

# 光栅小角度变化引起的衍射光定位的变化及实验

朱 拓

(无锡轻工业学院, 无锡)

倪晓武

(华东工学院, 南京)

**摘要:** 本文通过对特定光栅作近似计算, 推导出了光栅在小角度变化时, 入射角和衍射角的改变量之间的对应关系, 讨论了其实验的可行性和重要性。

The experimental study on the change of diffraction beam position caused by a small angle variation of grating

Zhu Tuo

Ni Xiaowu

(Wuxi Institute of Light Industry)

(East China Institute of Technology)

**Abstract:** By means of the approximate calculation, the relation between the incident angle and diffractive angle is investigated under the condition of small angle variation of grating. The experimental and theoretical results are shown in this paper.

## 一、引 言

众所周知, 对平面镜来讲, 入射光和反射光满足反射定律; 对光栅而言, 入射光和衍射光满足光栅方程<sup>[1]</sup>:

[3] Haeringer W. Phys Rev, 1967; 158: 256

[4] Punlambekar P N, Dahiya H S, Chitnis V T. Opt Commun, 1982; 41(3): 191

[5] 吕可诚, 巴恩旭, 张春平. 光学学报, 1984; 4(1): 44

[6] Keijser R A J. Opt Commun, 1977; 23(2): 194

[7] Jones R C. J O S A, 1944; 31: 488

[8] 梁铨廷. 物理光学. 北京: 机械工业出版社, 1982: 234

作者简介: 曹 明, 男, 1947年10月出生。讲师。现从事激光技术, 薄膜光学等科研和教学工作。

丁金星, 男, 1935年11月出生。高级工程师。长期从事激光技术科研工作。

收稿日期: 1991年5月2日。

收到修改稿日期: 1991年7月2日。

$$d(\sin\alpha + \sin\beta) = \pm k\lambda \quad (1)$$

式中,  $d$ 为光栅常数;  $\alpha$ ,  $\beta$ 分别为入射光和衍射光相对于光栅法线的入射角和衍射角;  $k$ 为整数。当平面镜作角度位移时, 入射光和反射光的相应角度的改变满足线性关系:

$$\Delta\beta' = 2\Delta\alpha' \quad (2)$$

见图1。当光栅作小角度位移时, 入射光和反射光的相应角度的改变量则满足什么关系呢? 本文对特定光栅, 在近似计算的基础上, 推导出了其间的相应关系, 并对其实验性及其实用性作了探讨。

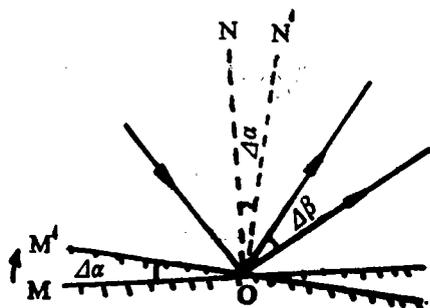


图1 平面镜作角度位移时入射光和反射光的相应角度的改变

## 二、基本推导

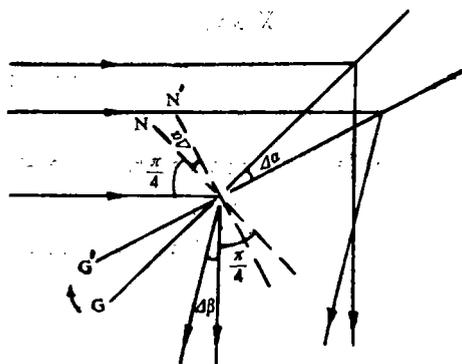


图2 光栅作小角度变化时入射光和衍射光的相应角度的改变

考虑其实验性和实用性, 设计光栅的入射角  $\alpha$  和衍射角  $\beta$  均为  $\pi/4$ , 当光栅作小角度  $\Delta\alpha$  转动后, 根据方程 (1) 和图2得:

$$\sin(\alpha + \Delta\alpha) + \sin(\beta + \Delta\beta - \Delta\alpha) = \sin\alpha + \sin\beta$$

$$\text{即: } \cos\Delta\alpha + \sin\Delta\alpha + \cos(\Delta\beta - \Delta\alpha) + \sin(\Delta\beta - \Delta\alpha) = 2 \quad (3)$$

式中,  $\Delta\beta$  为光栅转动前后衍射角的改变量。

经运算, (3) 式变为:

$$\sin\Delta\beta [\cos^2\Delta\alpha - \sin^2\Delta\alpha] + \cos\Delta\beta [1 - \sin(2\Delta\alpha)] = 2 [\cos\Delta\alpha - \sin\Delta\alpha] - \cos(2\Delta\alpha) \quad (4)$$

记作:

$$a = \cos(2\Delta\alpha)$$

$$b = 1 - \sin(2\Delta\alpha)$$

$$c = 2(\cos\Delta\alpha - \sin\Delta\alpha) - \cos(2\Delta\alpha)$$

(4) 式则变为:

$$a\sin\Delta\beta + b\cos\Delta\beta = c \quad (6)$$

解 (6) 式得:

$$\text{tg}\Delta\beta = -2ab + [4a^2b^2 - 4(a^2 - c^2)(b^2 - c^2)]^{1/2} / 2(a^2 - c^2) \approx c^2 - b^2 / 2ab \quad (7)$$

上面近似式中用到了  $(1+a)^{1/2} \approx 1+a/2$  的近似式。

考虑到 (5) 式中  $\Delta\alpha$  是一个小量, 则:

$$\begin{cases} a \approx 1 - 2(\Delta\alpha)^2 \\ b \approx 1 - 2(\Delta\alpha) \\ c \approx 1 - 2(\Delta\alpha) + (\Delta\alpha)^2 \end{cases} \quad (5')$$

最后, (7) 式可表达为:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\Delta\beta) &\approx (\Delta\alpha)^2 \\ \Delta\beta &\approx (\Delta\alpha)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

即:

(8) 式化简中用到了  $(1+\alpha)^{-1} \approx 1-\alpha$  的近似式。(8) 式明确地反映了光栅作小角度变化时, 入射光和衍射光其相应的角度的改变量之间的关系, 即平方对应关系。

### 三、实验结果及分析

用氩离子激光器 ( $\lambda_1 = 488\text{nm}$ ) 的光束制作全息光栅G, 根据制作全息光栅时物光和参考光之间的夹角  $\psi$  和全息光栅常数  $d$  之间的关系<sup>[2]</sup>

$$d = \lambda_1 / 2 \sin(\psi/2) \quad (9)$$

并考虑用氩氦激光器 ( $\lambda_2 = 633\text{nm}$ ) 的光束照射光栅, 为满足  $\alpha = \beta = \pi/4$  则得:

$$\frac{\psi}{2} = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) = 0.576(\text{rad}) \quad (10)$$

根据 (10) 式的结果, 设计光路, 制作出光栅G, 将光栅安放在分光计上, 即可验证 (8) 式的结论。

测量结果和理论结果列入附表中, 比较实验和理论结果, 可得出下面两个结论: 1.  $\Delta\alpha < 10^\circ$  时, 实验结果和理论结果很好地相符;  $\Delta\alpha > 10^\circ$  后有较大误差; 2. 无论光栅转向如何 (即无论  $\Delta\alpha$  取正值或者取负值), 衍射光总是朝一个方向偏转 (即  $\Delta\beta$  总是大于零的), 验证了理论结论 (8) 式的正确性。

上述结论和实验, 加深了对光栅特有性质的认识, 并为使用光栅作为光学传感元件进行平方关系的变换提供了理论和实验依据。这即可作为一个综合的光学实验, 又为光学传感技术提供了一种新的基本方法。

附表  $\Delta\alpha$  与  $\Delta\beta$  的论理值和测量值

$\Delta\alpha$ (rad)	理论值 $(\Delta\alpha)^2$ (rad)	测量值 $\Delta\beta$ (rad)
-0.262	0.0685	0.0810
-0.218	0.0460	0.0548
-0.175	0.0305	0.0305
-0.131	0.0171	0.0171
-0.0873	0.00762	0.00746
-0.0436	0.00190	0.00190
0.0436	0.00190	0.00190
0.0873	0.00762	0.00764
0.131	0.0171	0.0168
0.175	0.0305	0.0258
0.218	0.0460	0.0358
0.262	0.0685	0.0529

### 参 考 文 献

[1] 玻恩 M, 沃耳夫 E. 光学原理. 北京: 科学出版社, 1978: 524~527

[2] 顾德门 J M. 傅里叶光学导论. 北京: 科学出版社, 1979: 274~275

作者简介: 朱拓, 男, 1957年7月出生。讲师, 教研室副主任。1990年赴丹麦 Risø National Laboratory 进修, 1991年初回国, 从事物理教学及HOE研究和应用, 以及光散射的理论和实验研究。

收稿日期: 1991年4月23日。

收到修改稿日期: 1991年6月13日。