

大气扰动的空时特征与相位畸变的自适应光学校正

宋正方

(中国科学院安徽光学精密机械研究所, 合肥, 230031)

摘要: 本文分析了大气扰动的空时特征与自适应光学系统各参数的关系, 首先给出了大气湍流和风速的高度分布模型, 并据此用经典理论计算了相干长度、相干时间和等晕角, 其次对自适应光学系统的各项内部误差作了讨论, 给出了诸误差的典型值, 最后考虑了自适应光学系统的 Strehl 比。

关键词: 自适应光学 大气相干长度 相干时间 等晕角 湍流与热晕校正

Spatial-temporal characteristic of atmospheric perturbation and adaptive optics correcting phase distortion

Song Zhengfang

(Anhui Institute of Optics & Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: The relation between spatial-temporal characteristic of atmospheric perturbation and several parameters of adaptive optics system is analysed in this paper. Some altitude-distribution models of atmospheric turbulence intensity and wind velocity are presented. According to these models the atmospheric coherence length, the coherence time and the isoplanatic angle are calculated. The internal errors of an adaptive optics system are discussed. The typical value of each error is indicated. The Strehl ratio of the system is considered in last.

Key words: adaptive optics atmospheric coherence length coherence time isoplanatic angle turbulence and thermal blooming correction

一、引言

众所周知,地面接收的星象存在着或明或暗(闪烁)和或大或小(抖动)的畸变,致使直径达10m的巨型望远镜的分辨率同业余水平的直径仅十几厘米的望远镜相差无几。激光与红外辐射在近地面传输时存在着更大的相位和振幅畸变,产生这些畸变的根本原因是大气中存在

湍流;对高功率或大能量激光束而言,还可能产生由大气吸收引发的非线性热畸变(热晕)。目前人们已经找到校正上述畸变的有效途径,这就是自适应光学技术(AOT)。业已证明,AOT在提高成像质量和改善光束质量方面起着卓越的作用,但其作用在很大程度上受大气湍流或热晕状态的限制,同时也与AOT系统参数的选择有密切的关系。本文就大气结构与AOT系统的关系进行分析,以期对自适应光学系统的设计与使用提供有价值的意见。

二、大气的性质

1. 大气扰动的空时特征

自适应光学技术在大气中使用其性能与下列三个参数密切相关:相干长度 r_0 ,相干时间 τ_0 和等晕角 θ_0 。它们的物理意义是在此长度、时间和角度范围内光波的振幅和相位起伏的特征是相关的,它们的数学表达式分别为:

$$r_0 = 0.185\lambda^{\frac{2}{3}}\cos^{\frac{2}{3}}Z \left[\int C_n^2(h)dh \right]^{-\frac{3}{2}} \quad (1)$$

$$\tau_0 = 0.0581\lambda^{\frac{2}{3}}\cos^{\frac{2}{3}}Z \left[\int C_n^2(h)v^{\frac{2}{3}}(h)dh \right]^{-\frac{3}{2}} \quad (2)$$

$$\theta_0 = 0.0581\lambda^{\frac{2}{3}}\cos^{\frac{2}{3}}Z \left[\int C_n^2(h)h^{\frac{2}{3}}dh \right]^{-\frac{3}{2}} \quad (3)$$

式中, λ 为波长, Z 为天顶角, $C_n^2(h)$ 为湍流强度的高度分布, $v(h)$ 为横截光路的风速高度分布。

若定义等效高度

$$H_0 = \sec Z \left[\frac{\int C_n^2(h)h^{\frac{2}{3}}dh}{\int C_n^2(h)dh} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (4)$$

和等效风速

$$v_0 = \left[\frac{\int C_n^2(h)v^{\frac{2}{3}}(h)dh}{\int C_n^2(h)dh} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (5)$$

则三个基本参量之间存在下列关系:

$$\tau_0 = 0.314 \frac{r_0}{v_0} \quad (6)$$

$$\theta_0 = 0.314 \frac{r_0}{H_0} \quad (7)$$

(6)式和(7)式也适用于水平传播情形,这时 v_0 即为平均横截风速, H_0 即为传播距离。(1)式的 r_0 与波长 λ ,湍流强度 C_n^2 的理论关系已为其它的光波传播试验所证实。而 r_0 与天顶角的关系也由Walters等^[1]用三台望远镜同时测量所证明。他们实测的斜率为 0.58 ± 0.07 ,与理论值0.6相当符合。由此可以推知,(2)式和(3)式的理论关系也是有效的。

2. 大气湍流的高度分布

湍流强度的高度分布对光束传播理论研究是至关重要的。自60年代中期以来,已有人提出了各种模式^[2~4],目前经常应用的是Hufnagel模式^[3]:

$$C_n^2 = \left\{ 3.02 \times 10^{-56} W^2 h^{10} \exp\left(\frac{-h}{1000}\right) + 10^{-16} \exp\left(\frac{-h}{1500}\right) \right\} \exp[r(h,t)] \quad (8)$$

式中, h 是海拔高度, 单位为 m , W 的数值依赖于风速剖面:

$$W^2 = \frac{1}{1500} \int_{5000}^{20000} v^2(h) dh \quad (9)$$

由于风速分布不可能随时测得, 也需要借用某种模型, 或者设定为常数, 经常用的值是 27 ± 9 . $r(h, t)$ 是一随机变量, 平均值为零, 协方差函数为:

$$\langle r(h, t)r(h + \delta h, t + \delta t) \rangle = A \left(\frac{\delta h}{100} \right) \exp \left(\frac{-\delta t}{5} \right) + A \left(\frac{\delta h}{2000} \right) \exp \left(\frac{-\delta t}{80} \right) \quad (10)$$

式中,
$$A \left(\frac{\delta h}{L} \right) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{\delta h}{L} \right| & \text{当 } |h| < L \text{ 时} \\ 0 & \text{其它情况} \end{cases} \quad (11)$$

时间间隔 δt 以分计, 对平均的 C_2^2 剖面而言, 可以认为 $\langle \exp(r) \rangle = \exp(1)$

(8)式适用于第一逆温层至 25km 的高度范围内, 在第一逆温层 (~3km) 以下, 可按大气稳定度状态取 $h^{-\alpha}$ 的关系。例如, 在对流状态可取 $\alpha = -4/3$, 在中性状态可取 $\alpha = -2/3$. 不过这样一来, 可能在某个高度处出现不连续 (参看图 1 中的曲线 1)。有鉴于此, 有人提出了 Hufnagel-Valley 模式^[4]:

$$C_2^2 = 8.15 \times 10^{-56} W^2 h^{10} \exp \left(\frac{-h}{1000} \right) + 2.7 \times 10^{-16} \exp \left(\frac{-h}{1500} \right) + B \exp \left(\frac{-h}{100} \right) \quad (12)$$

通常对 W 取为 21, B 取为 1.7×10^{-14} . 调整 (12) 式中的一些参数, 可以给出适当的 r_0 值。

事实上, 大气湍流强度是随时随地变化的, 一、二分钟内或数百米高度之间可以出现成倍的变化。安徽光机所曾宗泳等人在云南昆明用温度脉动探空仪测量了湍流剖面。图 1 是一个典型的例子, 其平均高度分布符合我们早先提出的 Γ 分布模型^[5]:

$$C_2^2(h) = C_0 h^{-3/2} e^{-h/H} \quad (13)$$

式中, C_0 相当于 1m 高度上的湍流强度, H 为标尺高度。一般而言, C_0 可在 $10^{-16} \sim 10^{-12}$ 之间变化, H 介于 2500~6500m 之间, 具体数值依赖于当地的地理环境和当时的天气形势。本例中 (曲线 2) $C_0 = 3.5 \times 10^{-14}$, $H = 5400m$.

图 1 表明, 实测数据没有出现 Hufnagel 模型和 Hufnagel-Valley 模型的主要特征——对流层顶处湍流强度有所增加, 同时还表明在 25km 以上这两个模型下降得过快, 而 Γ 模型则较好地反映了实测数据的平均趋势。另从计算的一些值来看, (8) 式和 (12) 式对总共 617 个测量数据最佳拟合的相对标准差分别为 0.16 和 0.23, 相关系数分别为 0.73 和 0.68, r_0 值

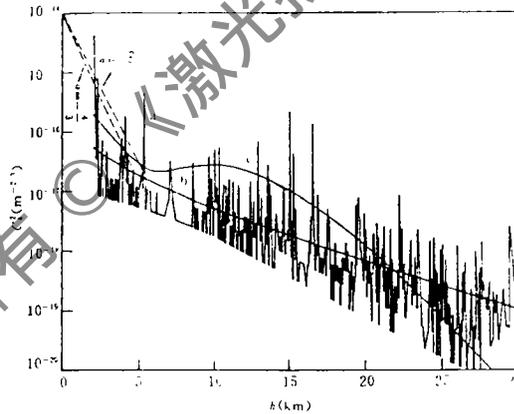


Fig. 1 Profile of turbulence intensity
a—measured data b—Eq. (13) c—Eq. (8)

分别为 14.9cm 和 15.3cm. 如果按原始数据计算, r_0 为 14.4cm, 由此可见 Γ 模型更符合实际一些。在计算 (8) 式时已令 $W = 21$, 第二项的系数改为 2.7×10^{-16} .

3. 风速的高度分布

众所周知, 在对流层顶附近存在一支高度范围狭窄的风带, 称之为西风急流带。它的高度

与风速 在不同地区和不同季节有所差异。在副热带地区冬季,急流中心的平均高度为 8~13km,急流中心的最大风速可达 50~80m/s,夏季风速几乎减小一半。Greenwood 等^[6]对美国夏威夷 Lihue 和 Hilo 的风速探空资料作了统计,提出一个常数加正态分布的模式:

$$v_1(h) = 8 + 30 \exp \left[- \left(\frac{h - 9400}{4800} \right)^2 \right] \quad (14)$$

此模式指出,急流中心的高度在 9.4km 附近,最大风速达 38m/s。这相当于我国夏季的情况。

在冬季,急流中心的高度提高到 12km 附近,最大风速达 65m/s 以上,图 2 给出成都气象台在 1983 年 1 月测量的几个典型例子。大致可由公式

$$v_2(h) = 2.53 \times 10^{-16} h^4 \cdot e^{-h/2400} \quad (15)$$

来表达,虽然公式(15)预计的风速在 5km 以下和 20km 以上有一定的偏差,但不妨碍我们作出合理的估计。

平流层内也存在急流,但局限于 50~70°N 的极地和 20°N 附近的热带。前者的高度约为 50~60km,后者的高度为 26~30km,平均风速为 30~40m/s。计算表明,由于这些高度上湍流强度已相当微弱,即使风速很大对等效风速的贡献也很小,故可忽略不计,因而本文对此不予考虑。

4. 基本特征

图 3~5 分别是可见光波长($\lambda=550\text{nm}$)上天顶处相干长度、相干时间和等晕角的计算结果,其它波长和天顶角的值可按公式(1)~(3)的理论关系推算而得。图 3 和图 5 中湍流强度的分布采用 Γ 模型,取了两组参数:曲线 1 是 $C_0=2 \times 10^{-14}$, $H=5400\text{m}$,代表一种平均湍流条件,曲线 2 是 $C_0=6 \times 10^{-14}$, $H=4000\text{m}$,代表较强的湍流情况。

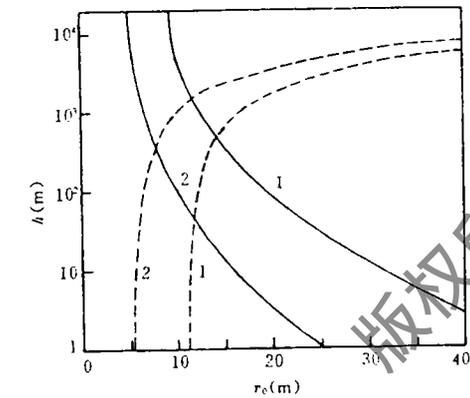


Fig. 3 Atmospheric coherence length as a function of observational altitude
—: $0 \sim h$ ---: $h \sim \infty$

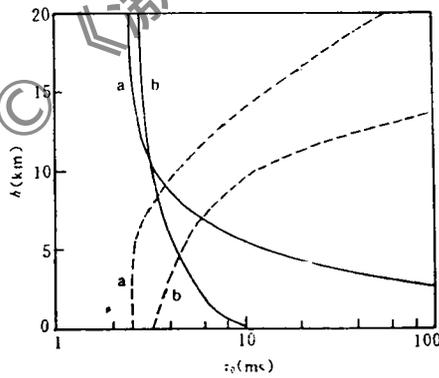


Fig. 4 Coherence time as a function of observational altitude
—, $0 \sim h$ ---, $h \sim \infty$ a—Eq. (15) b—Eq. (14)

从图 3 可以看到,对相干长度有影响的主要是自地面到 2~5km 之间的湍流,在地面观测时平均情况下 $r_0=10\text{cm}$,较强湍流时 $r_0=5\text{cm}$ 。如将观测高度提高到 2km 以上,则 r_0 分别增大

到 21cm 和 13cm 以上,大气宁静度将明显改善,从而说明了天文台为何应当建在高海拔的山峰上。

图 4 表明,风速分布的不同对在具有实际意义的高度上观测时的相干时间影响不大;风速较小时,相干时间稍有增大,有代表意义的相干时间大致为 2ms。另从计算得知,当湍流较强时,相干时间将缩短为 1.5ms。

图 5 指出,在近地面直至 2km 的不同高度上观察星空的等晕角几乎不变,这表明对等晕角具有重要作用的主要是 2km 以上的湍流。不过,湍流强度的不同对等晕角的影响却不如对相干长度那么明显,在平均情况下 $\theta_0 \approx 10\mu\text{rad}$,而在湍流较强时 $\theta_0 \approx 7.5\mu\text{rad}$ 。

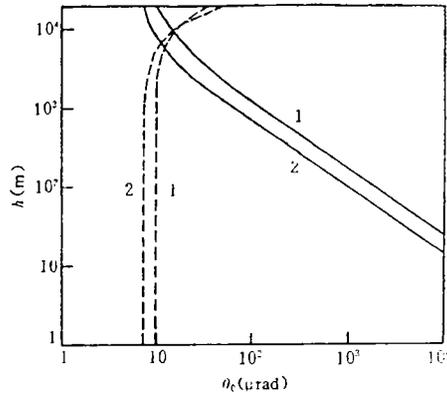


Fig. 5 Isoplanatic angle as a function of observational altitude

—, $0 \sim h$ ---, $h \sim \infty$

三、自适应光学系统的误差

自适应光学技术校正光束畸变的基本过程如图 6 所示,整个校正过程中相位误差就其主要来源而言可分为两类:一是内部因素,包括波前拟合误差 σ_F ,波前探测误差 σ_D ,延时误差 σ_T ,剩余误差 σ_R ,以及定标误差 σ_S ,这些误差可以通过努力完善自适应光学系统来使其尽可能地减少;二是由大气对波前扰动引起的外部因素,包括闪烁(振幅起伏)误差 σ_I ,



Fig. 6 AOT correction process and its errors

大气色散 σ_C 和非等晕性误差 σ_A ,这部分误差很难由系统内部的改善来克服。不过,不论哪一类误差都与系统本身的性能和大气状态有关,无法区分,整个系统的误差即为这些误差的均方根值 σ_z 。于是,用来评价自适应光学系统的参数——Strehl 比(SR)具有如下的表达式:

$$SR = \exp(-\sigma_z^2)$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_F^2 + \sigma_D^2 + \sigma_T^2 + \sigma_R^2 + \sigma_S^2 + \sigma_I^2 + \sigma_C^2 + \sigma_A^2 \quad (16)$$

我们已在文献[7]中研究过由大气因素导致的 σ_I^2, σ_C^2 和 σ_A^2 这三项误差,本文不再赘叙,下面分别讨论其余几项误差。

1. 波前拟合误差

波前校正器一般由连续表面或分立式变形镜构成,由于变形镜各子孔径之间的最小间距 d 和单元数 N 是有限的,不可能完全拟合大气湍流导致的波前畸变,因而存在误差,这部分误差可由下式简单地表示^[8]:

$$\sigma_F^2 = a(d/r_0)^2 \quad (17)$$

式中, a 为常数,取决于反射镜的影响函数,性能良好的系统, a 大约为 0.34rad^2 ^[9],当 $d = 3.75\text{cm}$ 和 $r_0 = 10\text{cm}$ 时, $\sigma_F \approx 0.08\pi$ 。对于一台具有衍射极限补偿性能的系统, σ_F 应当小于 $0.133\pi (\sim \lambda/15)$ 。因此该系统在 $r_0 = 5\text{cm}$ 的强湍流情况下也能良好地工作。

2. 剩余误差

剩余误差 σ_ϕ 取决于执行单元数 N 和变形反射镜的直径 $D^{[10]}$:

$$\sigma_\phi^2 = 0.2944N^{-0.866} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{3/2} \quad (18)$$

当 D/r_0 大于 5 和 10 时执行单元必须分别大于 75 和 300 才能使 $\sigma_\phi^2 < 0.1$, 即相当于镜面精度达到 $0.1\pi (\sim \lambda/20)$, 这是相当高的要求。

3. 探测误差

探测误差 σ_D 主要来自信标辐射的光子噪声和探测器噪声。对于增强型 CCD 探测器阵列, σ_D 具有如下的形式^[11]:

$$\begin{aligned} \sigma_D^2 = & 2\pi hc \left(\frac{k_T^2}{k_B} \right) \left[1 + \left(\frac{k_B}{k_T} \right)^{12/5} \left(\frac{d}{r_0} \right)^2 \right] (3\eta\tau d^2 I_b)^{-1} \\ & + 2(hck_T)^2 \left[1 + \left(\frac{k_B}{k_T} \right)^{12/5} \left(\frac{d}{r_0} \right)^2 \right] N_{ms}^2 (3G_e^2 \eta^2 \tau^2 d^4 I_b)^{-1} \end{aligned} \quad (19)$$

式中, h 为 Planck 常数; c 为光束; k_T 和 k_B 分别为目标光和信标光的波数; η 为信标波长上探测器的量子效率; N_{ms} 为探测器均方根噪声; G_e 为象增强器增益; τ 为相位传感器的延迟时间; I_b 为信标光在入瞳平面处的辐照度。对于星光来说 I_b 可由星等数 m_v 来计算:

$$m_v = -2.5 \log \left(\frac{I_b}{T_A} \right) - 21.2 \quad (20)$$

式中, T_A 为大气和光学系统的综合透过率, 一般为 20%~40%。

一般情况下 σ_D^2 的典型值是 0.18, 相当于 $\lambda/15$ 的均方根精度。

4. 延时误差

延时误差 σ_τ 来自伺服系统的有限响应时间 τ , 数值上与大气相干时间 τ_0 有关系^[11]:

$$\sigma_\tau^2 = 0.96 \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^2 \quad (21)$$

响应时间同伺服系统带宽 Δf 的关系是

$$\tau \approx (10\Delta f)^{-1} \quad (22)$$

从上节的图 4 可知, 一般情况下, $\tau_0 \approx 2\text{ms}$, 如果要求 $\sigma_\tau^2 \approx 0.05\text{rad}^2$, 则 $\Delta f \approx 300\text{Hz}$ 。在水平传输时当 $r_0 = 5\text{cm}$, $v \leq 8\text{m/s}$ 的条件下这样的带宽也是适用的。

5. 定标误差

自适应光学系统在每次测量前需要首先进行定标。当光路系统存在某些不完善之处时将产生误差, 这项误差的最大贡献一般来自变形反射镜。一般情况下, 经过精心调整, 可使 σ_s 降到 0.32rad 以下, 而在用人工信标的情况下这项误差可能达到 0.5rad (相当于变形镜表面达到 $\lambda/25$ 的精度)^[12]。

四、讨 论

附表汇总了上节各项误差在两种条件下的数值。一般情况下 ($r_0 = 10\text{cm}$, 总误差 $\sigma_s^2 = 0.58\text{rad}^2$, 而 Strehl 比为 0.56; 当湍流很强时 ($r_0 = 5\text{cm}$), σ_s^2 增大到 1.11rad², Strehl 比降为 0.33。考虑到在讨论中已用高标准去要求各个部件, 因而希望达到更高的 Strehl 比可能是一件相当困难的任务。主要的途径是缩小子孔径的间距, 并相应增大执行单元数, 如将 d 减小为 3cm, Strehl 比分别增大到 0.62 和 0.45, 可是这么小的间距所要求的工艺水平将是非常高的。

Table The internal errors of adaptive optics system ($D=1\text{m}, \Delta f=300\text{c/s}, d=5\text{cm}, N=200$)

atmospheric condition		internal error						Strehl ratio
$r_0(\text{cm})$	$r_0(\text{ms})$	σ_b^2	σ_f^2	σ_s^2	σ_t^2	σ_{sc}^2	σ_{st}^2	
10	2	0.11	0.14	0.18	0.05	0.1	0.58	0.56
5	2	0.34	0.44	0.18	0.05	0.1	1.11	0.33

为了使自适应光学系统的内部误差达到最小,执行单元的最大行程也应满足要求。湍流扰动引起的相位畸变往往超过 10π ,但其扰动量的主要部分是低频分量,因此,往往在波前校正器之前单独设置一块快速倾斜校正镜。它的校正量由光束的到达角起伏决定,到达角起伏方差由下式计算:

$$\sigma_a^2 = 0.174 \left(\frac{D}{r_0} \right)^2 \left(\frac{\lambda}{D} \right)^2 \quad (23)$$

若 $r_0=5\text{cm}, D=1\text{m}$, 则 $\sigma_a=2.8\mu\text{rad}$; 最大抖动量取为 ± 2.5 倍标准差, 则最大倾斜量为 $\pm 7\mu\text{rad}$, 要求反射镜最大能够倾斜 $\pm 3.5\mu\text{rad}$ (或 $\pm 3.5\mu\text{m}$)。

自适应光学技术也能补偿高能激光束的热晕。单纯的热晕补偿不要求很高的带宽,但若湍流和热晕同时存在且出现小尺度不稳定现象,则需要更高的带宽。例如,美国林肯实验室在进行定标大气热晕实验(SABLE)时使用 241 单元连续镜面变形镜,所具有的响应频率高达 1kHz 以上(即从一次相位测量到驱动变形镜所需的时间不足 1ms),倾斜镜的行程达到 10mrad ,主变形镜的最大行程达到 $7\mu\text{m}$ ($\sim \pm 7\lambda$)。不过这是为了适应实验室内传输距离很短而畸变很大的具体情况,实际大气中可能是不要求如此高的指标的。

最后顺便指出,上述讨论中没有考虑湍流外尺度的影响,最新的研究表明,在有限外尺度的情况下大气的相干性将大为改善,有关这方面的结果我们另有专文探讨。

参 考 文 献

- 1 Walters D L, Favier D L, Hills J R. J O S A, 1979;69(6):828
- 2 Hufnagel R E, Stanley N R. J O S A, 1964;54(1):52.
- 3 Hufnagel R E. Variations of atmospheric turbulence. Dig. of Tech. Papers, Topical meeting on optical propagation through turbulence. U S A, Washington, 1974
- 4 Sasiela R J. A unified approach to electromagnetic wave propagation in turbulence and the evaluation of multiparameter integrals. Tech. Rep. 807 (MIT Lincoln Laboratory, Lexington), 1988
- 5 宋正方. 红外研究, 1984;1(4):265
- 6 Greenwood D P. J O S A, 1977;67(3):390
- 7 宋正方. 激光技术, 1993;17(4):215
- 8 Hardy J W. Proc SPIE, 1991;1542:2
- 9 Marphy D V. Lincoln Laboratory J, 1992;5(1):25
- 10 Noll R J. J O S A, 1976;66(3):207
- 11 Parenti R R. Lincoln Laboratory J, 1992;5(1):93
- 12 Zollars B G. Lincoln Laboratory J, 1992;5(1):67

* * *

作者简介:见本刊 1993 年第 17 卷第 4 期第 219 页。

收稿日期:1993-08-09