双光子激光的时间行为*

汪映海 胡成生

（兰州大学物理系，兰州）

摘要：对于双光子激光器的Maxwell-Bloch方程进行了多重时间尺度微扰分析，给出了该系统随不同时间尺度演化的动力学行为。

Temporal aspects of two-photon laser

Wang Yinghai, Hu Chengsheng

(Department of Physics, Lanzhou University)

Abstract: The Maxwell-Bloch equation of two-photon laser is analyzed by use of multiple time-scale perturbation method. We find that dynamics behavior of the system vary with various time-scale.

一、引 言

在量子光学和非线性动力系统中，一般用绝热消除的方法简化方程[1,2]。但是这种方法并不能求解方程，特别是在原子和光场的衰减率数值相差不大时该方法不再适用[2]。多重时间尺度微扰分析是比绝热消除更为精确的一种近似方法，并且已经用于单光子激光[2]、单光子光学双稳态[3,4]以及双光子光学双稳态[5]的研究。本文在合作参数C远大1的极限下，利用多重时间尺度微扰方法求解双光子激光器的动力学方程，讨论该系统的时间演化行为。

二、模型的方程及其定态解

考虑原子均匀展宽的单模环形腔双光子激光器，假定频率完全谐调，光场最初为实场，

* 国家自然科学基金和甘肃省自然科学基金资助的课题。

〔4〕 Dickman K. Laser Magazin, 1986; (4): 6
〔5〕 赵克功. 中国激光, 1987; (4): 205
〔6〕 林贞平，王广浩. 激光杂志, 1990; 11 (4): 185
〔7〕 Lasers & Optronics, 1991; (9): 62

* * *

作者简介：马有年，男，1935年5月出生。副教授。现从事激光器件及激光技术的教学与研究工作。

丁金星，见本刊1992年，第16卷，第1期，第29页。

收稿日期：1992年3月20日。 收到修改稿日期：1992年5月29日。

且无注入信号。在平均场近似下，该系统的半经典无量纲Maxwell-Bloch方程可以表示为[6]：

$$\frac{d}{d\tau}x=-\widetilde{k}(x-2Cpx) \tag{1a}$$

$$\frac{d}{d\tau}p=-p+x^2d \tag{1b}$$

$$\frac{d}{d\tau}d=-\widetilde{\gamma}(x^2p+d-1) \tag{1c}$$

这里$\tau=\gamma_\perp t$是规范化时间，x，p，d分别是输出光场、原子极化和原子布居数反转度的规范化变量，C与原子和光场的有效耦合常数成比例，$\widetilde{k}$标度腔的驰豫率，$\widetilde{\gamma}=\gamma_\parallel/\gamma_\perp$是原子的纵向和横向弛豫率之比。

方程组（1）的定态解为：

$$1-2Cx^2/(1+x^4)=0 \tag{2a}$$

$$d=1/(1+x^4) \tag{2b}$$

$$p=x^2/(1+x^4) \tag{2c}$$

在$C\gg1$的极限下，定义

$$\varepsilon=(2C)^{-1} \tag{3}$$

定态解（2)可写成：

$$x^2=\varepsilon^{-1} \tag{4a}$$

$$p=\varepsilon \tag{4b}$$

$$d=\varepsilon^2 \tag{4c}$$

作方程组（1）对定态的线性稳定性分析，得到相应的特征方程：

$$\lambda^3+(1+\widetilde{\gamma})\lambda^2+[\widetilde{\gamma}(1+\varepsilon^{-2})-2\widetilde{k}]\lambda+2\widetilde{k}\widetilde{\gamma}\varepsilon^{-2}-2\widetilde{k}\widetilde{\gamma}=0 \tag{5}$$

其特征根为：

$$\lambda_1=-2\widetilde{k}+O(\varepsilon) \tag{4a}$$

$$\lambda_{2,3}=-\frac{1}{2}(1+\widetilde{\gamma}-2\widetilde{k})\pm i\widetilde{\gamma}^{1/2}\varepsilon^{-1}+O(\varepsilon) \tag{6b}$$

复共轭根的虚部表示该系统的Rabi频率，其实部表示当$2\widetilde{k}<1+\widetilde{\gamma}$时定态解是稳定的。

三、多重时间尺度微扰分析

为寻求系统依赖于时间的解，根据（4）式令：

$$X(t)=\varepsilon^{1/2}x(t) \tag{7a}$$

$$P(t)=\varepsilon^{-1}p(t) \tag{7b}$$

$$D(t)=\varepsilon^{-2}d(t) \tag{7c}$$

式中，变量$X(t)$，$P(t)$，$D(t)$的数量级对所有时间均为$\varepsilon^0=O(1)$。由此方程组(1)成为：

$$\dot{X}=-\widetilde{k}(X-XP) \tag{8a}$$

$$\dot{P}=-P+X^2D \tag{8b}$$

$$\dot{D} = -\tilde{\gamma}(\varepsilon^{-2}X^2P + D - \varepsilon^{-2}) \tag{8c}$$

由（8c）式有：

$$P = 1/X^2 - (\varepsilon^2/\tilde{\gamma}X^2)(\dot{D} + \tilde{\gamma}D) \tag{9}$$

这样系统的方程组还可写为

$$\dot{X} + \tilde{k}X - \tilde{k}\frac{1}{X} + \varepsilon^2\frac{\tilde{k}}{\tilde{\gamma}}\frac{1}{X}(\dot{D} + \tilde{\gamma}D) = 0 \tag{10a}$$

$$-\varepsilon^2\frac{1}{\tilde{\gamma}}\ddot{D} + \varepsilon^2\dot{D}\left(\frac{2}{\tilde{\gamma}}\frac{\dot{X}}{X} - 1 - \frac{1}{\tilde{\gamma}}\right) + D\left(\varepsilon^2\frac{2\dot{X}}{X} - \varepsilon^2 - X^4\right) - \frac{2\dot{X}}{X} + 1 = 0 \tag{10b}$$

根据前述本征值的标度，我们引入两个新的时间变量

$$t = \tau \qquad T = \varepsilon^{-1}\omega_0(t) \tag{11}$$

假设多重时间尺度微扰展开式

$$Z(T,t,\varepsilon) = Z_0(T,t) + \varepsilon Z_1(T,t) \tag{12}$$

式中，

$$Z = (X, D, P) \tag{13}$$

表示变量X，D，P中的任意一个量。按照非线性方程多重时间尺度微扰解法的程序[7]，将（11）～（13）式代入方程组（10），合并ε的幂次相同的项，令其系数等于零，并消去随着T无限增大而趋于无穷大的长期解。最后得到：

$$X_0(T,t) = X_0(t) \tag{14}$$

$$\dot{X}_0(t) = \tilde{k}[(1/X_0) - X_0] \tag{15}$$

$$D_0(T,t) = (1/X_0{}^4)[1 - (2\dot{X}/X_0)] + A_0(t)e^{iT} + A_0{}^*(t)e^{-iT} \tag{16}$$

$$P_0(T,t) = P_0(t) = 1/X_0{}^2(t) \tag{17}$$

式中，$A_0{}^*(t)$为$A_0(t)$的复共轭，并且

$$\omega_0(t) = \tilde{\gamma}^{1/2}\int^t X_0{}^2(s)\,ds \tag{18}$$

$$T = \varepsilon^{-1}\omega_0(t) = \varepsilon^{-1}\tilde{\gamma}^{1/2}\int^t X_0{}^2(s)\,ds \tag{19}$$

$$\dot{A}_0(t) = -\tfrac{1}{2}A_0(t)[1 + \tilde{\gamma}(2\tilde{k}/X_0{}^2)] \tag{20}$$

四、结 果 讨 论

由上列结果可以看到，我们得到了一个以封闭形式确定光场的长时间演化的简单非线性微分方程（15）式。方程（17）表示原子极化绝热地跟随光场变化。原子布居数反转度的表达式（16）包含性质不同的两个部分：第一部分表示反转度绝热地跟随光场变化，第二部分描述反转度还有一个高频振荡。（18）～（20）式表示这些振荡的振幅量级为ε^0，频率是一个慢变Rabi频率$\varepsilon^{-1}\omega_0(t)$，由$A_0(t)$给出的振幅在长时间尺度上衰减。该系统中对于快速振荡出现慢阻尼的现象，在单光子激光、单光子光学双稳态以及双光子光学双稳态的研究中也曾报导过[2~5]，这种现象似乎是合作参数C远大于1的极限情形所具有的特征。与此相反，

在原子和光场的衰减率之比远小于1的极限下，快速振荡出现快阻尼[2]。

参 考 文 献

〔1〕 Haken H. Synergetics: An Introduction. New York: Springer, 1983
〔2〕 Lugiato L A, Mandel P, Narducci L M. Phys Rev A, 1984; 29 (3): 1438
〔3〕 Erneux T, Mandel P. Phys Rev A, 1983; 28 (2): 896
〔4〕 Erneux T, Mandel P. Phys Rev A. 1986; 33 (3): 1777
〔5〕 汪映海，胡成生，汪志诚. 物理学报，1992; 41 (10): 1598～1604
〔6〕 Galatola P, Lugiato L A, Vadacchino M. Opt Commun, 1989; 69 (5, 6): 414
〔7〕 Nayfeh A H. Perturbation Methods. New York: Wiley, 1973

* * *

作者简介：汪映海，男，1940年3月出生。副教授。现从事量子光学和非线性动力学的研究。

胡成生，男，1943年出生。讲师。现从事量子光学的研究。

收稿日期：1992年7月9日。 收到修改稿日期：1992年8月12日。

·简 讯·

西南技术物理所新型固体激光器研究取得重要进展

西南技术物理研究所第三研究室的新型固体激光实验室，近日在两种新型固体激光器件的研究中取得重要进展。

二极管泵浦的Nd：YAG激光器的TEM_{00}模连续输出达0.6W，斜效率57%，已达目前国外同类器件的水平。二极管泵浦的重复频率脉冲器件，在重复频率50pps，单脉冲输出能量为0.17mJ（400μs脉宽），重复频率120pps时的单脉冲能量输出为0.13mJ，增大脉宽时最大脉冲输出能量为2mJ。

该实验室还研制了闪光灯泵浦的小型管状固体激光器件。经与从同一根Nd：YAG毛坯上取出的圆棒器件比较，管状激光器件的效率明显提高，斜效率提高0.8倍，在15J的脉冲能量泵浦下，总效率提高0.7倍。目前这种初型管状Nd：YAG激光器件的谐振输出已超过1J。高效率的小型化激光器在军用上具有重要的实用价值，尤其是在近期内二极管泵浦的器件由于造价高而不能大量推广的情况下，小型化的闪光灯泵浦管状固体激光器由于其效率高、结构简单，更具有研究和开发的价值。该实验室的这类小型管状激光器，据查在国际上尚未见到报道。

以上数据经四川省第一计量检定测试站光学分站测试、认定。

（本刊通讯员 供稿）