

# 高斯光束经球端面抛物型 GRIN 棒 传播与变换特性分析<sup>\*</sup>

廖廷俤

邹义榕

(福建师大激光研究所,福州,350007) (南平师专物理科,南平,353000)

**摘要:** 本文采用矩阵光学的方法,分析了高斯光束经球端面抛物型梯度折射率棒透镜的传播与变换特性。

**关键词:** 梯度折射率 高斯光束 传播 自聚焦透镜

## Analysis of propagation and transformation characteristics of Gaussian beam through a parabolic gradient-index rod with spherical end surface

*Liao Tingdi*

(Institute of laser, Fujian Normal University)

*Zhou Yirong*

(Department of Physics, Nanping Teacher's college)

**Abstract:** Based on the matrix optics, the propagation and transformation characteristics of Gaussian beam through a parabolic gradient-index rod with the spherical end surfaces are analyzed.

**Key words:** gradient-index Gaussian beam propagation selfoc rod lens

### 一、引言

目前在激光光电子系统中应用的微透镜多数属于径向梯度折射率透镜,近年来,文献[1~6]研究了一种新的梯度折射率透镜——抛物型梯度折射率透镜的光传输特性及用作激光准直器、聚焦元件及激光-单模光纤耦合物镜的设计原理。研究表明,抛物型梯度折射率透镜在激光

\* 福建省自然科学基金资助。

光电子系统中的应用,不仅具有结构紧凑的优点,而且有更好的成象性能,不少应用场合需将大端面设计为球面,本文采用  $ABCD$  矩阵方法,论述高斯光束经球面端面抛物型梯度折射率棒的传播与变换特性。

## 二、高斯光束在球端面抛物型 GRIN 棒中的传播

现考虑一抛物型梯度折射率棒,其光轴沿  $z$  轴,入射端面为平面,位于  $z=0$  处,在直角坐标下,折射率分布为

$$n^2(x, y, z) = n_0^2 [1 - g^2(z)(x^2 + y^2)] \quad (1)$$

式中,  $n_0 = n(0, 0, z)$ ,  $g(z)$  为折射率沿  $z$  轴的梯度参数

$$g(z) = g_0 / (1 - z^2/L^2) \quad (2)$$

式中,  $g_0 = g(0)$  为聚焦特性参数,  $L$  为一描述折射率轴向梯度变化的常量。

在近轴条件下,从光线微分方程可求得抛物型梯度折射率棒中的光线传播轨迹<sup>[1]</sup>

$$H_1(z) = \frac{L}{b} \left(1 - \frac{z^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \xi(z) \quad (3)$$

$$H_2(z) = \left(1 - \frac{z^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cos \xi(z) \quad (4)$$

$$\dot{H}_1(z) = \frac{1}{b} \left(1 - \frac{z^2}{L^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \left[ b \cos \xi(z) - \frac{z}{L} \sin \xi(z) \right] \quad (5)$$

$$\dot{H}_2(z) = \frac{1}{L} \left(1 - \frac{z^2}{L^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \left[ b \sin \xi(z) + \frac{z}{L} \cos \xi(z) \right] \quad (6)$$

式中,  $b^2 = g_0^2 L^2 - 1$ ,  $\xi(z)$  为

$$\xi(z) = \frac{1}{2} b \ln \frac{L+z}{L-z} \quad (7)$$

(3)~(6)式满足如下初始条件

$$\left. \begin{aligned} H_1(0) &= 0 & \dot{H}_1(0) &= 1 \\ H_2(0) &= 1 & \dot{H}_2(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

且有  $H_1(z)H_2(z) - H_1(z)\dot{H}_2(z) = 1$ 。

光在端面为平面的抛物型梯度折射率棒中的传播矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} H_2(z) & H_1(z) \\ \dot{H}_2(z) & \dot{H}_1(z) \end{bmatrix} \quad (9)$$

进一步考虑端面为球面的抛物型梯度折射率棒,如图 1 所示( $R_1$  为球端面半径)。设入射高斯光束束腰位于球面顶点前  $l_0$  处,束腰光斑半径为  $w_0$ ,则高斯光

束在梯度折射率棒中的传播遵循如下  $ABCD$  定律

$$q_2 = (Aq_1 + B)/(Cq_1 + D) \quad (10)$$

计及光在球面端面上的折射,则梯度折射率棒的传播矩阵为

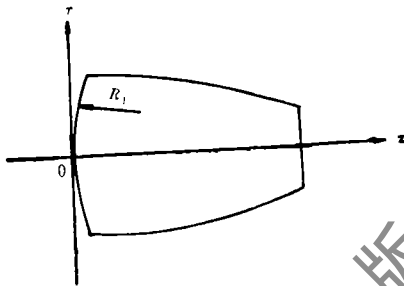


Fig. 1 A parabolic GRIN rod with a spherical end surface

$$\begin{aligned}
 M &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_2 & H_1 \\ \dot{H}_2 & \dot{H}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\varphi_1 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} H_2 - \frac{\varphi_1}{n_0} H_1 & \frac{1}{n_0} H_1 \\ \dot{H}_2 - \frac{\varphi_1}{n_0} \dot{H}_1 & \frac{1}{n_0} \dot{H}_1 \end{bmatrix} \quad (11)
 \end{aligned}$$

式中,  $\varphi_1 = \frac{n_0 - 1}{R_1}$  为球面端面的光焦度,再考虑到高斯光束在自由空间  $l_0$  中的传播,则 ABCD 矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -l_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B - l_0 A \\ C & D - l_0 C \end{bmatrix} \quad (12)$$

而  $q_1, q_2$  为

$$\left. \begin{aligned}
 q_1 &= i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = i Z_0 \\
 \frac{1}{q_2} &= \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)}
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

将(12)式、(13)式代入(10)式整理得

$$w^2(z) = w_0^2 \left[ A^2 + \frac{1}{Z_0^2} (B - l_0 A)^2 \right] \quad (14)$$

$$\frac{1}{R(z)} = \left[ AC + \frac{1}{Z_0^2} (B - l_0 A)(D - l_0 C) \right] \cdot \left[ A^2 + \frac{1}{Z_0^2} (B - l_0 A)^2 \right]^{-1} \quad (15)$$

引入无量纲光斑半径  $f(z) = \frac{w(z)}{w_0}$ , 则(14)式可表示为

$$f^2(z) = A^2 + \frac{1}{Z_0^2} (B - l_0 A)^2 \quad (16)$$

将(16)式的  $f(z)$  对  $z$  求导数并令  $\frac{df}{dz} = 0$  得

$$BD + (Z_0^2 + l_0^2)AC - (BC + AD)l_0 = 0 \quad (17)$$

将(11)式的  $A, B, C, D$  代入(16), (17)式得

$$f^2(z) = \left( H_2 - \frac{\varphi_1}{n_0} H_1 \right)^2 + \frac{1}{Z_0^2} \left[ \frac{1}{n_0} H_1 - \left( H_2 - \frac{\varphi_1}{n_0} H_1 \right) l_0 \right]^2 \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{n_0} H_1 \dot{H}_1 + \left( H_2 - \frac{\varphi_1}{n_0} H_1 \right) \cdot \left( \dot{H}_2 - \frac{\varphi_1}{n_0} \dot{H}_1 \right) (l_0^2 + Z_0^2) \\
 &- \frac{1}{n_0} \left[ 2H_1 \left( \dot{H}_2 - \frac{\varphi_1}{n_0} \dot{H}_1 \right) + 1 \right] l_0 = 0 \quad (19)
 \end{aligned}$$

(18)式、(19)式描述了高斯光束在端面为球面的抛物型梯度折射率棒中的传播规律,对给定的  $l_0, \varphi_1, f(z)$  随  $z$  呈变幅值,变周期的正弦振荡特征,由(19)式可确定光斑极大值和极小值的位置  $z_m$ 。

当入射光束为高斯平面波或为会聚高斯光束但束腰平面与端面重合,则从(18)式、(19)式令  $l_0 = 0$  有

$$f^2(z) = \left( H_2 - \frac{\varphi_1}{n_0} H_1 \right)^2 + \frac{1}{n_0^2 Z_0^2} H_1^2 \quad (20)$$

$$H_1 \dot{H}_1 + (n_0 Z_0)^2 \cdot \left( H_2 - \frac{\varphi_1}{n_0} \right) \left( \dot{H}_2 - \frac{\varphi_1 \dot{H}_1}{n_0} \right) = 0 \quad (21)$$

将(3)~(6)式的  $H_1, H_2$  及  $\dot{H}_1, \dot{H}_2$  代入(20)式得

$$f^2(z) = \left( 1 - \frac{z^2}{L^2} \right) \left\{ \cos^2 \xi(z) + \frac{1}{b^2} \left[ \Lambda^2 + \left( \frac{\varphi_1 L}{n_0} \right)^2 \right] \sin^2 \xi(z) - \frac{\varphi_1 L}{n_0 b} \sin[2\xi(z)] \right\} \quad (22)$$

若端面为平面,则从(20)或(22)式令  $\varphi_1=0$  可得

$$f^2(z) = \left( 1 - \frac{z^2}{L^2} \right) \cdot \left[ \cos^2 \xi(z) + \frac{\Lambda^2}{b^2} \sin^2 \xi(z) \right] \quad (23)$$

或

$$f^2(z) = \left( 1 - \frac{z^2}{L^2} \right) \left\{ \frac{b^2 + \Lambda^2}{2b^2} + \frac{b^2 - \Lambda^2}{2b^2} \cos[2\xi(z)] \right\}$$

此即文献[3]的有关结果。

同样,从(21)式令  $\varphi_1=0$  得

$$H_1 \dot{H}_1 + (n_0 Z_0)^2 H_2 \dot{H}_2 = 0 \quad (24)$$

即

$$\frac{b^2 + \Lambda^2}{b^2 - \Lambda^2} + \cos[2\xi(z)] + \frac{bL}{z} \sin[2\xi(z)] = 0 \quad (25)$$

式中,  $\Lambda \equiv \frac{L}{Z_0}$  为一描述波动光学效应的常数。

### 三、高斯光束经抛物型 GRIN 棒的变换

在抛物型梯度折射率激光束变换元件设计与应用时,通常选取棒长度  $d$  小于四分之一周期长度<sup>[3]</sup>。同时,为了改善元件的性能,并使系统的结构更为紧凑,往往把抛物型梯度折射率棒的大端面设计为球面,或两端面同时设计为球面,其半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ 。如图 2 所示为高斯光束经球面端面抛物型梯度折射率棒透镜的变换,设入射高斯光束束腰位于抛物型梯度折射率棒大端面前  $l_0$  处,束腰半径为  $w_0$ ,出射光束束腰距小端  $l_0'$  处,束腰半径为  $w_0'$ 。

球面端面的抛物型梯度折射率棒透镜或其等效光学系统的传递矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_2 - \frac{\varphi_1 H_1}{n_0} & \frac{1}{n_0} H_1 \\ n_0 \dot{H}_2 - \varphi_1 \dot{H}_1 - \varphi_2 H_2 + \frac{\varphi_1 \varphi_2}{n_0} H_1 & \dot{H}_1 - \frac{\varphi_2 H_1}{n_0} \end{bmatrix} \quad (26)$$

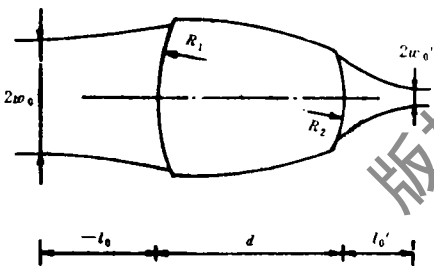


Fig. 2 Gaussian beam transformation through a parabolic GRIN rod

利用(10)式的 ABCD 定律,并计及  $q_1, q_2$  分别为物、象空间高斯光束束腰平面上的  $q$  参数:

$$\begin{cases} q_2 = i \frac{\pi w_0'^2}{\lambda} = i Z_0' \\ q_1 = i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = i Z_0 \end{cases} \quad (27)$$

将(27)式代入(10)式得

$$(AZ_0 - DZ_0')i + (B + C \cdot Z_0 Z_0') = 0 \quad (28)$$

令(28)式的实部和虚部分别为零可得

$$Z_0 \cdot Z_0' = -B/C \quad (29)$$

$$Z_0'/Z_0 = A/D \quad (30)$$

将(26)式的  $A, B, C, D$  代入(29)式、(30)式可解得

$$Z_0' = Z_0 f'^2 / [(l_0 - l_f)^2 + Z_0^2] \tag{31}$$

$$l_0' = l_f' - (l_0 - l_f) f'^2 / [(l_0 - l_f)^2 + Z_0^2] \tag{32}$$

式中,  $l_f, l_f'$  及  $f'$  为球端面抛物型梯度折射率棒透镜的高斯参数

$$\left\{ \begin{aligned} l_f &= \frac{D}{C} = \frac{\dot{H}_1 - \frac{\varphi_2}{n_0} H_1}{n_0 \dot{H}_2 - \varphi_1 \dot{H}_1 - \varphi_2 H_2 + \frac{\varphi_1 \varphi_2}{n_0} H_1} \\ l_f' &= -\frac{A}{C} = -\frac{H_2 - \frac{\varphi_2}{n_0} H_1}{n_0 \dot{H}_2 - \varphi_1 \dot{H}_1 - \varphi_2 H_2 + \frac{\varphi_1 \varphi_2}{n_0} H_1} \\ f' &= \frac{1}{\varphi} = -\frac{1}{C} = -\left( n_0 \dot{H}_2 - \varphi_1 \dot{H}_1 - \varphi_2 H_2 + \frac{\varphi_1 \varphi_2}{n_0} H_1 \right)^{-1} \end{aligned} \right. \tag{33}$$

利用(31)~(33)式即可进行抛物型梯度折射率激光束变换元件的设计。如前所述,在许多应用场合(如激光准直、聚焦、激光-单模光纤耦合元件),只需在一个端面(通常是大端面)设计为球面,令  $\varphi_2=0$ , (33)式化为

$$\left\{ \begin{aligned} l_f &= \frac{\dot{H}_1}{n_0 \dot{H}_2 - \varphi_1 \dot{H}_1} \\ l_f' &= -\frac{H_2 - \frac{\varphi_1}{n_0} H_1}{n_0 \dot{H}_2 - \varphi_1 \dot{H}_1} \\ f' &= -\left( n_0 \dot{H}_2 - \varphi_1 \dot{H}_1 \right)^{-1} \end{aligned} \right. \tag{34}$$

在聚焦(或准直)应用场合中<sup>[4,5]</sup>,通常入射光束(或出射光束)为高斯平面波,则从(31)式、(32)式令  $l_0=0$  可得

$$Z_0' = Z_0 f'^2 / (l_f'^2 + Z_0^2) \tag{35}$$

$$l_0' = l_f' + l_f f' / (l_f'^2 + Z_0^2) \tag{36}$$

在激光-单模光纤耦合应用场合中<sup>[6]</sup>,通常入射光束光腰半径  $w_0$  (或  $Z_0$ ) 很小,以致满足  $Z_0 \ll |l_0 - l_f|$ , 即入射光束满足球面波近似条件,这时(31)式、(32)式可化为

$$Z_0' = Z_0 [f' / (l_0 - l_f)]^2 \tag{37}$$

$$l_0' = l_f' - f'^2 / (l_0 - l_f) \tag{38}$$

(37)式、(38)式为几何光学成像公式,即在球面波近似条件下,高斯光束束腰共轭成像遵循几何光学成像定律。

#### 四、结 论

本文采用矩阵光学的方法,论述了高斯光束经球端面抛物型梯度折射率棒透镜的传播特性与变换规律。这种新颖的梯度折射率透镜可望在激光准直、聚焦、激光-单模光纤或光纤-光纤耦合系统中获得应用。本文结果为设计抛物型梯度折射率激光束变换元件提供理论依据。

#### 参 考 文 献

1 Gomez-Reino C, Larrea E, Perez M V *et al.*, Appl Opt 1985; 24(24): 4379~4381

- 2 廖廷伟,蔡瑞奎,林金豆.福建师大学报,1991;7(4):36~40
- 3 廖廷伟,黄衍堂.量子电子学,1992;9(3):288~294
- 4 廖廷伟.应用激光,1992;12(5):213~216
- 5 廖廷伟.福建师大学报,1993;9(2):33~40
- 6 廖廷伟,黄衍堂.光通信技术,1992;16(4):236~240

作者简介:廖廷伟,见《激光技术》,1993年,第17卷,第3期,第158页。

邹义榕,男,1956年9月出生。讲师。现从事教学和梯度折射率光学,光束光学的研究工作。

收稿日期:1993-06-08

## 西物所射频放电激励环形激光陀螺实现双向行波激光输出

西南技术物理研究所激光陀螺实验室采用射频放电激励技术研制环形激光陀螺取得初步进展。该实验室采用一种能避开深孔加工技术难题的方法成功地加工出正三角形和正方形环形激光器腔体,用本所研制的射频激光电源对环形激光陀螺进行激励,以本所镀制的激光陀螺反射镜构成环形行波谐振腔,1993年12月29日在国内首次成功地以射频放电激励方式获得双向行波激光输出。激光波长为 $0.6328\mu\text{m}$ ,每束行波激光输出功率大于 $25\mu\text{W}$ ,射频泵浦功率最低可到3W。从目前初步试验发现,射频频率在 $77.5\sim 150\text{MHz}$ 之间均可获得双向行波激光输出。现在有关研究人员正在进一步实验,提高环形激光器的稳定性,争取早日研制出符合要求的激光陀螺。

(杨大林 供稿)

· 简 讯 ·

## 单层硅薄膜太阳能电池效率高于14%

德国 Max-Planck 研究所的 Jürgen Werner 和其他研究工作者报导了一种薄型(约 $20\mu\text{m}$ )硅太阳能电池,获得了比以前的电池更高的效率。因为少数载流子扩散长度比厚硅光电池高一个数量级,因而可提供较高电压,所以薄层硅有较高的效率。因为这种材料薄,吸光较少,必须应用光陷阱技术。

在除光陷阱以外的初步实验中,研究工作者们采用液相外延在硅衬底上生长高质量硅薄膜。电池厚度在 $16.8\mu\text{m}\sim 33\mu\text{m}$ ,显示开路电压约为 $650\text{mV}$ ,短路电流密度大约为 $26\text{mA}/\text{cm}^2$ 。研究工作者们希望通过改善背面钝化作用来提高开路电压;通过镀增透膜的方式实现较高性能光陷阱达到提高电流密度的目的。下一步工作集中在应用光陷阱方案制造效率接近或超过20%的薄膜电池。

译自 L F World, 1993; 29(7): 13 於祖兰 译 巩马理 校