April, 1995

# 自由电子激光的小型化研究

### 祝家清 甘仲惟 余南山 文双春

(华中师范大学物理系,武汉,430070)

摘要:本文通过对自由电子激光输出波长的分析,指出了自由电子激光小型化的研究方向——微型摆动器的研究。在分析了小周期摆动器研究现状的基础上,提出了电流摆动器。它不但具有与静磁摆动器相同的效果,而且它的周期可以任意调节。因而,它便于控制。最后,还指出了有待进一步研究的问题。

关键词: 微型摆动器 电流摆动器 自由电子激光的小型化

#### Research on the miniaturization of FEL

Zhu Jiaqing, Gan Zhongwei, Yu Nanshan, Wen Shuangchun

(Department of Physics, Central China Normal University)

Abstract: According to the analysis on output wavelength of FEL, this paper point out that a one of main research fields of miniaturization of FEL is micro-wiggler. Based on the study of present situation of the small-period wiggler, a new current wiggler is presented. The wiggler has a same function as a permanent-magnet wiggler, its period cab be also regulated automatically. Therefore, the current wiggler can be used widely. Finally, this paper point out the problems of further research.

Key words: micro-wiggler current-wiggler miniaturization of FEL

# 子、引 言

目前的康普顿型自由电子激光,其整个体系庞大、复杂而精密,因而造价高昂。尤其是要求有高能量、高品质的电子束源,束缚了自由电子激光的研究。因此,必须开辟研究自由电子激光系统的尺寸和降低对电子束源的要求。

根据自由电子激光输出波长表达式:[1]

$$\lambda_{\rm s} = \frac{\lambda_0}{2\gamma^2} (1 + a_{\rm w}^2 + \gamma^2 \theta^2) \tag{1}$$

式中, $\lambda_s$ 为自由电子激光的输出波长, $\lambda_0$  为摆动器的周期长度, $\gamma$  为相对论性电子的无量纲能量, $a_w$  为摆动器场矢势的归一化有效值,且  $a_w=\frac{k}{\sqrt{2}}$ ,式中,k 是摆动器参数, $\theta$  是波矢与电子

平行速度之间的夹角。

由(1)式可知,  $\lambda_0$  与  $\gamma$  可以决定输出波长。当取  $\lambda_0$  = 1cm,  $\gamma$  = 4,则  $\lambda_s$  将落在亚毫米波段;若取  $\gamma$  = 40~100,则  $\lambda_s$  将落在红外波段。现在我们将它反过来,若输出波长  $\lambda_s$  一定,当减小摆动器的周期长度  $\lambda_0$ ,则电子的相对论无量纲能量值也将相应降低。这样,可以降低加速器的能量,从而可以放宽对电子束质量的要求。于是,自由电子激光小型化研究的关键,是缩小摆动器的周期长度,以提高自由电子激光的效率。随后,我们将讨论小周期摆动器的研究现状,并分析讨论电流摆动器,以及电子在该摆动器中辐射谱特性,提出电流摆动器有待进一步研究的问题。

## 二、小周期摆动器的现状

美国 Brookhaven 国家实验室<sup>[2]</sup>,利用他们的加速器产生 50MeV 高亮度的电子束,在可见光范围内进行振荡器的实验,他们应用的微型摆动器,其周期长度为 0.88cm,总长度 L=60cm,而摆动器参数 K=0.35,这说明微型摆动器是可取的。美国加利福尼亚大学分校<sup>[3]</sup>,利用钕-铁-硼(Nd-Fe-B)制造了微型摆动器,其周期长度约为 4mm。我国工程物理研究院电子工程研究所,利用钕-铁-硼材料制造了  $\lambda_0$  为 10mm 的微型摆动器<sup>[4]</sup>,跟国外同类微型摆动器相比,它更具优越性。

目前, 微型摆动器在制造技术上遇到很大的困难。从单个小磁铁的制造到它们的装配, 都是技术上复杂的问题, 若要得到 8mm 的摆动器周期, 就需要四个小磁铁, 每个磁铁的厚度就是 2mm, 而且磁极又不容易粘接。不但如此, 而且误差很大。显然, 装配技术要求很高。若要把摆动器的周期做得更短, 其困难的程度是显而易见的。因此, 用分离状永磁块拼接方法是不可取的。在此基础上, 产生了微型摆动器的新方案, 即在 Nd-Fe-B 块上刻出齿状槽, 并沿 z 方向极化。这种方案简化了加工制造上的困难。因此, 它具有明显的优越性: 在一块 Nd-Fe-B 上可以刻出许多个周期; 装配、操作都很容易; 简化了磁极拼接方案中的齿的定位; 减少了堆叠误差等。然而, 它也存在一定的问题: 场强比净永久磁铁的要小些; 重复讯号和长周期都存在误差; 末端的场强大等。虽然存在问题, 但可以想办法克服。因此, 这类微型摆动器也是一种研究方向。

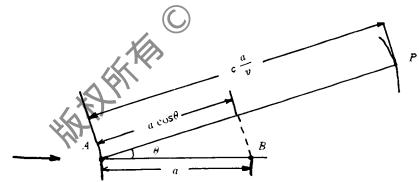


Fig. The constructive interference of E-M wave from point A and B

电子束掠过金属光栅表面时,金属表面将感应出象电荷,并且在垂直于电子束传播方向上振动,因此,它发射的电磁波跟电子束一起向前传播。设光栅常数为a,观测方向与电子运动方向的夹角为 $\theta$ ,如附图所示。若A,B两点发射的电磁波产生完全相长干涉,其波程差应等于

波长的整数倍,即

$$c\frac{a}{v}-a\cos\theta=n\lambda, \qquad n=1,2,3,\cdots$$
 (2)

式中,v 为电子的速度,c 为光速。若 n=1 时,则相干光的波长为

$$\lambda = a(\beta^{-1} - \cos\theta) \tag{3}$$

式中, $\beta = \frac{v}{c}$ 。由此可见,辐射光的波长与光栅周期、电子束的能量以及辐射角  $\theta$  有关。当光栅周期和电子束的能量一定时,辐射角越大,产生的波长就越短。目前,这种效应受到人们的重视。由于它的辐射光的强度非常微弱,因而,要想得到高效率的自由电子激光,关键在于好的光学反馈系统。

### 三、电流摆动器

以上叙述了小型自由电子激光器的几种方案,它们都有研究的必要,而且都具有一定的可行性。我们这里从另外的途径研究自由电子激光的小型化。

我们知道,电子束通过摆动器产生自由电子激光的关键,在于电子在摆动器中,除了纵向运动以外,还要获得横向振荡运动。只要想办法造成电子的横向振荡,就有可能产生相干的光辐射。根据电流产生磁场的原理,可以规定一个电流,并且这个电流产生一磁场,该磁场可以使电子产生横向振荡运动。我们把这样的电流密度产生磁场的磁场结构称为电流摆动器。

设电流密度[6]为

$$\vec{J}(x,y) = -e_z D\delta(x), \qquad |y| > R,$$
 其它为零 (4)

由此产生的磁场可近似写成

$$\hat{B}_{w}(x) \simeq -e_{y} \frac{4Dx}{cR} = -e_{y}Qx \tag{5}$$

式中,D,R,Q都是常数,c是光速。

假设电子的初始条件为:

t=0 时,  $x=x_0$ ,  $v_x=0$ , 则电子在该磁场中的运动轨迹为:

$$z = x_0 \cos \omega_0 t z = v_{//} t + \frac{\omega_0 x_0^2 \sin(2\omega_0 t)}{8v_{//}}$$
 (6)

式中

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{ev_{//} Q}{m\gamma c}} \tag{7}$$

式中, $v_{//}$ 是平均纵向速度。由图可知,电子在电流摆动器中的速度及轨迹与静磁摆动器中的情形实质上是一样的。下面,我们继续讨论电子在电流摆动器中的辐射谱特性。

假定线极化电磁波为

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \operatorname{Re} \exp \left[ i \left( \omega_e t - k_e \vec{n} \cdot \vec{r} + \Phi \right) \right]$$
 (8)

式中,  $\omega_e$ ,  $k_e$  分别是电磁波的频率和波数, 幅值  $E_0$  和初相位  $\Phi$  均为恒量。

电子在与电磁波相互作用的过程中,满足

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(mc^2\gamma) = e\vec{v} \cdot \vec{E} \tag{9}$$

在(0,t)上积分上式,当在电场不太强的情形下可将  $\gamma$  展开成级数,其一阶扰动量为

$$\gamma_1 = \frac{e}{mc^3} \int_0^t \vec{v}^0 \cdot \vec{E} \, \mathrm{d}t \tag{10}$$

式中, 70 为电子未受电磁波扰动时的速度。将(8)式代入(10)式,则得

$$\gamma_1 = \operatorname{Re}\left(\frac{eE_0}{mc^2}\cos\theta\right) \int_0^t v_0 \exp\left[i\left(\omega_e t - k_e \vec{n} \cdot \vec{r} + \Phi\right)\right] dt$$
 (11)

由于辐射主要集中在前方的小锥角内,其半宽度 $\sim 1/\gamma$ ,展开  $\sin\theta$  和  $\cos\theta$ ,略去二阶无穷小量,则最后可得

$$\gamma_{1} = \operatorname{Icc}\left[\frac{ieL_{0}\omega_{0}x_{0}e^{i\Phi}}{2mc^{2}} \cdot \frac{2\pi N_{0}}{\omega_{0}}\right]\int_{0}^{1}\left\{\exp\left[i\left(N+l+\frac{\delta\omega}{\omega_{0}}\right)2\pi N_{0}\tau\right] - \exp\left[i\left(N-l+\frac{\delta\omega}{\omega_{\tau}}\right)2\pi N_{0}\tau\right]\right\}$$

$$+ \exp \left[ -i \frac{\omega_e}{\omega_t} \zeta \cos(2\pi N_0 \tau) \right] + \exp \left[ -i \frac{\omega_e}{\omega_t} \hat{\varsigma} \sin(4\pi N_0 \tau) \right] d\tau$$
 (12)

式中, $\omega_c=N\omega_c+\partial\omega_cN$  是谐波次数、N 是谐波次数、N 是误谐量, $\tau=t/T$ ,T 为电子与电磁波的作用时间。 $N_0$ 是电子摆动的周期数,而且

$$\zeta = \frac{\omega_0 x_0 \cos \varphi}{c \left(1 - \beta_z \cos \theta\right)} \tag{13}$$

$$\xi = \frac{\omega_0^2 x_0^2}{8cv_{\parallel} (1 - \beta_z \cos\theta)} \tag{14}$$

根据整数阶贝塞尔函数的母函数的等价形式,并且当  $N_0\gg 1$ ,  $\frac{\delta\omega}{\omega_{\rm r}}\ll 1$  (相当于电磁波频率接近共振),最后积分计算(12)式可得

$$\gamma_{1} = \operatorname{Re} \frac{ieE_{0}\omega_{0}x_{0}e^{i\Phi}}{2mc^{2}} \cdot \frac{2\pi N_{0}}{\omega_{0}} \sum_{l,n=-\infty}^{\infty} (-1)^{l} J_{s}(N\zeta) J_{n}(N\xi)$$

$$\cdot \left(\delta_{N+1,2n-l} - \delta_{N-1,2n-l}\right) \cdot \exp\left(i\pi N_{0}\frac{\delta\omega}{\omega_{r}}\right) \frac{\sin(\pi N_{0}\delta\omega/\omega_{r})}{\pi N_{0}\delta\omega/\omega_{r}}$$
(15)

式中,  $J_n$  是第一类贝塞尔函数,  $\delta_{i,j}$  是克罗内克尔符号, 当 i=j 时,  $\delta_{ij}=1$ ; 当  $i\neq j$  时,  $\delta_{ij}=0$ , 因此, 明显有

$$l = 2N - N \pm 1 \tag{16}$$

这样, 当 N 为奇数时, l 为偶数; 而当 N 为偶数时, 则 l 为奇数。于是, 我们可以分别得到两个不同的能量值( $\gamma$ )。必须指出, 由于电子在进入电流摆动器的相互作用区域时, 初相位是任意的, 因此, 为了求得电子与波的净能量交换, 还需求出电子与波相互作用能量的平方平均值, 即  $\langle (\gamma_i - \gamma_i)^2 \rangle$ , 其中,  $\gamma_i$  表示电子进入相互作用区域的初始能量。然后, 再利用麦蒂定理, 经过运算后, 就可以得到电子在电流摆动器中的辐射谱分布, 即

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}\omega} = \frac{e^2 x_0^2 N_0^2 \omega_n^2}{16\epsilon_0 c^3} \left(\frac{\sin\chi}{\chi}\right)^2 q(N) \tag{17}$$

式中,  $\gamma = \pi N_0 \delta \omega / \omega_r$ , q(N) 表示与 N 的奇、偶数有关的一个函数。

(17)式说明,电子在电流摆动器中辐射的谱分布与电子在静磁摆动器中的谱分布实际上是一样的<sup>[7]</sup>。这就说明电流摆动器与通常的摆动器具有相同的功效。值得指出的是,(17)式