

自聚焦平面微透镜的折射率分布及其成象性质

朱传贵 薛鸣球 刘德森 高应俊

(中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安)

摘要: 本文通过对自聚焦平面微透镜折射率分布的实际测量和数学拟合, 得到了一个简洁的折射率分布表达式。接着从基本的光线方程出发进行了光线追迹, 推导出了描述自聚焦平面微透镜近轴成象特性的公式。文中还对数值孔径和表面凸起效应进行了有益的讨论。

The index distribution and imaging property of planar microlenses

Zhu Chuangui, Xue Mingqiu, Liu Desen, Gao Yingjun

(Xian Institute of Optics and Precision Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: In this paper, a simple and clear index expression of planar microlenses is obtained through actually measuring the index distribution and mathematically simulating. The index function is the sum of decomposed functions of radial distance and axial distance. By using the basical optical equation, the ray trace is calculated and these equations describing the imaging property of planar microlenses are derived. In this paper, the numerical aperture and the effect of the swelled structure are also discussed.

一、引 言

用光刻、离子交换法在玻璃基底上一次制作大量的自聚焦平面微透镜至今已有了近十年的历史^[1]。其基本原理是使玻璃中的阳离子和融盐中的阳离子通过窗口相互交换, 从而得到具有会聚成象作用的变折射率分布, 如图1所示。目前, 已能够用此法制作直径 $10\mu\text{m}\sim 1\text{mm}$ 多种规格的平面微透镜阵列^[2,3], 其中的各个微透镜的成象质量和相互间的一致性均很好^[2,4,5]。关于平面微透镜中的折射率分布已做了大量的理论和测量工作^[6,7]。对其成象性质的分析也有不少报导^[8,9]。

平面微透镜具有三维的折射率分布, 一般不能得到其光线轨迹的解析解。Moore^[10]给出了一般三维折射率分布时的数值解法, 但由于这需要用计算机进行大量的数值计算, 在许多场合下应用时是很不方便的。

通过圆形窗口进行离子交换得到的平面微

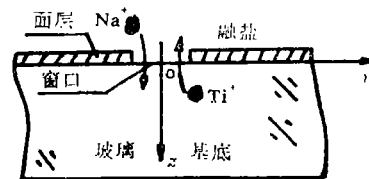


图1 离子交换法制作平面微透镜

透镜，其折射率分布具有旋转对称性。若假设折射率分布可以表示为径向和轴向的和，并用 z 代表光轴，用公式表示即^[8]：

$$n^2(r, z) = n^2(0)[R(r) + Z(z)] \tag{1}$$

此时从基本的光线方程出发，就可以得到光线轨迹的解析表达式^[8]。然而，这一假设与客观实际的符合程度如何，尚无人结合实际测量做进一步的分析。本文通过对平面微透镜折射率分布的实际测量，证明其等折射率面是近似的椭球面，并在此基础上对平面微透镜的成象性质做了更进一步的分析，求得了其焦距、主点位置等重要参数。最后结合平面微透镜的表面凸起效应，对影响数值孔径的因素作了分析。

二、折 射 率 分 布

我们在国家863计划的支持下，对用离子交换法制作平面微透镜阵列进行了大量的研究。在相同的工艺条件下，获得了一批成象质量较好的平面微透镜阵列。从中选择一个较具代表性的，加工成包含一个微透镜的 z 轴，可代表其子午面的薄片，薄片厚0.19mm。在雅明干涉仪上，He-Ne激光照明下拍得了图2所示的干涉图。图中的每根条纹都代表一个等折射率面。交换时所开窗口直径0.6mm，玻璃基底的折射率为1.5262，由于干涉图求得的离子交换引起的最大折射率差为0.037。

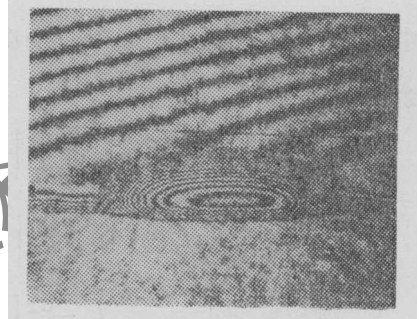


图2 平面微透镜的薄片干涉图

从干涉图知，折射率不仅与径向有关，还与轴向有关，我们设

$$n^2(r, z) = n^2(0)[1 - (gr)^2 - \nu(gz)^2] \tag{2}$$

式中， $n(0)$ 为透镜中心的折射率， g ， ν 为与玻璃、融盐及交换条件有关的常数。当取 $g = 0.494\text{mm}^{-1}$ ， $\nu = 5.6$ 时，得到的模拟干涉图如图3所示。

为了进一步说明拟合的精度，我们用读数显微镜对干涉图做了仔细地判读，得到了 r 轴和 z 轴上的折射率分布，并与用上法计算的结果进行了比较，如图4所示。我们发现，在 z 轴上的折射率分布用抛物线始终可以拟合的很好，而在 r 轴上，开孔区的折射率变化较小，拟合精度受开孔大小的影响，在开孔较小时，这种影响并不大。

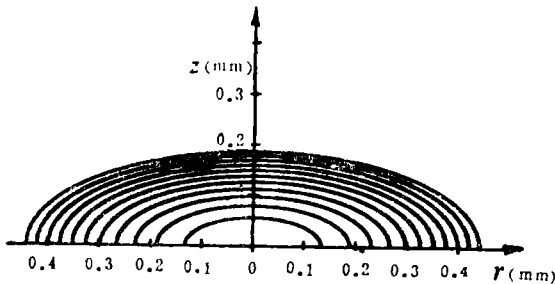


图3 模拟干涉图

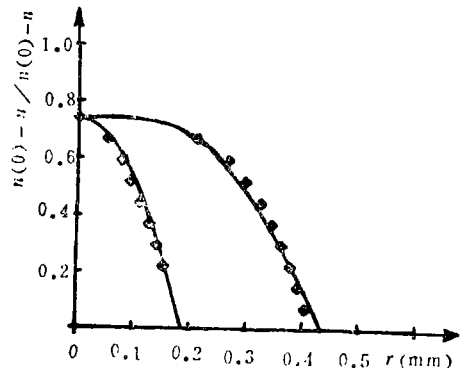


图4 r 轴和 z 轴上的折射率分布
— 计算值 ■ 测量值

从以上结果可知,用(2)式来表示自聚焦平面微透镜的折射率分布是符合实际情况的。由于它具有很简洁的形式,大大方便了对平面微透镜成象性质的分析。

三、光 线 方 程

在柱坐标系下,光线方程具有如下的形式^[11]

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} - r \left(\frac{d\theta}{d\tau} \right)^2 = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{2} n^2 \right) \quad (3a)$$

$$\frac{d}{d\tau} \left(r^2 \frac{d\theta}{d\tau} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} n^2 \right) \quad (3b)$$

$$\frac{d^2 z}{d\tau^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} n^2 \right) \quad (3c)$$

式中, $d\tau = \frac{ds}{n}$ 为沿光线方向长度的微小增量。设光线入射于 $r=r_0$, $\theta=\theta_0$ 和 $z=z_0$ 处, 其方向余弦分别为:

$$p_0 = \left. \frac{dr}{d\tau} \right|_{z=0} = n(r_0, 0) C_r \quad (4a)$$

$$q_0 = \left. \frac{d\theta}{d\tau} \right|_{z=0} = n(r_0, 0) C_\theta \quad (4b)$$

$$l_0 = \left. \frac{dz}{d\tau} \right|_{z=0} = n(r_0, 0) C_z \quad (4c)$$

各方向余弦间满足以下关系

$$C_r^2 + (rC_\theta)^2 + C_z^2 = 1 \quad (5)$$

为了描述平面微透镜的成象性质,最主要的是讨论子午光线。对于子午光线, $C_\theta = 0$ 。当折射率可表示为(1)式时, Iga^[8] 求得了子午光线应满足的光线方程

$$\int_{r_0}^r \frac{dr'}{\sqrt{R(r') - (C_z^2 - 1)Z(0) - C_z^2 R(r_0)}} = \pm \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{Z(z') + (C_z^2 - 1)Z(0) + C_z^2 R(r_0)}} \quad (6)$$

式中, \pm 分别对应 $dr/d\tau > 0$ 和 $dr/d\tau < 0$ 两种情况。比较(1)式和(2)式可知,对于我们制作的平面微透镜, $R(r) = 1 - (gr)^2$, $Z(z) = -\nu(gz)^2$, 代入(6)式得:

$$\int_{r_0}^r \frac{dr'}{\sqrt{1 - (gr')^2 - C_z^2 [1 - (gr_0)^2]}} = \pm \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{-\nu(gz')^2 + C_z^2 [1 - (gr_0)^2]}} \quad (7)$$

对上式两边积分,并注意到 $C_z^2 = l_0^2/n^2(r_0, 0)$, 得:

$$\sin^{-1} \frac{gr}{\sqrt{1 - l_0^2/n^2(0)}} = \sin^{-1} \frac{gr_0}{\sqrt{1 - l_0^2/n^2(0)}} \pm \frac{1}{\sqrt{\nu}} \sin^{-1} \frac{n(0)\sqrt{\nu}gz}{l_0} \quad (8)$$

推导过程中假设了:在整个积分区间内, $dr/d\tau$ 不变号。

利用 p_0 的定义, (8)式可简化为:

$$r = r_0 \cos F(z) \pm \frac{p_0}{gn(0)} \sin F(z) \quad (9)$$

$$\text{式中, } F(z) = \frac{1}{\sqrt{\nu}} \sin^{-1} \frac{n_0 \sqrt{\nu} gz}{l_0} \quad (10)$$

四、焦距和主平面

为了求出平面微透镜的象方和物方主点位置和焦距, 如图5所示, 我们分别对光线(1)和光线(2)进行追迹。

对于光线(1), $p_0 = 0$, $l_0 = 1$, $dr/dr < 0$, 由(9)式得:

$$r_1' = r_0' \cos F(z_1') \quad (11)$$

$$\left. \frac{dr}{dz} \right|_{z=z_1'} = \frac{-r_0 g}{\sqrt{1-g^2 r_0'^2 - \nu g^2 z_1'^2}} \sin F(z_1') \quad (12)$$

因为 r_1' 和 z_1' 位于变折射率分布区的边缘上, 它们应该满足:

$$n_2 = n(0) [1 - (gr_1')^2 - \nu(gz_1')^2] \quad (13)$$

式中, n_2 是基底的折射率。从图5可知, 象方主点到原点的距离为:

$$l_H' = z_1' - \frac{(r_0' r_1') \sqrt{1-g^2 r_0'^2 - \nu g^2 z_1'^2}}{r_0' g \sin F(z_1')} \quad (14)$$

焦点离原点的距离为:

$$l_0' = z_1' + \frac{r_1' \sqrt{1-g^2 r_0'^2 - \nu g^2 z_1'^2}}{r_0' g \sin F(z_1')} \quad (15)$$

因而焦距为:

$$f' = l_0' - l_H' = \frac{\sqrt{1-g^2 r_0'^2 - \nu g^2 z_1'^2}}{g \sin F(z_1')} \quad (16)$$

将(13)式代入(14)式和(16)式, 得:

$$l_H' = \frac{d\sqrt{2\Delta} - (gr_1')^2}{\sqrt{2\Delta}} - \frac{[1 - \cos F(z_1')] \sqrt{1-2\Delta + g^2 r_1'^2 - g^2 r_0'^2}}{g \sin F(z_1')} \quad (17)$$

$$f' = \frac{\sqrt{1-2\Delta + g^2 r_1'^2 - g^2 r_0'^2}}{g \sin F(z_1')} \quad (18)$$

$$\text{式中, } \Delta = \frac{n(0) - n_2}{n(0)}, \quad r_1' = r_0' \cos F(z_1'), \quad F(z_1') = \frac{gd}{\sqrt{2\Delta}} \sin^{-1} \frac{\sqrt{2\Delta - g^2 r_1'^2}}{\sqrt{1-g^2 r_0'^2}}.$$

令 $r_0 \rightarrow 0$, 得近轴光线的象方主点位置和焦距为:

$$l_H' = d - \frac{\sqrt{1-2\Delta} \left[1 - \cos \left(\frac{gd}{\sqrt{2\Delta}} \sin^{-1} \sqrt{2\Delta} \right) \right]}{g \sin \left(\frac{gd}{\sqrt{2\Delta}} \sin^{-1} \sqrt{2\Delta} \right)} \quad (19)$$

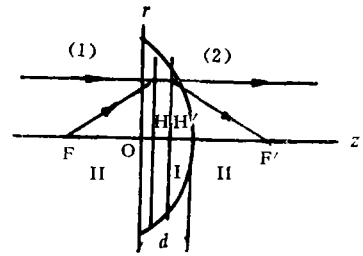


图5 平面微透镜中的光线轨迹
I—变折射率分布区 II—玻璃基底

$$f' = \frac{\sqrt{1-2\Delta}}{g \sin \left(\frac{gd}{\sqrt{2\Delta}} \sin^{-1} \sqrt{2\Delta} \right)} \quad (20)$$

一般 Δ 都很小, $\sin^{-1} \sqrt{2\Delta} \approx \sqrt{2\Delta}$, 因而上两式可进一步简化为:

$$l_H' = d - \frac{\sqrt{1-2\Delta}[1 - \cos(gd)]}{g \sin(gd)} \quad (21)$$

$$f' = \frac{\sqrt{1-2\Delta}}{g \sin(gd)} \quad (22)$$

同理, 对于光线(2), $dr/dz|_{z=z_1} = 0$, $dr/d\tau > 0$, 求得简化形式的物方主点位置和焦距为:

$$l_{H1} = \frac{1 - \cos(gd)}{g \sin(gd)} \quad (23)$$

$$f_1 = -\frac{1}{g \sin(gd)} \quad (24)$$

当左边也是折射率为 n_2 的介质时, 光线经过两界面间要发生折射, 因而物方主点位置和焦距变为:

$$l_H = \frac{n_2}{n(0)} l_{H1} = \frac{\sqrt{1-2\Delta}[1 - \cos(gd)]}{g \sin(gd)} \quad (25)$$

$$f = \frac{n_2}{n(0)} f_1 = -\frac{\sqrt{1-2\Delta}}{g \sin(gd)} \quad (26)$$

实际制作的平面微透镜, 都是处于有一定厚度的玻璃基片中的。而且由于离子交换引起玻璃的体积膨胀^[2], 交换部分向外凸起^[12]。如图6所示, 凸起部分的作用类似普通的球面透镜。

在只考虑基片厚度而不考虑凸起时, 象方和物方主点位置和焦距分别为:

$$l_H' = D \left(1 - \frac{1}{n_2} \right) + \frac{d_2}{n_2} - \frac{\sqrt{1-2\Delta}[1 - \cos(gd)]}{n_2 g \sin(gd)} \quad (27)$$

$$l_H = \frac{\sqrt{1-2\Delta}[1 - \cos(gd)]}{n_2 g \sin(gd)} \quad (28)$$

$$f' = -f = \frac{\sqrt{1-2\Delta}}{n_2 g \sin(gd)} \quad (29)$$

比起透镜的焦距, d 要小很多, 因而(27)式和(28)式变为:

$$l_H' = D \left(1 - \frac{1}{n_2} \right) \quad (30)$$

$$l_H = 0 \quad (31)$$

若透镜的半径为 a , 由于 $a = \sqrt{2\Delta}/g$, 则可得透镜的数值孔径为:

$$NA = \frac{a}{f_1} = \frac{n_2 \sqrt{2\Delta} \sin(gd)}{\sqrt{1-2\Delta}} \quad (32)$$

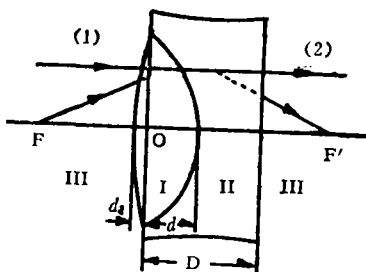


图6 平面微透镜的实际模型

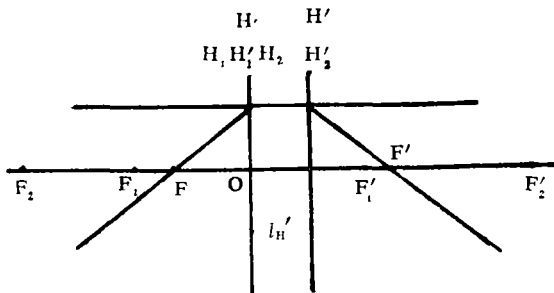


图7 平面微透镜的简化模型

有凸起时,平面微透镜是变折射率分布和球面透镜两部分的组合。若设凸起部分的曲率半径为 R 。考虑到凸起部分的高度 d 很小,这一光学系统可以简化为图7的形式。

从图7可知,总的主平面位置不变,焦距成为:

$$f_c' = \frac{R\sqrt{1-2\Delta}}{(n_2-1)n_2g\sin(gd)} \left/ \left[\frac{R}{n_2-1} + \frac{\sqrt{1-2\Delta}}{n_2g\sin(gd)} \right] \right. \quad (33)$$

数值例子:

透镜半径 $a=0.44\text{mm}$,交换深度 $d=0.186\text{mm}$, $\Delta=0.024$, $n_2=1.5262$, $g=0.494\text{mm}^{-1}$, $\nu=5.60$, $R=3.72\text{mm}$ 。不计凸起时 $f'=14.10\text{mm}$, $\text{NA}=0.03$,考虑了凸起效应后总焦距 $f_c'=4.71\text{mm}$, $\text{NA}=0.09$ 。可见凸起效应对焦距和数值孔径的影响都是很大的。

五、结 论

用(2)式来表示平面微透镜的折射率分布,具有一定的精度且可以得到简明的结果,因而在计算平面微透镜的基本光学参数时是适当的。但平面微透镜的折射率分布与所用的基片玻璃、融盐及具体交换条件都有很强的依赖关系,对其具体的表达形式一定要建立在实际测量的基础上。

提高平面微透镜数值孔径的根本途径是提高离子交换引起的折射率差 Δ ,但增大离子交换的深度以提高 gd 的值也是提高 NA 的一个有效途径,这实际上等于要求增大折射率分布区的圆度。

在近轴条件下,平面微透镜的光学性质类似普通的透镜,具有高斯成象性质。因而知道了主点位置和焦距,可以方便地确定物象位置关系。

参 考 文 献

- [1] Oikawa M, Iga K. Appl Opt, 1982, 21 (6): 1052
- [2] 刘德森, 高应俊, 覃亚丽 *et al.* 高速摄影与光子学, 1990, 19 (3): 209
- [3] Iga K, Misawa S. Appl Opt, 1986, 25 (19): 3388
- [4] Akiba A, Iga K. MOC/GRIN'89, The second microoptics conference/The eighth topical meeting on gradient-index optical imaging systems, Tokyo, 1989, Tokyo: JSAP, 1989: 228

- [5] Hamanaka K, Nemoto H, Oikawa M *et al.* Appl Opt, 1990; 29 (28) : 4064
- [6] 高应俊, 覃亚丽. 光学学报, 1990; 10 (1) : 60
- [7] Hamanaka K, Nemoto H, Oikawa M *et al.* SPIE, 1988; 104: 58
- [8] Iga K, Oikawa M, Banno J. Appl Opt, 1982; 21 (19) : 3451
- [9] Misawa S, Oikawa M, Iga K. Japan J A P, 1982; 21 (9) : 589
- [10] Moore D T. J O S A, 1975; 65: 451
- [11] Marchand E W. Gradient-Index Optics, New York : Academic Press, 1978: 7
- [12] Oikawa M, Nemoto H, Hamanaka K *et al.* Appl Opt, 1990; 29 (28) : 4077

* * *

作者简介: 朱传贵, 男, 1963年5月出生。博士研究生。从事变折射率光学和微细光学的理论研究及器件研制。

刘德森, 男, 1938年出生。研究员, 中国光学学会纤维光学与集成光学专业委员会常务副主任兼秘书长。长期从事固体物理、纤维光学、变折射率光学与微小光学研究工作, 组织领导了多个课题组的研究工作。在纤维光学、变折射率光学方面作出了国内领先水平的多项成果。目前在组织领导的国家高技术课题自聚焦复合透镜面列阵研究中, 在理论、工艺和器件上作出了具有创新意义的, 达到国外先进水平的新成果。获奖项目6项、国家级新产品1项。代表性著作有《纤维光学》和《变折射率介质的物理基础》, 发表主要论文40多篇。培养硕士研究生10名, 每年有70%以上时间投入本项目研究和组织管理。

高应俊, 男, 1946年出生。副研究员。主要致力于变折射率光学, 微小光学的理论、器件工艺及应用研究, 特别是在光计算、光信息处理中的应用研究。

收稿日期: 1991年9月15日。

· 简 讯 ·

提供超高纯铈源的发生器

Electron Transfer Technologies公司 (Princeton, NJ) 根据与战略防御计划的小项目革新研究计划签订的合同, 正在研制制造铈化氢气体的发生器。铈化氢是一种铈源, 用于制造红外探测器和激光器用的合成半导体。

使用超高纯的铈化氢是有益的, 因为它的沉积速度比其它的金属有机铈源快10倍。公司总经理William Ayers说: “铈化氢只含有铈和无害的氢, 但是金属有机物含有使器件退化的碳化合物。”因为铈化氢通常对舟是不稳定的, 该公司正设计一种在制造厂每分钟能安全产生100cm³的气体的发生器。David Sarnoff研究室 (Princeton, NJ)将制作和评价用这种装置制造的光电薄膜。

译自L F World, 1992; 28 (5): 13 张贤义 译 刘建卿 校