

## 高斯反射率镜谐振腔的非稳条件

孙年春 屈坤红 陈涛 李一平 邓崇俊 刘学军

(西南技术物理研究所, 成都, 610041)

吕百达

(四川大学光电技术系, 成都, 610064)

**摘要:** 根据非稳腔的横向放大率和点源位置必须为实数, 求出了高斯反射率镜 (GRM) 谐振腔的非稳条件。并指出高斯反射率镜不可能构成非稳腔。

**The unstable condition on Gaussian reflectivity mirror resonators**

Sun Nianchun, Qu Kunhong, Chen Tao, Li Yiping, Deng Chongjun, Liu Xuejun

(Southwest Institute of Technical Physics)

Lu Baida

(Dept. of Opto-Elect. Science and Technology, Sichuan University)

**Abstract:** Based on the conditions that the transverse amplification and the point source position of unstable resonator must be the real number, we have demonstrated the unstable conditions of the Gaussian reflectivity mirror (GRM) resonator and point out that using the GRM resonator is impossible to form an unstable resonator.

### 一、引言

由于高斯反射率镜 (GRM) 腔在横模选择能力, 消除锐边散射, 增大模体积及改善光束质量等方面具有独特的性能, 故从理论上人们早已对其有所研究<sup>[1,2]</sup>。随着科学与技术的进步, 对GRM谐振腔的理论研究已向实际应用过渡, 并已形成国际激光领域的研究热点。根据我们对变反射率镜 (VRM) 谐振腔的理论实验研究, 我们认为GRM谐振腔理论尚有不妥之处。

### 二、以往GRM腔非稳条件的不妥之处

设谐振腔由GRM构成, 其反射率分布为

$$R(r)_i = R_0 \exp[-2(r/d)^2] \quad i=1, 2 \quad (1)$$

式中,  $R_0$ 为中心处反射率,  $d$ 为 $R_0/e^2$ 处的半径, 称之为膜点尺寸。从文献[1]、[2]可知,

GRM谐振腔的非稳条件为

$$h_1 G_2 + h_2 G_1 = 0 \quad (2)$$

$$|2G_1 G_2 - 2h_1 h_2 - 1| \geq 1 \quad (3)$$

根据我们的研究, GRM谐振腔在满足(2)式和(3)式的条件下, 并不能构成非稳腔。例如由

GRM构成的空腔, 其往返矩阵的 $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$ ,  $\bar{D}$ 分别为

$$\bar{A} = 2G_2 - 1 - 2h_2 i$$

$$\bar{B} = 2lG_2 - 2lh_2 i$$

$$\bar{C} = 2 \{ (2G_1 G_2 - 2h_1 h_2 - G_1 - G_2) - (2h_1 G_2 + 2h_2 G_1 - h_1 - h_2) i \} / l$$

$$\bar{D} = 4G_1 G_2 - 4h_1 h_2 - 2G_2 - 1 - 2(2h_1 G_2 + 2h_2 G_1 - h_2) i \quad (4)$$

式中,  $G_i = 1 - l/R_i$

$$h_i = \lambda l / (2\pi d_i^2) \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

对非稳腔而言, 点源位置满足ABCD定律

$$r = (\bar{A}r + \bar{B}) / (\bar{C}r + \bar{D}) \quad (6)$$

将(4)式代入(7)式整理后有

$$(2G_1 G_2 - 2h_1 h_2 - G_1 - G_2)r^2 + 2l (G_1 G_2 - h_1 h_2 - G_2)r - l^2 G_2 - \\ - \{ (2h_1 G_2 + 2h_2 G_1 - h_1 - h_2)r^2 + 2l (h_1 G_2 + h_2 G_1 - h_2)r - l^2 h_2 \} i = 0 \quad (7)$$

把非稳条件代入(8)式的虚部有

$$(h_1 + h_2) r^2 + 2lh_2 r + l^2 h_2 = 0 \quad (8)$$

解(9)式可求出

$$r = -!h_2 / (h_1 + h_2) \pm \sqrt{-l^2 h_1 h_2 / (h_1 + h_2)^2} \quad (9)$$

因为 $l$ ,  $h_1$ ,  $h_2$ 均大于零, 故点源位置为虚数这一结论说明(2)式和(3)式并非是非GRM构成非稳腔的条件。因此, 有必要求出正确的非稳条件。

关于 $h_1$ ,  $h_2$ 大于零的说明, 如果腔镜的反射率为高斯分布, 由(1)式和(6)式可知, 必有 $h$ 大于零。有的文献<sup>[3]</sup>在GRM这一前提下, 讨论过 $h$ 小于零的情况。意指腔镜的反射率中心小而边缘大且具有高斯分布。实际上这是透过率为高斯分布。其反射率分布为

$$R(r) = 1 - R_0 \exp \{ -2(r/d)^2 \} \quad (10)$$

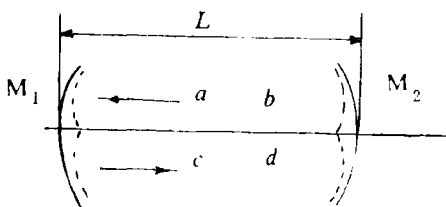


Fig. Gaussian reflectivity resonator

如此, 将完全改变谐振腔的往返矩阵, 从而也将影响到结论。故在GRM这一前提下, 必有 $h$ 大于零。

### 三、GRM谐振腔的非稳条件

为使结论具有一般性, 我们讨论含多元件的GRM谐振腔。如附图所示。设腔镜 $M_1$ ,  $M_2$ 的反射率为高斯分布, 多元件的传播矩阵为

$$m = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (12)$$

且 $a, b, c, d$ 均为实数。则腔的往返矩阵为

$$\begin{pmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a\bar{G}_2 - 1 & 2b\bar{G}_2 \\ 2(2a\bar{G}_1\bar{G}_2 - \bar{G}_1 - a^2\bar{G}_2)/b & 4\bar{G}_1\bar{G}_2 - 2a\bar{G}_2 - 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\text{式中, } \bar{G}_j = G_j - h_j, i \quad (j=1, 2) \quad (14)$$

设腔的放大率为 $M$ , 由腔的本征方程可得

$$M^2 - (\bar{A} + \bar{D})M + 1 = 0 \quad (15)$$

因为放大率 $M$ 为实数, 根据(13)式和(14)式可把(15)式分解为

$$M^2 - 2(2G_1G_2 - 2h_1h_2 - 1)M + 1 = 0 \quad (16)$$

$$4(h_1G_2 + h_2G_1)M = 0 \quad (17)$$

从(17)式可求出其解为

$$M = 0 \quad (18)$$

$$h_1G_2 + h_2G_1 = 0 \quad (19)$$

显然(18)式不满足(16)式, 弃之。在(16)式中, 保证 $M$ 为实数的条件为

$$|2G_1G_2 - 2h_1h_2 - 1| \geq 1 \quad (20)$$

(19)式, (20)式与(2)式, (3)式完全相同。现在考查非稳腔点源位置 $r$ 为实数的条件。从(7)式有

$$r^2 + (\bar{D} - \bar{A})r/\bar{C} - \bar{B}/\bar{C} = 0 \quad (21)$$

仿上分析可得 $r$ 为实数的条件为

$$G_1G_2 - h_1h_2 = 0 \quad (22)$$

$$h_1G_2 - h_2G_1 = 0 \quad (23)$$

$$(G_1^2 + h_1^2)(G_2^2 + h_2^2 + G_1G_2 + h_1h_2) \leq 0 \quad (24)$$

进一步分析(22)式, (23)式, (24)式可知, GRM非稳腔点源位置 $r$ 为实数的条件为

$$G_1 = h_1 = 0 \quad (25)$$

$$\text{或} \quad G_2 = h_2 = 0 \quad (26)$$

而在相应条件下, GRM非稳腔的横向放大率均等于 $-1$ , 即为临界腔。故我们认为高斯反射率镜不可能构成非稳腔。

感谢北京理工大学魏光辉教授, 西南技术物理所屈乾华研究员的有益讨论。

### 参 考 文 献

[1] 方洪烈. 激光, 1979; 6(7): 19

[2] 方洪烈. 光学谐振腔理论. 北京: 科学出版社, 1981: 243

[3] Yariv A, Yeh P. Opt Commun, 1975; 13: 370

作者简介: 孙年春, 李一平, 邓崇俊, 请见本刊1992年, 第5期, 第301页。

吕百达, 请见本刊1992年, 第5期 第284页。

屈坤红, 女, 1965年出生。助工。现从事计算机应用工作。

陈涛, 男, 1968年生。助工。现从事激光结构工作。

刘学军, 男, 1965年出生。工程师。现从事计算机应用。

收稿日期: 1992年7月10日。

收到修改稿日期: 1992年11月10日。