

# 激光陀螺中采用后向散射波调制的进一步探讨

王京献

(航空航天部第618研究所, 西安)

**摘要:** 本文讨论了一种减小环形激光陀螺锁区的方法——后向散射波调制法。给出了采用这种方法的调制幅度和调制频率。对稳频系统的影响进行了分析。

## Detail investigation of modulating backscatter wave in RLG

Wang Jingxian

(Xi'an Institute of Flight Automatic Control)

**Abstract:** The paper gives a approach of modulating backscatter wave, in order to reduce lock-in region in ring laser gyroscope and analyses modulated amplitude, modulating frequency and the effect on frequency stability.

### 一、引言

激光陀螺具有一系列与常规机电陀螺不同的优点, 受到人们的关注, 成为新型陀螺研究中的佼佼者。但是由于其本身的闭锁现象限制了研究的发展和运用。这种闭锁现象反映在激光陀螺的输入输出关系上就是有一锁区。外界输入速率低于锁区时, 激光陀螺将无输出信号。这种闭锁现象产生的最主要原因是激光陀螺反射镜的后向散射。锁区的大小与激光陀螺反射镜的散射系数成正比<sup>[1]</sup>。

为了减小和避免锁区的影响, 人们从各个方面进行研究。最基本的方法是提高反射镜的质量, 增大反射率和减小散射率。但是这种方法是有限度的。另外一种基本方法是采用偏频技术, 最为典型的一种偏频技术是腔体机械抖动技术<sup>[2]</sup>。采用这种技术的陀螺测量误差与抖动角速率、抖动频率及锁区有关<sup>[3]</sup>。其中锁区的影响最大。减小这个测量误差, 又归结到减小激光陀螺的锁区。而减小锁区在某种程度上就是减小后向散射波和主波信号之间的耦合。如果改变后向散射波的频率, 使它和主波频率相差较大, 后向散射波就难以和主波之间产生耦合。但直接改变后向散射波频率是很困难的。为此, 使后向散射波信号受到调制, 把后向散射波中原来只集中在主波频率上的能量调制到偏离主波频率的其他频率处, 以减小后向散射波和主波之间的能量耦合。调制的方法有两种, 调频法和调相法。考虑到控制系统的难易程度, 所以用调相法。本文就是讨论这种调相法减小锁区的方法——后向散射波调制法。

### 二、后向散射波调制原理

考虑一个受到相位调制作用的后向散射波:

$$e = A \sin(\omega_0 t + \beta \sin \omega_d t)$$

$$= A \left[ J_0(\beta) \sin \omega_0 t + \sum_{n \neq 0} J_n(\beta) \sin(\omega_0 + n\omega_d)t \right] \quad (1)$$

式中,  $A$  为后向散射波振幅,  $\omega_0$  为主波频率,  $\beta$  为调制幅度,  $\omega_d$  为调制频率,  $t$  为时间,  $n = \pm 1, \pm 2, \dots$  分析这个调制作用下的后向散射波频谱知, 后向散射波由未调制前和主波相同的单一频率变成了一个既包含主波频率也包含一些其他频率的信号。这些频率不同的信号其幅值由第一类贝塞尔函数<sup>[4]</sup>所决定。当主波频率  $\omega_0$  发生变化时, 各阶包含频率  $(\omega_0 + n\omega_d)$  的边带信号的频率始终和主波信号频率  $\omega_0$  相差一个  $n\omega_d$  ( $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ )。若把  $\omega_d$  选择的足够大, 由于散射波振幅  $A$  比较小, 而  $J_n(\beta)$  总是一个小于 1 的量, 则这些边带信号就不易和主波之间产生耦合。引起两束主波之间能量耦合的只有一项  $AJ_0(\beta) \sin \omega_0 t$ 。对于  $J_0(\beta)$  只要  $\beta \neq 0$ , 它总是小于 1 的量, 特别是  $J_0(\beta) = 0$  时,  $\beta$  为贝塞尔函数零点时, 后向散射造成的主波之间能量耦合将被清除。

如图 1, 考虑激光陀螺中一个反射镜上斜入射激光束的相位关系。入射角为  $\theta$ , 采用压电陶瓷推拉反射镜, 使反射镜  $M$  沿入射光线法线方向移动 (在此过程中, 保持环腔内总的几何光程不变, 即保持主波信号频率不变)。设移动距离为  $h$ , 反射镜由  $M$  移到  $M'$ , 反射点由  $P$  移到  $Q$ , 散射中心由  $P$  移到  $Q'$ 。原来在  $P$  点和主波信号同位相的后向散射波信号, 在  $M'$  平面不是同位相了。后向散射波不仅携带了入射主波信号的信息, 而且携带了反射镜移动的信息。后向散射波和它同方向传播的主波之间相差了一个位相:

$$2 \times \frac{2\pi}{\lambda} h \cdot \text{tg} \theta \cdot \sin \theta \quad (2)$$

式中,  $\lambda$  为激光工作波长, 后向散射信号成为:

$$e = A \sin(\omega_0 t + 2 \frac{2\pi}{\lambda} h \text{tg} \theta \cdot \sin \theta) \quad (3)$$

取  $h = H \sin \omega_d t$ , 后向散射信号成为一种相位调制波, 调制频率为反射镜移动频率  $\omega_d$ , 调制幅度为:

$$\frac{4\pi H}{\lambda} \text{tg} \theta \sin \theta = \beta \quad (4)$$

对于一个形状和工作波长确定的激光陀螺,  $\beta$  仅由  $H$  决定。只要适当选择  $H$ , 完全可以实现  $\beta = 2.405, 5.520, 8.654, \dots$  这些第一类零阶贝塞尔函数的零点, 使这个反射镜的后向散射能量耦合为最小。

### 三、环形光路调制分析

#### 1. 调制幅度的确定

对于一个三角形环形光路的激光陀螺, 采用后向散射波调制技术时, 必须同时满足两个

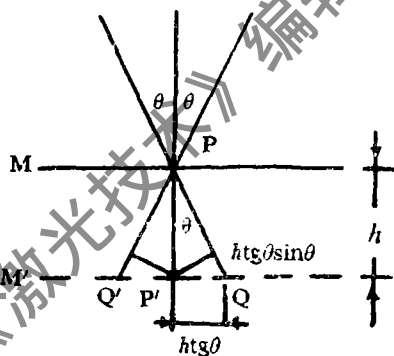


图 1 斜入射激光束的相位关系

基本要求：(1) 环路总的光程保持稳定；(2) 三反射镜后向散射波引起的能量耦合总和为最小。

考虑一个如图2所示的正三角形环形光路。M<sub>1</sub>为球面反射镜，M<sub>2</sub>、M<sub>3</sub>为平面反射镜，在激光陀螺中球面镜曲率半径都比较大，以下处理时，均按平面镜处理。同时还假定各反射镜的散射系数相同。

当M<sub>3</sub>移动一个h时，为保持总环路光程稳定，M<sub>2</sub>反射镜必须同步同方向也移动一个h。这样M<sub>2</sub>、M<sub>3</sub>在移动过程中对后向散射波信号的调制和单个反射镜时完全相同。M<sub>2</sub>、M<sub>3</sub>同步移动h时，光束在反射镜M<sub>1</sub>平面上移动了h/cosθ的距离，因而反射镜M<sub>1</sub>上的后向散射波信号成为：

$$e = A \sin(\omega_0 t + \frac{4\pi}{\lambda} \frac{H}{\cos\theta} \cdot \sin\theta \cdot \sin\omega_0 t) \quad (5)$$

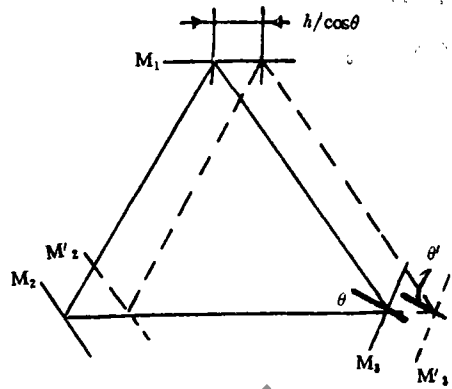


图2 正三角形环形光路

展开分析知，和主波信号频率相同的后向散射信号强度为： $A^2 J_0^2 \left( \frac{4\pi}{\lambda} H \text{tg} \theta \right)$ 。这样，整个环形光路中，由反射镜散射产生的、和主波信号同频率的后向散射波总强度正比于：

$$Q = J_0^2 \left( \frac{4\pi}{\lambda} H \text{tg} \theta \right) + 2J_0^2 \left( \frac{4\pi}{\lambda} H \text{tg} \theta \sin\theta \right) \quad (6)$$

使Q最小的H值就是我们要选择的反射镜振动振幅的最佳值。对于正三角形， $\theta = 30^\circ$ ， $\sin\theta = 0.5$ ，(6)式可改写为：

$$Q = J_0^2 (2y) + 2J_0^2 (y) \quad (7)$$

式中，

$$y = \frac{2\pi H}{\lambda} \text{tg} 30^\circ \quad (8)$$

由于第一类零阶贝塞尔函数的第二阶零点近似为第一阶零点的二倍，为使Q最小，选择y，2y分别为第一类零阶贝塞尔函数的前二阶零点附近的值。在此附近用直线去拟合贝塞尔函数的曲线，近似求解，有：

$$\begin{cases} J_0(y) \approx J'_0(2.405)(y - 2.405) \\ J_0(2y) \approx J'_0(5.520)(5.520 - 2y) \end{cases} \quad (9)$$

式中，  $J'_0(2.405) = -J_1(2.405) = -0.5168$

$$J'_0(5.520) = -J_1(5.520) = 0.3403 \quad (10)$$

将(10)式、(9)式代入(7)式整理得：

$$Q = 0.9972y^2 - 5.127y + 6.618 \quad (11)$$

令  $dQ/dy = 1.994y - 5.127 = 0$  得  $y = 2.571$

代入(8)式得:  $H = 0.71\lambda$

下面估算一下使总环路的后向散射波强度减小了多少。设未调制前三个反射镜的后向散射波强度均为  $A^2$ , 那么调制后产生能量耦合的总后向散射强度为:

$$A^2 J_0(5.142) + A^2 J_0(2.571) + A^2 J_0(2.571) = 0.03A^2$$

产生能量耦合的后向散射波强度相对变化量为:

$$0.03A^2 / (A^2 + A^2 + A^2) = 1\%$$

这就相当于把激光陀螺中后向散射耦合减小了100倍, 相应地锁区也就至少被压缩几十倍。

上面的讨论表明, 采用正三角形光路的激光陀螺, 后向散射波调制法只能使三反射镜的后向散射波耦合之和尽可能减小, 而不能彻底清除之。若变正三角形光路为底角确定的等腰三角形光路, 就可以使每个反射镜的后向散射耦合同时为最小, 甚至为零。

下面就求这个等腰三角形的底角。保持底角所处的两个反射镜上后向散射调制幅度为零阶贝塞尔函数的第一个零点, 而顶角处反射镜上后向散射调制幅值为零阶贝塞尔函数的第二个零点, 设底角反射镜的入射角为  $\theta$ , 则有:

$$htg\theta \cdot \sin\theta / htg\theta = 2.405/5.520 \quad (12)$$

解得:  $\theta = 25.83^\circ$

所以这个等腰三角形的底角为  $2\theta = 51.66^\circ$ , 顶角为  $76.64^\circ$ 。底角上的两反射镜沿法线方向的振动振幅为:

$$H = \beta\lambda / (4\pi tg\theta \sin\theta) = 0.91\lambda$$

这样与主波同频的后向散射波强度之和正比于:

$$Q = A^2 J_0^2(5.520) + 2A^2 J_0^2(2.405) = 0$$

可见这种等腰三角形光路中, 与主波信号同频的后向散射波信号和主波信号之间的耦合被完全清除, 锁区将被大大减小。

## 2. 调制频率的选择原则

以上仅讨论了如何减小后向散射信号中和主波信号频率相同的那一部分后向散射信号和主波信号之间的耦合。其他频率为  $\omega_0 \pm \omega_d$ ,  $\omega_0 \pm 2\omega_d \dots$  的后向散射信号也可能和主波之间进行耦合。必须考虑这一问题。在这些边带频率的后向散射信号中, 最易于和主波进行耦合的是第一阶边带信号, 即  $\omega_0 \pm \omega_d$  的后向散射信号。如果使它和主波之间的耦合也很弱, 其他的边带信号就更难以和主波进行耦合。减小这些边带信号和主波的耦合, 就需通过选择  $\omega_d$  来实现。

调制频率的选择, 可以通过锁区附近的耦合过程来分析考虑。当外界输入到激光陀螺的旋转角速率  $\Omega_i$  和锁区  $\Omega_L$  相等时, 若反射镜不存在后向散射, 这个  $\Omega_L$  就不会体现出来, 此时激光谐振腔内两束正反向激光主波的频差为  $k \cdot \Omega_i = k \Omega_L$  ( $k$  为激光陀螺比例因子, 单位为  $\text{Hz}/^\circ/\text{s}$ )。这说明和主波信号频差为  $k \Omega_L$  的后向散射干扰已足以使主波之间产生强烈耦合, 以致两束主波锁定在一起。因此, 要想使调制后的一系列边带信号的后向散射不引起主波之间的强烈耦合, 最低条件为:

$$\omega_d / 2\pi \geq k \Omega_L \quad (13)$$

若调制频率不满足这个最低条件, 尽管和主波信号同频的后向散射信号被清除了, 但其他边带信号的后向散射波仍有可能使主波产生强烈耦合, 使激光陀螺产生闭锁, 使后向散射

调制法失去减小锁区的作用。因而,实际工作中,一般要选择 $\omega_d/2\pi \geq 2.k\Omega_L$ ,方能满足减小锁区和提高精度的目的。

#### 四、调制机构的控制精度

对于三角形环激光陀螺,在振动反射镜调制后向散射波的过程中,由于振动机构、控制系统的误差、稳频系统的稳频误差等因素的影响,会造成反射镜振动振幅偏离最佳工作点,两振动反射镜的运动不同步,腔内几何光路变化等不良结果,而不能有效地减小陀螺的锁区,这些不良结果归结到两方面影响着调相法的性能。

##### 1. 反射镜振动振幅稳定性

反射镜振动振幅不稳定,偏离了所需的最佳状态。下面通过数字计算说明对振幅变化量的要求。对(7)式取微分,有:

$$|\Delta Q| = 4J_0(2y)J_1(2y) \cdot \Delta y + 2J_0(y)J_1(y)\Delta y \quad (14)$$

若使调制后的后向散射波强度为调制前的1/100以下,则 $|\Delta Q| < 10^{-2}$ ,将数字代入(14)式中化简计算得:

$$10^{-2} > 4J_0(5.142)J_1(5.142)\Delta y + 2J_0(2.571)J_1(2.571)\Delta y \quad \Delta y < 0.1$$

代入(8)式得:

$$\Delta H < 2.8 \times 10^{-3} \lambda$$

说明采用后向散射波调制法减小锁区的反射镜调制系统中,反射镜振动的振幅稳定性应优于 $\lambda/50$ 。

##### 2. 稳频精度

较低的激光陀螺频率稳定度会改变谐振腔内的几何光程,一方面限制了陀螺的精度,另一方面也使调制不处于最佳状态,增大了后向散射耦合。这两方面的原因要求后向散射调制时激光陀螺的频率稳定度必须达到一定的精度。这样,后向散射波调制法才能有明显的效果。

下面通过数字计算说明这一点。对于一个腔长360mm,工作波长 $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$ 的正三角形激光陀螺。若频率稳定度为 $\Delta\nu/\nu = \Delta L/L = 10^{-6}$ ,那么腔长变化 $\Delta L = 360 \cdot 10^{-6} \text{mm} = 0.57\lambda$ ,相应地每个反射镜的位置变化也就在这个数量级上。而调制幅度要求 $H = 0.71\lambda$ 。很显然这么差的频率稳定度,将会使调制法失去预期的作用。因此,为保证调制法能有效地减小锁区,腔长变化量应控制在 $H/100$ ,从而要求激光陀螺的频率稳定度优于 $1 \times 10^{-8}$ 。这个量也就决定了反射镜振动不同步误差和振动过程中反射镜角度偏差。

#### 五、结束语

本文讨论了采用后向散射波调制技术减小激光陀螺锁区的方法。该方法采用两个反相振动的平面反射镜,同时实现后向散射波调制和稳频。这也要求改进设计稳频系统。只有稳频系统达到一定的精度,才能真正控制调制幅度,调制法才能起到显著的效果。

以上分析过程中,把激光陀螺中所有反射镜的散射率均假设为相同的。实际上这是不可能的。在具体工作中,可以通过散射仪,精确地测量出各个反射镜的散射率大小,计算出各反射镜的后向散射波振幅的大小,对方程(6)做进一步修正,从而选择出更合适的反射镜振动振幅 $H$ ,对控制精度和稳频精度提出更合理的要求。也可以直接通过实验,找出最佳的 $H$ ,达到最好的调制效果。

## 激光全息照象实验技巧 (二)

王典民 王民草 哈流柱

(北京理工大学, 北京)

**摘要:** 本文是继参考文献〔1〕之后, 我们又总结的激光全息记录实验中的三种技巧, 它们解决了以往全息实验中难以解决甚至无法解决的问题, 可使全息工作者事半功倍地完成实验工作。

### Techniques of holographic experiment (Part 2)

Wang Dianmin, Wang Mincao, Ha Liuzhu

(Beijing Institute of Technology)

**Abstract:** Three new techniques in holographic experiments are introduced. With them, some problems bothering holographic workers can be smoothly overcome. They must be very helpful to researchers in holography.

### 引 言

通过长期的实验室工作, 我们发现不少全息实验的技巧<sup>〔1〕</sup>, 它们都无需特殊的光学系统或元件, 也无需深奥的专业知识, 就可解决实验中许多基本而又费时的问题。一个完整的全息实验, 其实验原理则是相对简单的, 而关键的工作在于如何做出实验结果, 这就必须要求全息工作者有熟练的实验能力, 并掌握一些必要的实验技巧。下面是我们长期实验工作中得到的几种实验技巧。

### 参 考 文 献

- 〔1〕 Aronwitz F. Loss lock-in the ring laser. J A P, 1970, 41(6): 2453
- 〔2〕 Aronwitz F. The laser gyro. Laser applications, Vol.1. Academic Press, 1971
- 〔3〕 王京献. 激光陀螺抖动过锁区时间的研究. 飞控与惯导技术, 1987; (3)
- 〔7〕 中国矿业学院数学教研室编. 数学手册. 北京: 科学出版社, 1980: 201, 364

\* \* \*  
作者简介: 王京献, 男, 1963年出生。工程师。自1983年以来一直从事激光陀螺研制。

收稿日期: 1990年12月18日。 收到修改稿日期: 1991年3月4日。