

光束传输的三维模型*

吕百达 冯国英 蔡邦维

(四川大学光电科学技术系, 成都, 610064)

摘要: 本文目的是:(1)建立模拟圆高斯光束、简单和复杂象散高斯光束传输的三维模型;(2)在普遍情况下证明复波前矩阵 Q^{-1} 的转置对称性,并用数值计算证实这一性质。

关键词: 光束传输 复波前矩阵 简单象散和复杂象散 三维计算机模拟

Three-dimensional model for the beam propagation

Lü Baida, Feng Guoying, Cai Bangwei

(Department of Opto-Electronic Science & Technology, Sichuan University)

Abstract: The purpose of the present paper is: (1) to build up a three-dimensional (3-D) model of simulating the propagation of circular Gaussian beam, simple and complex astigmatic Gaussian beam; (2) to show the transposition symmetry of the complex wavefront matrix Q^{-1} and confirm this property by numerical calculations.

Key words: beam propagation complex wavefront matrix simple and general astigmatism three-dimensional computer simulation

一、引言

众所周知,研究激光束的传输变换规律有重要意义。实际工作中除圆高斯光束外,还常常遇到象散光束,典型例为板条固体激光器和二极管激光器的输出光束。描述光束通过 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 复杂光学系统(其中 A, B, C, D 一般情况下为 2×2 矩阵)变换的普遍规律是所谓广义 ABCD 定律^[1]

$$Q_2^{-1} = (C + D Q_1^{-1})(A + B Q_1^{-1})^{-1} \quad (1)$$

式中, Q_1^{-1}, Q_2^{-1} 为光束经光学系统变换前后的 2×2 复波前矩阵。(1)式既能描述简单象散光束,又能描述复杂象散光束^[2]通过非轴对称($\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 为 4×4 矩阵)或轴对称($\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 约化为 2×2 矩阵)光学系统的传输。并且,在圆高斯光束的情况下,就简化为熟知的 ABCD 定律。

本文旨在对光束传输的两个重要问题作较为深入的讨论,即:(1) Q^{-1} 的转置对称性。这是

* 国家教委博士点基金资助项目。

复波前矩阵的一个十分重要的性质,文献中仅指出了这点,但未在较为普遍情况下给予证明。本文在 Q^{-1} 满足自再现条件(光腔情况)和传输情况(遵守(1)式)下,严格证明了 Q^{-1} 的转置对称性。(2)光束传输的三维模型。编制了适用范围较广的计算机软件,能模拟圆高斯光束、简单和复杂象散高斯光束的轮廓和在主截面上光斑尺寸随传输距离的变化,并将象散光束和圆高斯光束传输中的不同行为作了比较分析。

二、 Q^{-1} 的转置对称性

对于光腔情况,本征模除(1)式外还必须满足自再现条件,即:

$$Q_2^{-1} = Q_1^{-1} = Q^{-1} \quad (2)$$

此时,(1)式中 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 为光腔往返一周矩阵。将(2)式代入(1)式,得:

$$Q^{-1} = (C + D Q^{-1})(A + B Q^{-1})^{-1} \quad (3)$$

对(3)式两端取转置 T 后与(3)式相减,并利用 A, B, C, D 矩阵的性质^[3],得到:

$$Q^{-1} - (Q^{-1})^T = (A + B Q^{-1})^T (Q^{-1} - (Q^{-1})^T) (A + B Q^{-1}) \quad (4)$$

(4)式两端同时取行列式后,有:

$$|Q^{-1} - (Q^{-1})^T| \cdot (|A + B Q^{-1}|^2 - 1) = 0 \quad (5)$$

$$\text{即} \quad |Q^{-1} - (Q^{-1})^T| = 0 \quad (6)$$

$$\text{和/或} \quad |A + B Q^{-1}| = 1 \quad (7)$$

因(7)式不一定处处成立,故(6)式须满足,这意味着

$$Q^{-1} = (Q^{-1})^T \quad (8)$$

于是,我们证明了,对满足自再现条件(2)式下的光腔本征模, Q^{-1} 具有转置对称性。

现在来研究光束传输问题,即需要证明,(1)式中的 Q_1^{-1} 满足(8)式时, Q_2^{-1} 也一定满足。由文献[3],易证

$$A^T C - C^T A + Q_1^{-1} (B^T C - D^T A) + (A^T D - C^T B) Q_1^{-1} + Q_1^{-1} (B^T D - D^T B) Q_1^{-1} = O \quad (9)$$

式中, O 为 2×2 零矩阵。对(9)式作简单矩阵运算后,化为

$$(C + D Q_1^{-1})(A + B Q_1^{-1})^{-1} = (C + D Q_1^{-1})(A + B Q_1^{-1})^T \quad (10)$$

$$\text{这即是} \quad Q_2^{-1} = (Q_1^{-1})^T \quad (11)$$

证毕。

三、光束传输的计算机模拟

下面,分别讨论圆高斯光束、简单象散和复杂象散高斯光束三种情况。

1. 圆高斯光束

这是用作比较的最简单情况,但统一用广义 $ABCD$ 定律统一处理。设图 1 所示平凹稳定腔(二反射镜曲率半径分别为 $R_1 = \infty, R_2 = 2\text{m}$,腔长 1m)中光束由腔内倾斜分束器 S 耦合输出,经距 S 为 1m 处、焦距 $f = 500\text{mm}$ 透镜 F 后,在自由空间中传输。计算作图起点取在 F 后表面($z=0$)处,由(1)式和(2)式,易求出 $z=0$ 处的 Q_1^{-1} 为

$$Q_1^{-1} = \begin{pmatrix} -0.16 \times 10^{-2} - 0.2 \times 10^{-3}i & 0 \\ 0 & -0.16 \times 10^{-2} - 0.2 \times 10^{-3}i \end{pmatrix} (\text{mm}^{-1}) \quad (12)$$

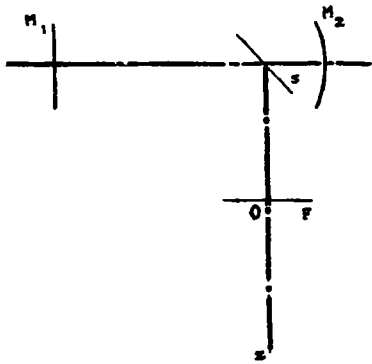


Fig. 1 Optical transformation system consisting of a two-mirror resonator and a lens

$$Q_i^{-1} = \begin{bmatrix} -0.12 \times 10^{-2} - 0.2 \times 10^{-3}i & 0 \\ 0 & -0.1029 \times 10^{-2} - 0.2 \times 10^{-3}i \end{bmatrix} \text{ (mm}^{-1}\text{)} \quad (13)$$

显然,这是一个圆对称高斯光束。光束三维轮廓图和光斑尺寸 w 随传输距离 z 的变化(本文未讨论波面曲率半径问题,故有关图略去,下同。对此可参考文献[4])示于图 2a 和 2b,这是用统一编制的光束传输软件在 Super-386 微机上完成的。图上直观表示出圆高斯光束传输规律,例如,在各轴截面上,光斑尺寸按相同的双曲线规律变化,横截面上光斑形状均为圆形等,光腰位置为 $z = 615.4\text{mm}$ 处。

2. 简单象散高斯光束

若图 1 中 F 用双轴透镜代替, $f_x = 450\text{mm}$, $f_y = 600\text{mm}$, 由(1)式和(2)式可求出,在 $z = 0$ 处有:

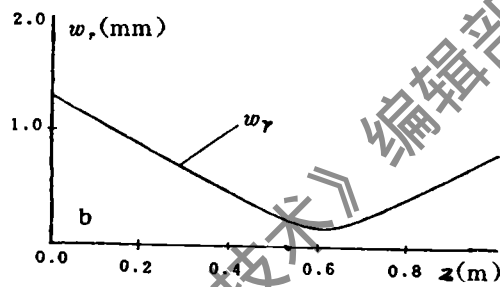
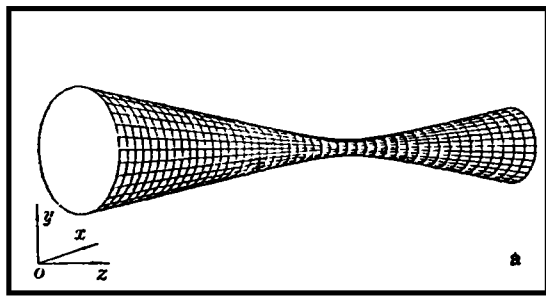


Fig. 2 a-3-D profile of a circular Gaussian beam b-spot size w_r vs propagation distance z

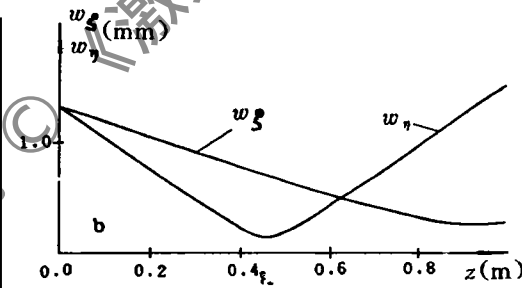
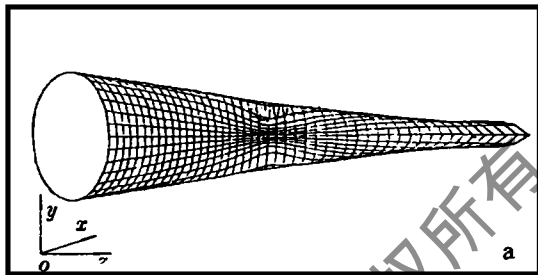


Fig. 3 a-3-D profile of a Gaussian beam with simple astigmatism b-spot sizes w_x, w_y vs propagation distance z

容易看出,这是一个简单象散高斯光束,图 3a 和 3b 给出了传输中的光束三维轮廓图和两个主截面上,光斑尺寸 w_x, w_y 随 z 的变化。由图可知,与圆高斯光束的显著区别是一般有 $w_x \neq w_y$,且光腰大小不等,位置也不一定重合。但由于 Q^{-1} 的实、虚部对角化角度相等,并且在自由空间中传输时保持不变,因此,简单象散高斯光束在传输中椭圆截面并不旋转,光束参数无耦合,这一性质使得在两个主截面上分别使用常规的 ABCD 定律处理简单象散光束通过轴对称光学系统的变换成为可能。

3. 复杂象散高斯光束

仍用图1,但 M_2 取为椭球面镜,二主曲率半径 $R_{2x}=2m, R_{2y}=5m$,F用双轴透镜 $f_x=400mm, f_y=700mm$,且主轴绕光轴旋转 30° ,其余参数同前。用文献[4]中方法判断,这是一个稳定腔,计算求得 $z=0$ 处光束 Q_1^{-1} 为

$$Q_1^{-1} = \begin{bmatrix} -0.1832 \times 10^{-2} - 0.2 \times 10^{-3}i & 0.4638 \times 10^{-3}i \\ 0.4638 \times 10^{-3}i & -0.1447 \times 10^{-2} - 0.2501 \times 10^{-3}i \end{bmatrix} (\text{mm}^{-1}) \quad (14)$$

(14)式表明这是有复杂象散的高斯光束,借助于所编制的计算机程序作数值解和作图,得到图4a和4b。由计算可知, $Q^{-1}=(Q^{-1})^T$ 的关系式对所讨论的圆高斯光束和象散高斯光束在传输

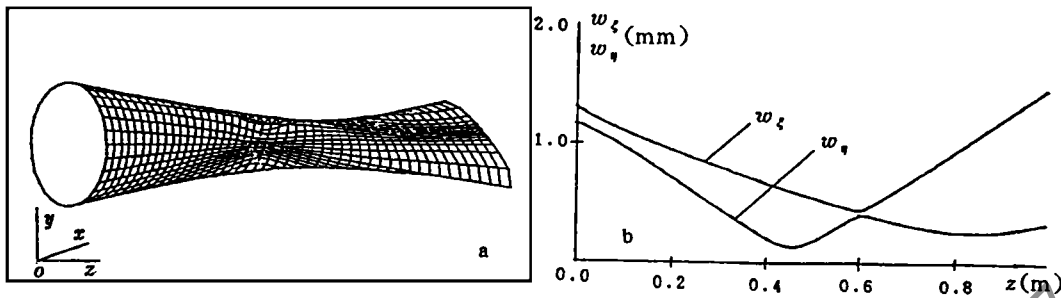


Fig. 4 a-3-D profile of a Gaussian beam with general astigmatism b-spot sizes w_x, w_y vs propagation distance z

中始终都是成立的。但对复杂象散高斯光束(例如(14)式), Q^{-1} 的实部和虚部不能同时对角化,实、虚部的对角化角度在传输中还要变化。此外,从图4还可看出主截面上光斑尺寸 $w_x \neq w_y$ 。光束在传输过程中要发生旋转,并且即使在自由空间中传输时,也可能出现多个极小值(图4b中的 w_y),这是与圆高斯光束和简单象散情况不同的。

四、小 结

本文的理论分析和数值计算都证明了描述光束的特征量——复波前矩阵 Q^{-1} 具有转置对称性,并且在传输中仍保持这一性质。文中所进行的光束轮廓的三维计算机模拟可以直观地显示出在传输中光束形状的变化,便于校核实际应用中某些特殊要求(例如光斑成圆、束腰重合等等)的光学系统的设计工作。例如,图3b表明,当 $z=638.5\text{mm}$ 时,光斑成圆,此时有

$$Q^{-1} = \begin{bmatrix} 5.60 \times 10^{-3} - 1.50 \times 10^{-3}i & 0 \\ 0 & -2.44 \times 10^{-3} - 1.50 \times 10^{-3}i \end{bmatrix} (\text{mm}^{-1}) \quad (15)$$

这类工作对有象散特性的激光器,例如板条固体激光振荡-放大系统的光束传输、光斑形状变换和模匹配等问题的研究有重要意义。

参 考 文 献

- 1 Arnaud J A. BST J, 1970;49(6):2311~2348
- 2 Arnaud J A, Kogelnik H. Appl Opt, 1969;8(8):1687~1693
- 3 林 强,王绍民,吕百达. 中国激光,1990;17(3):150~155
- 4 Lü B, Xu S, Hu Y *et al.* Opt & Quant Electron, 1992;24(6):619~630

作者简介:吕百达,参见《激光技术》,1993年,第17卷,第6期,第339页。

收稿日期:1993-09-23