationary-phase method the propagation properties of diffraction-free beams are analyzed in detail and compared with those of Gaussian beams. An axicon is used to produce the zeroth-order Bessel beam and then its propagation properties are studied experimentally. The results are consistent with the theoretical prediction.

Key words: near diffraction-free beams Bessel beams stationary-phase method propagation properties axicon

一、引言

“无衍射光束”概念是美国 Rochester 大学的 Durnin 等人在 1987 年提出的^[1,2]。最近, 杭州大学王绍民教授及其合作者在《应用激光》相继发表了“关于衍射的本性”, “高亮度超衍射极限光束的基本模式分析与应用前景”等文章^[3~7], 引起了广泛的关注。围绕无衍射光束的概念在国内外都引起了十分热烈的争论^[13,14]。本文在已有的研究基础上^[8~12], 对一类典型的无衍射光束 - J_0 光束的传输特性进行详细理论分析和实验研究。

用轴棱镜产生 J_0 光束的理论分析和实验结果

在图 1 所示的装置中, 轴棱镜的底面直径 $d = 2a = 39\text{mm}$, 棱角 $\gamma = 0.093\text{rad}(4.3^\circ)$, 材料用 K_9 玻璃, 折射率 $n = 1.52$, 用准直的 He-Ne 光(波长 $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$) 正入射到轴棱镜的底面, 在轴棱镜后 $Z_{\max} = \frac{a}{(n-1)\gamma}$ 范围内, 就可得到近似的无衍射零阶贝塞尔光束。

轴棱镜的振幅透过率函数为^[15]

$$t(r) = \begin{cases} \exp[-ik(n-1)\gamma r] & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases} \quad (1)$$

假定入射光束场分布为 $E_0 = \exp(-r^2/w^2)$, 式中, w 为入射高斯光束的束腰半径。由

* 本文主要内容在国家高技术 ICF 光束传输研讨会'94 会议(深圳)上报告。

Collins 公式得到在轴棱镜后的 z 处场分布为

$$E(r) = -\frac{ik \exp\left(\frac{ik}{2z}\right)}{z} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{r'^2}{w^2}\right) t(r') \exp\left(\frac{ikr'^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{krr'}{z}\right) r' dr' \quad (2)$$

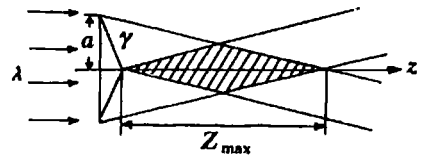


Fig. 1 A schematic illustration for generating Bessel beams by using an axicon

将(1)式代入(2)式得

$$E(r) = \frac{-ik \exp\left(\frac{ik}{2z}\right)}{z} \int_0^a \exp[ikf(r')] g(r') dr' \quad (3)$$

式中,

$$f(r') = \frac{r'^2}{2z} - (n-1)\gamma r' \quad (4)$$

$$g(r') = \exp(-r'^2/w^2) J_0(krr'/z) r' \quad (5)$$

采用稳相法对(3)式进行求解^[15], 由

$$f'(r')|_{r'=r_0} = 0 \quad (6)$$

可解得稳相点为

$$r_0 = (n-1)\gamma z \quad (7)$$

定义准直范围

$$Z_{\max} = a/[(n-1)\gamma] \quad (8)$$

对(3)式可分三种情况讨论:

(1) 当 $r' = r_0$ 位于 $(0, a)$ 之间, 即 $z < Z_{\max}$ 时

$$E(r) \approx \sqrt{\lambda z} \exp\left\{-\frac{[(n-1)\gamma z]^2}{w^2}\right\} J_0(ar) a \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \exp\left\{-i\left[\frac{k(n-1)^2\gamma^2 z}{2} + \frac{\pi}{4}\right]\right\} - \frac{a \exp(-a^2/w^2) J_0(kar/z)}{a - (n-1)\gamma z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \exp\left\{ik\left[\frac{a^2}{2z} - (n-1)\gamma a\right]\right\} \quad (9)$$

式中, $a = k(n-1)\gamma$, 为波矢 k 沿光轴 z 的分量。于是, 光强分布为

$$I(r) \approx a^2 \lambda z \exp\left\{-\frac{2[(n-1)\gamma z]^2}{w^2}\right\} J_0^2(ar) + \left[\frac{a \exp(-a^2/w^2) J_0(kar/z)}{a - (n-1)\gamma z}\right]^2 - \frac{2\sqrt{\lambda z} a \exp\left\{-\frac{[(n-1)\gamma z]^2}{w^2}\right\} \exp\left(-\frac{a^2}{w^2}\right) J_0(ar) J_0\left(\frac{kar}{z}\right)}{a - (n-1)\gamma z} \cos\left\{\frac{2k}{z} \left[a - (n-1)\gamma z\right]^2 + \frac{\pi}{4}\right\} \quad (10)$$

(2) 当 $r' = r_0 = a$, 即 $z = Z_{\max}$ 时

$$E(r) \approx (\sqrt{\lambda z}/2) \exp\left\{-\frac{[(n-1)\gamma z]^2}{w^2}\right\} J_0(ar) a \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \exp\left\{-i\left[\frac{k(n-1)^2\gamma^2 z}{2} + \frac{\pi}{4}\right]\right\} \quad (11)$$

$$I(r) \approx \frac{a^2 \lambda z}{4} \exp\left\{-\frac{2[(n-1)\gamma z]^2}{w^2}\right\} J_0^2(ar) \quad (12)$$

(3) 当 $r' = r_0$ 位于 $(0, a)$ 之外, 即 $z > Z_{\max}$ 时

$$E(r) \approx \frac{a \exp(-a^2/w^2) J_0(kar/z)}{a - (n-1)\gamma z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \exp\left\{ik\left[\frac{a^2}{2z} - (n-1)\gamma a\right]\right\} \quad (13)$$

$$I(r) \approx \left[\frac{a \exp(-a^2/w^2) J_0(kar/z)}{a - (n-1)\gamma z} \right]^2 \quad (14)$$

(10), (12)和(14)式为高斯光束经轴棱镜变换后的光强分布。

对于平面波入射,分别令(10), (12)和(14)式中的 $w \rightarrow \infty$, 于是光强分布为

(1)当 $r' = r_0$ 位于 $(0, a)$ 之间, 即 $z < Z_{\max}$ 时

$$I(r) \approx \alpha^2 \lambda z J_0^2(ar) + \left[\frac{a J_0(kar/z)}{a - (n-1)\gamma z} \right]^2 - \frac{2\sqrt{\lambda z} a J_0(ar) J_0(kar/z)}{a - (n-1)\gamma z} \cos \left\{ \frac{k}{2z} [a - (n-1)\gamma z]^2 + \frac{\pi}{4} \right\} \quad (15)$$

(2)当 $r' = r_0 = a$, 即 $z = Z_{\max}$ 时

$$I(r) \approx \alpha^2 \lambda z J_0^2(ar)/4 \quad (16)$$

(3)当 $r' = r_0$ 位于 $(0, a)$ 之外, 即 $z > Z_{\max}$ 时

$$I(r) \approx \left[\frac{a J_0(kar/z)}{a - (n-1)\gamma z} \right]^2 \quad (17)$$

(15), (16)和(17)式为平面波经轴棱镜变换后的光强分布。若采用轴上几何光强^[15]

$$I_G = \alpha^2 \lambda z \quad (18)$$

对光强分布进行归一, 则对应于(15), (16)和(17)式的相对光强分布为

$$\frac{I}{I_G} \approx J_0^2(ar) \left[1 + \frac{a^2 J_0^2(kar/z)}{\alpha^2 \lambda z [a - (n-1)\gamma z]^2 J_0^2(ar)} - \frac{2a J_0(kar/z)}{\alpha \sqrt{\lambda z} [a - (n-1)\gamma z] J_0(ar)} \cos \left\{ \frac{k}{2z} [a - (n-1)\gamma z]^2 + \frac{\pi}{4} \right\} \right] \quad (z < Z_{\max}) \quad (19)$$

$$\frac{I}{I_G} \approx \frac{J_0^2(ar)}{4} \quad (z = Z_{\max}) \quad (20)$$

$$\frac{I}{I_G} \approx \frac{a^2 J_0^2(kar/z)}{\alpha^2 \lambda z [a - (n-1)\gamma z]^2 J_0^2(ar)} \quad (z > Z_{\max}) \quad (21)$$

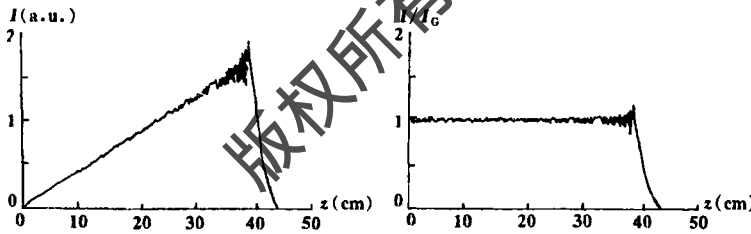


Fig.2 Theoretical results of the axial intensity I (a. u.) and normalized intensity I/I_G vs propagation distance z when a plane wave is incident upon the axicon

≤ 1 , $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, $\alpha = 480900 \text{m}^{-1}$, $\gamma = d/2 = 0.0195 \text{m}$, 假定 $z \sim 10^{-1} \text{m}$, 则有 $a^2 / \{\alpha^2 \lambda z [a - (n-1)\gamma z]\} \sim 10^{-2}$, $2a / \{\alpha \sqrt{\lambda z} [a - (n-1)\gamma z]\} \sim 10^{-3}$, 于是(19)式近似写成

$$I/I_G \approx J_0^2(ar) \quad (z < Z_{\max}) \quad (22)$$

由(22)式可以看出, 平面波经轴棱镜变换后, 在 $z < Z_{\max}$ 范围内, 将产生近似的 J_0 光束。同样地, 未归一的光强分布(15)式可写成

$$I(r) \approx \alpha \lambda z J_0^2(ar) \quad (z < Z_{\max}) \quad (23)$$

可以证明, (22)和(23)式均满足无衍射发散光束的判据^[17], 所表示的光束为无衍射光束。

下面利用轴棱镜的具体参数对 $z < Z_{\max}$ 时的相对光强分布(19)式进行近似处理。由于 $z < Z_{\max} = ka/\alpha = 0.38 \text{m}$, 则有 $J_0(kar/z) \leq J_0(ar)$ 且 \cos

$$\left\{ \frac{k[a - (n-1)\gamma z]^2}{2z} + \frac{\pi}{4} \right\}$$

图 2 给出分别利用(15)~(17)式,(19)~(21)式计算得到的平面波入射时轴上光强 I 或轴上相对光强 I/I_G 随传输距离 z 变化的理论曲线。由图 2 可以看出,平面波经轴棱镜变换后轴上光强与传输距离成线性关系,用轴上几何光强表示后的轴上相对光强几乎不随传输距离变化,只是在入射光束轴上光强值附近振荡。由于我们的实验是将 He-Ne 激光器输出的高斯光束直接进行扩束准直后入射到轴棱镜底面,因此入射的光束仍然是高斯光束。图 3 给出分别利用(10)~(14)式计算得到的高斯光束入射时的实验结果和理论曲线的比较,图中连续曲线为理论曲线,“×”为实验结果。计算使用文中所给参数,(a)入射高斯光束的束腰直径与轴棱镜口径之比 $w/D = 2.5$,

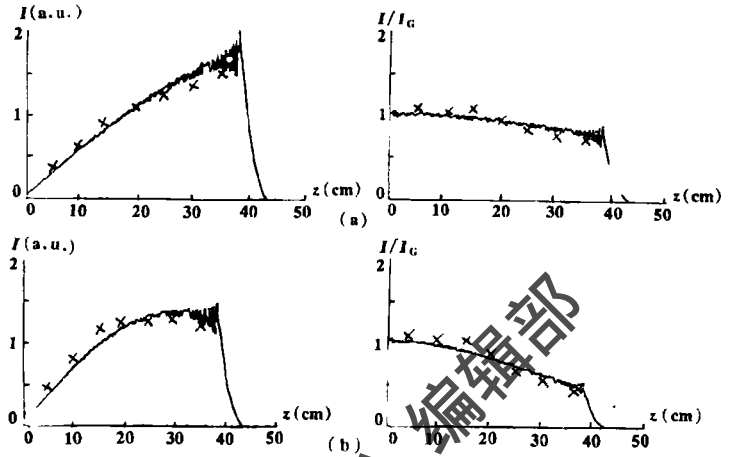


Fig. 3 Theoretical and experimental results of the axial intensity I (a. u.) and normalized intensity I/I_G vs propagation distance z when a Gaussian beam is incident upon the axicon, where “×” denotes experimental results and (a) $w/D = 2.5$ (b) $w/D = 1.5$

(b) $w/D = 1.5$ 。比较图 3 和图 2 可知,当入射高斯光束的束腰直径与轴棱镜口径之比越大,其经轴棱镜传输变换特性越接近平面波经轴棱镜的传输变换特性。由图 3 可以看出,在误差范围内,实验结果和理论预言一致。

三、 J_0 光束的传输特性

利用 Collins 公式,可以分析 J_0 光束通过有孔径光学系统的传输变换规律。现在讨论 J_0 光束通过硬边和软边光阑的传输变换特性并与高斯光束的有关结果作对比。

(1) 半径为 a 的硬边光阑

J_0 光束入射时相应的 Collins 公式变为

$$E(r, z) = -\frac{i2\pi}{\lambda z} \exp\left[ik\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)\right] \int_0^a J_0(ar') J_0\left(\frac{kr r'}{z}\right) \exp\left(\frac{ikr'^2}{2z}\right) r' dr' \quad (24)$$

高斯光束入射时的 Collins 公式变为

$$E(r, z) = -\frac{i2\pi}{\lambda z} \exp\left[ik\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)\right] \int_0^a \exp\left(-\frac{r'^2}{w_0^2}\right) J_0\left(\frac{kr r'}{z}\right) \exp\left(\frac{ikr'^2}{2z}\right) r' dr' \quad (25)$$

(2) 半径为 a , 透过率 $T(r') = \exp(-r'^2/2)$ 的高斯软边光阑

J_0 光束入射时相应的 Collins 公式为

$$E(r, z) = -\frac{i2\pi}{\lambda z} \exp\left[ik\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)\right] \int_0^a T(r') J_0(ar') J_0\left(\frac{kr r'}{z}\right) \exp\left(\frac{ikr'^2}{2z}\right) r' dr' \quad (26)$$

高斯光束入射时的 Collins 公式变为

$$E(r, z) = -\frac{i2\pi}{\lambda z} \exp\left[ik\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)\right] \int_0^a T(r') \exp\left(-\frac{r'^2}{w_0^2}\right) J_0\left(\frac{kr r'}{z}\right) \exp\left(\frac{ikr'^2}{2z}\right) r' dr' \quad (27)$$

一般地,对有限孔径情况无法得到解析结果,而只能作数值计算。图 4, 5 给出了分别用

(24), (26)式对 $J_0(ar)$ 光束通过硬边和软边光阑传输的数值计算结果。计算使用的参数为:

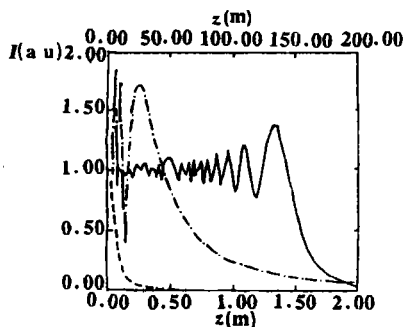


Fig.4 Axial intensity I (a. u.) as a function of propagation distance z for a J_0 beam (—) and two Gaussian beams with $w_0 = r_0$ (---) and $w_0 = a$ (-·-·-) passing through a sharp-edged aperture

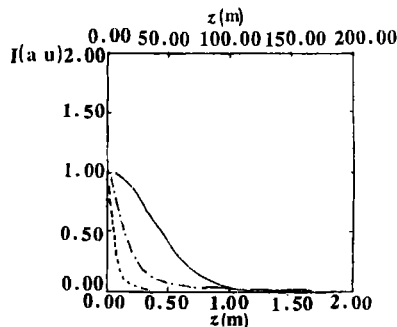


Fig.5 Axial intensity I (a. u.) as a function of propagation distance z for a J_0 beam (—) and two Gaussian beams with $w_0 = r_0$ (---) and $w_0 = a$ (-·-·-) passing through a soft-edged aperture

中心亮斑半径 $r_0 = 0.1\text{mm}$, J_0 光束参数 $\alpha = 24048\text{mm}^{-1}$, 波长 $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$, 光阑半径 $a = 40$, $r_0 = 4\text{mm}$, 软边光阑透过率 $T(\alpha) = 0.01$ 。由图 4, 5 可以得到以下结论:

- (1) 对于相同的孔径尺寸 a 来说, J_0 光束通过硬边光阑传输的 Z_{\max} 比软边光阑时的更长。
- (2) J_0 光束通过硬边光阑传输时, 由于光阑而产生的衍射效应使轴上光强在入射光束轴上光强附近振荡, 利用软边光阑可以消除轴上光强的振荡。

为了便于将高斯光束通过硬边和软边光阑的传输特性与 J_0 光束进行比较, 在图 4, 5 中还分别利用 (25), (27) 式给出了按 Durnin 提出的高斯光束光腰半径 $w_0 = J_0$ 光束中心亮斑半径 r_0 的比较标准和按 Sprangle 提出的高斯光束光腰半径 $w_0 =$ 光阑半径 a 的比较标准的高斯光束分别通过硬边和软边光阑的计算结果。图中下面横坐标单位用于 J_0 光束和 $w_0 = r_0$ 的高斯光束, 而上面的横坐标单位用于 $w_0 = a$ 的高斯光束。由图 4, 5 可以看出, 当采用 Durnin 的比较标准时^[13], 当光阑半径 a 与高斯光束的光腰半径 w_0 之比远大于 2 时, 因光阑的有限尺寸所产生的衍射效应可忽略不计, 此时, 高斯光束通过大相对孔径光阑的传输特性与高斯光束在自由空间中的传输特性完全相同。当采用 Sprangle 的比较标准时^[14], 光阑半径 a 与高斯光束光腰半径之比等于 1, 此时由于光阑所引起的衍射效应不能忽略, 于是, 高斯光束通过硬边光阑传输的轴上光强沿传输距离 z 的变化曲线存在振荡, 且利用软边光阑可以消除轴上光强的振荡。

由图 4 可知, J_0 光束的准直范围 $Z_{\max} = 1.65\text{m}$ 。采用 Durnin 的比较标准 $w_0 = r_0 = 0.1\text{mm}$ 时, 高斯光束的瑞利尺寸 $Z_{\max} = 0.05\text{m}$; 采用 Sprangle 的比较标准 $w_0 = a = 4\text{mm}$ 时, 高斯光束的瑞利尺寸 $Z_{\max} = 80\text{m}$ 。可以看出, 采用 Durnin 的比较标准得出的结论是 J_0 光束的准直范围远大于与其中心亮斑尺寸相同的高斯光束的瑞利尺寸, 而采用 Sprangle 的比较标准得到的结论是 J_0 光束的准直范围并远小于具有相同横向尺寸高斯光束的瑞利尺寸, 说明 Durnin 和 Sprangle 对于 J_0 光束和高斯光束在传输特性比较上得出的结论都是正确的, 得出相反结论的原因出在比较标准不相同上。Durnin 等人是将零阶贝塞尔光束的中心亮斑与相同大小光斑尺寸的高斯光束的传输进行比较, 而 Sprangle 等人则考虑了中心主瓣, 倒数第二旁瓣, 和位于 z 轴与孔径边缘中间位置上的旁瓣的不同传输特性, 认为应当将受光阑限制的贝

塞尔光束的整个束宽与相同光斑尺寸的高斯光束的传输作比较,由此得出截然相反的结论。

四、结 论

本文对无衍射 J_0 光束的传输特性作了详细的理论分析,并与高斯光束作了比较。研究结果表明,不同光阑对 J_0 光束的传输特性影响不同。由于 J_0 光束和高斯光束具有完全不同的场分布,它们通过相同光阑的传输特性亦不相同。对于高斯光束来说,当光阑半径比高斯光束半径大得多时,因光阑而产生的衍射效应可以忽略,而对于 J_0 光束来说,只要有限尺寸光阑存在,则无法忽略所产生的衍射效应。同时,利用衍射积分理论得出平面波经轴棱镜变换后在准直范围内将产生近似无衍射 J_0 光束,并在此基础上,选用轴棱镜方案进行了实验研究,取得了在误差范围内,实验与理论计算一致的结果。与此相比较,文献[16]亦采用衍射积分分析方法粗略地说明了轴棱镜产生近似无衍射光束的原理,然而在推导过程中采用较多的近似,且分析运算过程较复杂。本文则利用相法对衍射积分公式直接进行求解,分析过程简单且精度较高。

感谢国家高技术 863-410-1 对本项工作的支持。

参 考 文 献

- 1 Durmin J, Miceli J J, Eberly J H. Phys Rev Lett, 1987;58(15):1499~1501
- 2 Durmin J. J O S A(A), 1987;4(4):651~654
- 3 王绍民,林 强.应用激光,1994;14(1):1~2
- 4 王绍民,林 强.应用激光,1994;14(1):3~4
- 5 王绍民,林 强,陆贻辉.应用激光,1994;14(2):49~51
- 6 王绍民.应用激光,1994;14(3):99~101
- 7 林 强,陆贻辉.应用激光,1994;14(3):102~103
- 8 Lü B, Zhang B, Cai B *et al.* Diffractionless beams: their physical properties and propagation through optical systems, ICLOE'92, Beijing: 1992
- 9 吕百达,张 彬,蔡邦雄 *et al.* 光学学报,1993;21(9):840~844
- 10 吕百达,张 彬,蔡邦雄 *et al.* 科学通报,1994;39(2):125~128
- 11 Lü B, Zhang B, Cai B *et al.* J Optics, 1993;22(4):126~131
- 12 吕百达.应用激光,1994;14(6):273
- 13 Durmin J, Miceli J J, Eberly J H. Phys Rev Lett, 1991;66(6):838
- 14 Sprangle P, Hafizi B. Phys Rev Lett, 1991;66(6):837
- 15 Li Y, Platzler H. Opt Acta, 1983;30(11):1621~1643
- 16 Hermam R M, Wiggins T A. J O S A, 1991;A8(6):932
- 17 邓锡铭,郭 弘,王 刚.应用激光,1994;14(3):97~98

作者简介:张 彬,女,1969年9月25日出生。助教,硕士。主要从事激光光束的传输变换的研究。

收稿日期:1995-01-06

·产品简讯·

辅 助 电 源

美国康涅狄格州的 Superior Electric 公司报导一种小型高效 SP 系列稳压辅助电源,在交流电源停电时可立刻转换到蓄电池电源。双向滤波器保护回路避免临界电压。这种 SP 系列可用于北美的 120V/60Hz 制式或是国际上的 230V/50Hz 制式。

中免,三松 供稿