

双轴晶体有效非线性系数的准确表述

叶建华

范琦康

(上海市激光技术研究所, 上海)

(浙江大学光仪系, 杭州)

摘要: 本文介绍计算双轴晶体二阶有效非线性系数的严格理论, 适用于双轴晶体非线性光学频率变换器件的设计。

Accurate expressions of effective nonlinear coefficients in biaxial crystals

Ye Jianhua

(Shanghai Institute of Laser Technology)

Fan Qikang

(Department of Optical Engineering, Zhejiang University)

Abstract: We present an accurate route, which is suitable for the design of nonlinear optical frequency translator of biaxial crystals, to calculate the effective second-order nonlinear coefficients.

一、引 言

非线性双轴晶体KTP, LBO, KNbO₃等由于其优良的性能赢得广泛重视, 对这些晶体的相位匹配和有效非线性系数的正确计算可以帮助我们选取晶体的最佳切割方向, 以获得良好的实验结果。Hobden^[1]于1965年最早研究了双轴晶体的相位匹配问题, 文献[2]给出了用计算机进行双轴晶体相位匹配计算的方法, 从而使双轴晶体的相位匹配计算问题得到解决。在计算有效非线性系数方面, Ito等人^[3]于1975年提出一种近似计算模型。该模型建立在两个近似的基础之上: (1)认为晶体内离散效应很小, 可以忽略, $\vec{k} \perp \vec{E} // \vec{D}$ 的关系成立; (2)认为晶体的光轴角位置不随激光频率的变化而改变, 可以用一个平均光轴角表示光轴和Z轴的关系。这两个近似无疑会引起有效非线性系数的计算误差; 本文将要给出的计算方法不但考虑离散效应的影响, 而且将双轴晶体光轴角色散的影响计算在内, 因而比Ito等人的计算方法更为严密、准确。

二、相 位 匹 配

在双轴晶体中沿波法线方向 \vec{k} (k_x, k_y, k_z) 传播的光波其折射率满足Fresnel方程:

$$\frac{k_x^2}{n^2 - n_x^2} + \frac{k_y^2}{n^2 - n_y^2} + \frac{k_z^2}{n^2 - n_z^2} = 0 \quad (1)$$

该方程的两个实根:

$$n^{e1} = \sqrt{2} / \sqrt{-B - \sqrt{B^2 - 4C}} \quad (2)$$

$$n^{e2} = \sqrt{2} / \sqrt{-B + \sqrt{B^2 - 4C}} \quad (3)$$

分别代表晶体中慢光 e_1 和快光 e_2 的折射率 ($n^{e1} > n^{e2}$), (2), (3)式中 B 和 C 的具体形式参见文献[2]。

对于共线相位匹配的情形, 须同时满足以下等式:

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \quad (\omega_3 > \omega_2 \geq \omega_1) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} n_1^{e1} \omega_1 + n_2^{e1} \omega_2 &= n_3^{e2} \omega_3 \\ n_1^{e2} \omega_1 + n_2^{e2} \omega_2 &= n_3^{e1} \omega_3 \\ n_1^{e1} \omega_1 + n_2^{e2} \omega_2 &= n_3^{e2} \omega_3 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由方程(2), (3), (4), (5)决定的匹配方向 (θ, φ) 值不止一点, 它们组成一条相位匹配曲线 $f(\theta, \varphi) = 0$, 该曲线上 $|d_{eff}|$ 值最大的点就是我们希望的最佳匹配方向 $(\theta, \varphi)_{opt}$ 。

三、有效非线性系数

双轴晶体中折射率为 n 的光波所对应的电场矢量 \vec{E} 的各个分量 E_x 、 E_y 和 E_z 满足下列关系:

$$\left\{ \begin{aligned} [n_x^2 - n^2(1 - k_x^2)]E_x + n^2 k_x k_y E_y + n^2 k_x k_z E_z &= 0 \\ n^2 k_x k_y E_x + [n_y^2 - n^2(1 - k_y^2)]E_y + n^2 k_y k_z E_z &= 0 \\ n^2 k_x k_z E_x + n^2 k_y k_z E_y + [n_z^2 - n^2(1 - k_z^2)]E_z &= 0 \end{aligned} \right. \quad (6)$$

将由(2)式~(5)式决定的折射率值代入(6)式, 即可得到满足相位匹配条件时参与光频变换的每个光波的两个电场分量:

$$E_i = \frac{k_i(k_x E_x + k_y E_y + k_z E_z)}{\omega^2 \mu \epsilon_0 (n^2 - n_i^2)} \quad i = x, y, z \quad (7)$$

\vec{E} 的单位矢量 \vec{a} 可由其方向余弦 $(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ 表示:

$$\left\{ \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{k_x}{n^2 - n_x^2} \left[\left(\frac{k_x}{n^2 - n_x^2} \right)^2 + \left(\frac{k_y}{n^2 - n_y^2} \right)^2 + \left(\frac{k_z}{n^2 - n_z^2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \\ \cos \beta &= \frac{k_y}{n^2 - n_y^2} \left[\left(\frac{k_x}{n^2 - n_x^2} \right)^2 + \left(\frac{k_y}{n^2 - n_y^2} \right)^2 + \left(\frac{k_z}{n^2 - n_z^2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \\ \cos \gamma &= \frac{k_z}{n^2 - n_z^2} \left[\left(\frac{k_x}{n^2 - n_x^2} \right)^2 + \left(\frac{k_y}{n^2 - n_y^2} \right)^2 + \left(\frac{k_z}{n^2 - n_z^2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \right. \quad (8)$$

为表达方便,我们对方向余弦 $(\cos \alpha_{pe}, \cos \beta_{pe}, \cos \gamma_{pe})$ 的下标作如下规定:

$p=1,2,3$ 分别代表频率为 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 的三个光波;

$q=1,2$ 分别代表慢光 e_1 和快光 e_2 ,其值取决于相位匹配的类型。

根据有效非线性系数的定义:

$$d_{eff} = (\vec{a}_3) \cdot (d_{in}) : (\vec{a}_1) (\vec{a}_2) \quad (9)$$

我们可以得到 I, II A 和 II B 型相位匹配时的有效非线性系数表达式:

$$d_{eff}^I = (\cos \alpha_{32}, \cos \beta_{32}, \cos \gamma_{32}) \cdot (d_{in}) \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha_{11} \cos \alpha_{21} \\ \cos \beta_{11} \cos \beta_{21} \\ \cos \gamma_{11} \cos \gamma_{21} \\ \cos \beta_{11} \cos \gamma_{21} + \cos \beta_{21} \cos \gamma_{11} \\ \cos \alpha_{11} \cos \gamma_{21} + \cos \alpha_{21} \cos \gamma_{11} \\ \cos \alpha_{11} \cos \beta_{21} + \cos \alpha_{21} \cos \beta_{11} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$d_{eff}^{II A} = (\cos \alpha_{32}, \cos \beta_{32}, \cos \gamma_{32}) \cdot (d_{in}) \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha_{12} \cos \alpha_{21} \\ \cos \beta_{12} \cos \beta_{21} \\ \cos \gamma_{12} \cos \gamma_{21} \\ \cos \gamma_{12} \cos \beta_{21} + \cos \gamma_{21} \cos \beta_{12} \\ \cos \gamma_{12} \cos \alpha_{21} + \cos \gamma_{21} \cos \alpha_{12} \\ \cos \alpha_{12} \cos \beta_{21} + \cos \alpha_{21} \cos \beta_{12} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$d_{eff}^{II B} = (\cos \alpha_{32}, \cos \beta_{32}, \cos \gamma_{32}) \cdot (d_{in}) \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha_{11} \cos \alpha_{22} \\ \cos \beta_{11} \cos \beta_{22} \\ \cos \gamma_{11} \cos \gamma_{22} \\ \cos \gamma_{11} \cos \beta_{22} + \cos \gamma_{22} \cos \beta_{11} \\ \cos \gamma_{11} \cos \alpha_{22} + \cos \gamma_{22} \cos \alpha_{11} \\ \cos \alpha_{11} \cos \beta_{22} + \cos \alpha_{22} \cos \beta_{11} \end{pmatrix} \quad (12)$$

值得指出的是 (d_{in}) 是在光学坐标系中的非线性系数矩阵,其具体形式不但取决于双轴晶体所对应的点群,也取决于该晶体所对应的空间群^[4]。任何双轴晶体的有效非线性系数,原则上均可通过上述途径计算,但在计算单斜和三斜晶系时因涉及坐标轴的么正变换,计算较为复杂。

四、验证

作为验证，计算了532nm泵浦时KTP晶体光参量振荡和调谐过程的有效非线性系数。图1给出根据KTP晶体折射率色散方程计算得到的相位匹配曲线，图中黑点代表不同参量波波长所对应的最佳匹配方向，这些黑点组成最佳调谐曲线。图2表示与最佳调谐曲线对应的有效非线性系数，分别由本文和文献[3]所介绍的两种方法计算得到的 d_{eff} 值的最大相对误差小于7%，这是因为KTP晶体中的离散角和光轴角色散均较小，文献[3]所作近似成立。

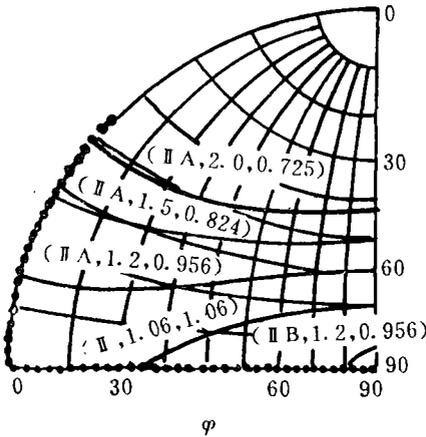


图1 532nm泵浦KTP OPO的相位匹配曲线和相应的最佳调谐曲线(由黑点组成)(括号内三项分别代表相位匹配类型和一对参量波波长)

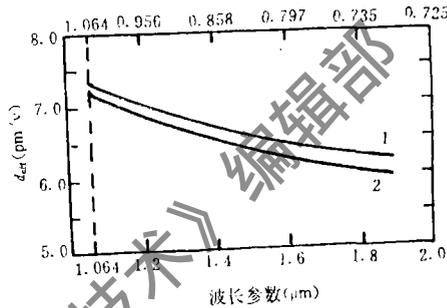


图2 532nm泵浦时KTP OPO最佳调谐过程对应的有效非线性系数
1—Ito方法 2—本文方法

在实验中，为了得到750nm左右的参量波，根据图1的计算结果，选择KTP晶体的切割角为 $\theta=54^\circ$ ； $\varphi=0^\circ$ ，对应的 d_{eff} 值为 6.2pm/V 。当泵浦光每脉冲能量为176mJ时，KTP单共振光参量振荡器的参量光总输出达48.9mJ，转换效率为27.7%，其中讯号波部分能量为33.7mJ，实测讯号波波长为751.5nm。取得了很好的实验结果。

参考文献

- [1] Hobden M V. J A P, 1967; 38 (11) : 4365
- [2] Yao J Q, Fahlen T S. J A P, 1984; 55 (1): 65
- [3] Ito H, Naito H, Inaba H. J A P, 1975; 46 (9): 3992
- [4] 王恭明, 王文澄. 光学学报, 1985; 5 (5) : 416

* * *

作者简介：叶建华，男，1966年10月出生。硕士。现从事激光超声检测技术和激光光固化成形等方面的研究工作。

收稿日期：1991年10月14日。 收到修改稿日期：1992年4月8日。