

染料调Q激光速率方程的数值解

杨齐民

(云南工学院激光所, 昆明)

摘要: 本文提出为了解YAG染料调Q激光速率方程的数值解, 应按其物理实质把调Q过程分为四个阶段: 1. 初始过程; 2. 预激光过程; 3. 染料漂白过程; 4. 巨脉冲过程; 再分别用计算机求解。所得结果与实验符合得很好, 相当于模拟实验, 可用来指导激光工程设计。

The numerical value solutions of dye Q-switch laser rate equations

Yang Jimin

(Research Institute of Laser, Yunna Institute of Technology)

Abstract: In order to obtain the numerical value solution of a dye Q-switch laser rate equation, it is necessary to divide the Q-spoiling process into four stages and solve them with the aid of computer respectively. These four stages are: 1. initial process, 2. prelasering process, 3. dye bleaching process, 4. giant pulse process. The solutions which we obtained coincide with the experimental results very well. This method is similar to simulate experiment and it can be used for laser engineering design.

一、引 言

目前, 染料调Q的方法在固体激光器中得到了广泛的应用。它的速率方程也早已建立, 但一直未见到令人满意的数值解。有人为指导工程设计, 推导出一些计算激光参数的公式^[1], 但笔者发现, 其结果与实验比较相差甚远。

为了得到与实验相符的解, 除了得到一组正确的速率方程外, 还需深入认识染料速率方程的物理实质。我们提出把染料调Q的过程分为四个阶段: 1. 初始过程, 即泵浦开始后的最初过程。粒子数反转在泵浦作用下, 随时间增加, 由于没有达到阈值, 腔内激光强度为零。本过程持续时间约为几个微秒。2. 预激光过程, 当粒子数反转达到阈值时, 预激光过程就开始了。这时粒子数反转继续随时间而增加。腔内光子浓度随时间而增加至染料开始能够漂白的浓度 $\phi(s)$ 。该过程持续时间约零点几个微秒。3. 染料漂白过程, 工作物质的粒子数反转浓度基本保持不变。染料粒子数反转浓度随时间上升至染料饱和浓度 $n'(s)$, 标志着染料的完全漂白, 光子浓度随时间迅速增加, 持续时间十几个纳秒。4. 巨脉冲过程, 染料漂白后标志着腔内已处于高Q状态, 巨脉冲过程开始, 光子浓度急剧上升至峰值, 以后再衰减至零。粒子数反转

浓度随时间而下降至 n_1 。激光低能级粒子数 n_1 迅速增加,这是巨脉冲激光效率下降的主要原因。该过程持续时间十几个纳秒。

上述四个过程满足的速率方程各不相同,时间过程不同,则步长选择亦不同。求解方程所用的有关的数据资料来自文献[2],初始条件由前一个过程的结果提供。我们改变激光器的各种参数,例如,染料初始透过率 T_0 ,腔输出镜反射率 R ,腔长 L ,泵浦率 W 等,做了大量计算,这相当于做了大量的模拟实验,所得结果与实验符合得很好。因此可用来指导激光工程设计,除了节约大量人力、物力和时间外,还加深了对染料调Q过程的本质认识。

二、YAG染料调Q激光速率方程的建立

图1为YAG染料调Q激光器的实验装置。其中 L 为腔长, l 为YAG棒长, l' 为染料盒长度,

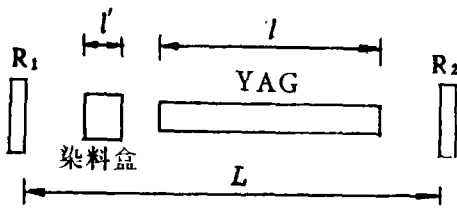


图1 YAG染料调Q激光器实验装置
 R_1 —全反射镜 R_2 —输出镜

输出镜反射率为 R ,全反射镜反射率为1,设腔内光子浓度为 Φ ,YAG棒内粒子数反转浓度为 N ,低能级粒子浓度为 N_1 ,染料粒子反转浓度为 N' 。则不难得到光子和铈离子反转浓度的速率方程为^[3]:

$$\frac{d\Phi}{dt} = c_1 \sigma(\nu) \frac{l}{L} N \Phi + c_1 \sigma'(\nu) \frac{l'}{L} N' \Phi - \frac{\Phi}{t_c} \quad (1)$$

$$\frac{dN}{dt} = W_p (n_0 - N - 2N_1) - 2 \times 0.6 c_2 \sigma(\nu) \frac{L}{l} N \Phi - \frac{2(N + N_1)}{\tau_{21}} + \frac{N}{\tau_{10}} \quad (2)$$

$$\frac{dN'}{dt} = 0.6 c_2 \sigma(\nu) \frac{L}{l} N \Phi + \frac{2(N + N_1)}{\tau_{21}} - \frac{N'}{\tau_{10}} \quad (3)$$

式中, $\sigma(\nu) = 88 \times 10^{-20} \text{cm}^2$,为铈离子的受激跃迁截面; $\sigma'(\nu) = 8 \times 10^{-18} \text{cm}^2$,为染料粒子受激跃迁截面; $\tau_{21} = 240 \mu\text{s}$,为铈离子激光高能级寿命; $\tau_{10} = 30 \text{ns}$,为激光低能级寿命,它与激光调Q脉冲的时间过程相近,故必须考虑激光低能级的粒子数变化; t_c 为谐振腔时间常数; c_1 为腔内光速; c_2 为棒内光速; W_p 为泵浦率; $n_0 = 1.38 \times 10^{20} \text{cm}^{-3}$,为棒内铈离子浓度。式中乘以0.6是因为激光高能级 R_2 每消耗一个粒子数反转,会得到能级 R_1 上粒子的补充,实际上,每发射一个光子,只消耗0.6个反转粒子数。

染料的粒子数反转浓度速率方程可近似作为三能级处理,故得到盒内染料粒子反转浓度速率方程为:

$$\frac{dN'}{dt} = -2c_3 \sigma'(\nu) \frac{L}{l'} N' \Phi - \frac{n_0' + N'}{\tau'} \quad (4)$$

式中, $\tau' = 10 \text{ns}$,为染料高能级寿命; $n_0' = 1.59 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$,为染料粒子浓度; c_3 为染料盒内光速。

微分方程组(1)~(4)就是我们所需要的YAG染料调Q速率方程。为了上机求解方便,对上述方程组采用下列变换,令:

$$\phi = \Phi / n_0, \quad n = N / n_0, \quad n_1 = N_1 / n_0, \quad n' = N' / n_0' \quad (5)$$

则速率方程组化为:

$$\frac{d\phi}{dt} = B_1 n \phi + B_2 n' \phi - \phi / t_c \quad (6)$$

$$\frac{dn}{dt} = W_p (1 - n - 2n_1) - 2B_2 n \phi - \frac{2(n + n_1)}{\tau_{21}} + \frac{n_1}{\tau_{10}} \quad (7)$$

$$\frac{dn_1}{dt} = B_2 n \phi + \frac{n_1 + n}{\tau_{21}} - \frac{n_1}{\tau_{10}} \quad (8)$$

$$\frac{dn'}{dt} = -2B_4 F n' \phi - \frac{1 + n'}{\tau'} \quad (9)$$

$$B_1 = c_1 \sigma(\nu) n_0 \frac{l}{L} \quad (10)$$

$$B_2 = 0.6 c_2 \sigma(\nu) n_0 \frac{L}{l} \quad (11)$$

$$B_3 = c_1 \sigma'(\nu) n_0' \frac{l'}{L} \quad (12)$$

$$B_4 = c_3 \sigma'(\nu) n_0' \frac{L}{l'} \quad (13)$$

$$F = \frac{n_0}{n_0'} \quad (14)$$

$$c_1 = \frac{c}{\eta}, \quad c_2 = \frac{c}{\eta}, \quad c_3 = \frac{c}{\bar{\eta}} \quad (15)$$

式中, η 为 YAG 棒的折射率, $\eta = 1.82$, η' 为染料盒的折射率, $\eta' = 1.30$, $\bar{\eta}$ 为腔内平均折射率,

$$\bar{\eta} = \frac{L\eta + l'\eta' + (L - l - l')}{L} \quad (16)$$

为了求解方程式, 还需要知道一些初始值。它们是与染料初始透过率 T_0 相对应的染料初始粒子数反转浓度,

$$n'(0) = \frac{c_1 \ln T_0^2}{2LB_3} \quad (17)$$

在求解方程时, 可得染料饱和后粒子浓度 $n'(s)$, 由它可求出染料饱和后的透射率, 为:

$$T_s = \exp[n'(s)B_3 L / c_3] \quad (18)$$

染料未饱和时, 腔内第一阈值粒子数反转浓度为:

$$N_1 = \frac{-n'(0)B_3 + 1/t_c}{B_1} \quad (19)$$

染料饱和后, 腔内第二阈值粒子数反转浓度为:

$$N_2 = \frac{-n'(s)B_3 + 1/t_c}{B_1} \quad (20)$$

初始光子浓度为:

$$\phi(0) = \frac{N_1}{E_1 - \tau_{21}} \quad (21)$$

式中, E_1 为腔内总横模数,

$$E_1 = \frac{4\pi A}{\lambda^2} \quad (22)$$

式中, A 为YAG棒横截面积。

染料开始饱和时的光子浓度, 由(9)式可得:

$$\phi(s) = \frac{1 + n'(0)}{-2B_4 F n'(0) \tau'} \quad (23)$$

腔的单程衍射损耗为:

$$L_0 = 2.61 (1/B)^{1.5} \quad (24)$$

YAG棒内衍射损耗可以略去, 则腔的非涅耳数按下式计算,

$$B = \frac{r^2}{(L-1)\lambda^2} \quad (25)$$

式中, r 为棒的半径。腔的总单程损耗为:

$$a = \frac{2L_0 - \ln R}{2L} \quad (26)$$

则腔的时间常数为:

$$t_c = \frac{1}{c_1 a} \quad (27)$$

三、速率方程的求解

为了求解速率方程, 把泵浦率 W_p 的脉冲形状都归一化为矩形脉冲形状。并把调Q过程分为四个阶段来求解。

1. 泵浦初始阶段: 当泵浦出现后 W_p 保持为常数, 而 n 由0增至 N_1 , $\phi \approx 0$, $n_1 \approx 0$, $n' \approx n'(0)$ 。故这时只需求解方程(7), 且它可化简为:

$$\frac{dn}{dt} = W \quad (28)$$

由上式可得出在 W 一定时 n 由0增至 N_1 所需要的时间。

2. 预激光阶段: W 仍保持为常数, ϕ 由 $\phi(0)$ 增至 $\phi(s)$, n 继续随时间增加, $n_1 \approx 0$, $n' \approx n'(0)$, 故只需求解如下两个速率方程:

$$\frac{d\phi}{dt} = B_1 n \phi + B_3 n' \phi - \phi/t_c \quad (29)$$

$$\frac{dn}{dt} = W_p(1-n) - B_2 n \phi - n/\tau_{21} \quad (30)$$

采用四阶龙格-库塔法求解, 其程序见附录一, 步长为 $0.02\mu s$ 。图2为部分计算结果。

3. 染料饱和阶段: n' 由 $n'(0)$ 增至 $n'(s)$, ϕ 、 n 、 n_1 都随时间而变。这时需要求解方程(6)、(7)、(8)和(9)。其程序见附录二, 步长取 $0.5\mu s$ 。图3是由计算结果整理出的染料透射率随时间变化的情况。当染料完全饱和后, n' 会在 $n'(s)$ 附近发散性地振荡。这表明, 此时方程(9)已不再适用(实际上染料与光的相互作用要复杂得多)。故在巨脉冲过程中, (9)式应去掉。

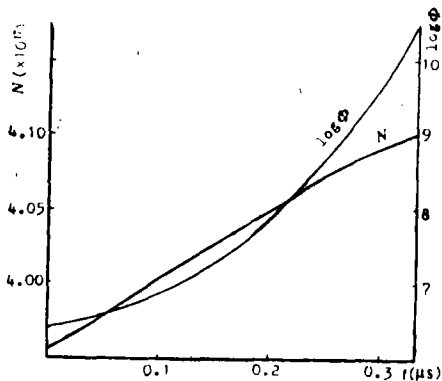


图2 预激光过程中 Φ 和 N 随时间的变化
 $T_0 = 0.2$ $W_p = 1 \times 10^{-6}$ $R = 0.2$ $L = 40\text{cm}$

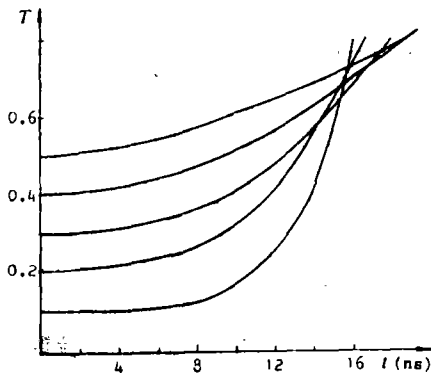


图3 染料饱和过程中染料透射率随时间的变化
 $W_p = 1 \times 10^{-6}$ $R = 0.2$ $L = 40\text{cm}$

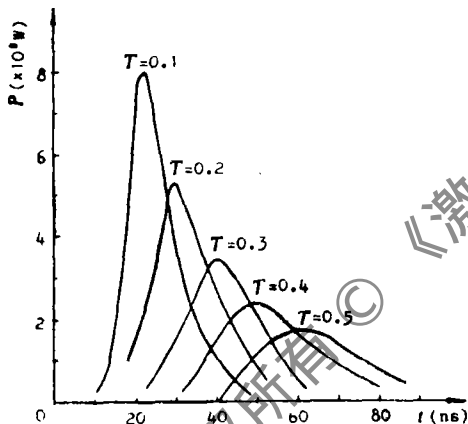


图4 巨脉冲过程中腔内激光功率变化情况
 $W_p = 1 \times 10^{-6}$ $R = 0.2$ $L = 40\text{cm}$

4. 巨脉冲过程： ϕ 由 $\phi(s)$ 增至峰值 ϕ_{max} ，以后再衰减至零， n 随时间一直衰减至 n_f ， n_f 随时间增加很快， $n' \approx n'(s)$ 。这时需要求解的速率方程为(6)、(7)、(8)式。程序见附录三，步长取0.5ns。

图4是由计算结果整理出的激光腔内功率变化情况。

四、结果讨论

我们改变参数 T_0 、 R 、 L 、 W_p ，并作了大量计算后，发现：在预激光过程中，随着 T_0 的增加腔内损耗减少，染料漂白时间增加，光子浓度增加；随着 R 的增加，粒子数反转减小，染料漂白时间减少，光子浓度减小；随着 L 的增加，粒子数反转浓度增加，染料漂白时间增加，光子浓度有些减少；随着 W_p 的增加，粒子数反转增加，染料漂白时间减少，光子浓度略有减小。

表1 输出脉冲参数随 T_0 的变化
 $(R = 0.2, W_p = 1 \times 10^{-6}, L = 40\text{cm})$

| T_0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 |
|-------------------|------|------|------|------|------|
| Δt_p (ns) | 13.2 | 17 | 20.8 | 26.7 | 34.1 |
| P_{out} (MW) | 5.88 | 4.41 | 2.96 | 2.24 | 1.60 |
| E_{out} (mJ) | 77.6 | 75.0 | 61.5 | 59.7 | 54.6 |

表2 输出脉冲参数随 R 的变化
 $(T_0 = 0.1, W_p = 1 \times 10^{-6}, L = 40\text{cm})$

| R | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|
| Δt_p (ns) | 13.2 | 13.5 | 14.1 | 14.7 | 15.8 | 16.8 |
| P_{out} (MW) | 5.88 | 5.89 | 5.63 | 5.04 | 4.28 | 3.45 |
| E_{out} (mJ) | 77.6 | 79.5 | 76.4 | 74.1 | 67.5 | 58.0 |

表3 输出脉冲参数随L的变化

 $(T_0 = 0.1, R = 0.2, W_p = 1 \times 10^{-6})$

| L (cm) | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|
| Δt_p (ns) | 13.2 | 15.8 | 19.5 | 22.0 | 25.0 | 30.1 |
| P_{out} (MW) | 5.88 | 4.0 | 2.71 | 2.05 | 1.61 | 1.35 |
| E_{out} (mJ) | 77.6 | 63.2 | 52.9 | 45.1 | 40.3 | 40.6 |

在染料饱和过程中, 随着 T_0 的增加, 漂白后的透射率 T 增加, 漂白的增加, 粒子数反转浓度减小, 光子浓度增加。

在巨脉冲过程中, 我们根据计算结果, 列出四个表。这四个表详细地反映出当上述参数变化时, 对激光输出脉冲主要参数(峰值功率、脉宽、能量)的影响。上述结果与实验比较都得到满意的结果。

表4 输出脉冲参数随 W_p 的变化 $(T_0 = 0.1, R = 0.2, L = 40\text{cm})$

| W_p | 1×10^{-6} | 1.9×10^{-6} | 2.0×10^{-6} | 3.0×10^{-6} |
|------------------------|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Δt_p (ns) | 13.2 | 12.9 | 12.9 | 12.9 |
| P_{out} (MW) | 5.88 | 6.0 | 6.0 | 6.0 |
| E_{out} (mJ) | 77.6 | 77.5 | 155 | 233 |
| 脉冲个数 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| 两脉冲间隔(μs) | | | 2.19 | 1.33 |

附录一: 预激光程序

```

20 INPUT "W, g0, r, Z=" , W, g0, R, Z
30 READ Z1, Z2, S, S0, C, L0, Q1, Q2, T2, T3, T4, H, T5, R1, B0, N0, N1
40 DATA 7, 0.1, 1.82, 1.3, 3E+4, 0.02, 8.8E-19, 8E-16, 2.4E+2, 30,
    10E-3, 0.02, 20, 0.3, 1.06E-4, 1.38E+20, 1.59E+17
50 C1 = C * Z / (Z1 * S + Z2 * S0 + (Z - Z1 - Z2))
52 Nw = (R1 / 2) / (B0 * (Z - Z1))
54 L0 = 2.61 * ((1 / Nw) ^ 1.5)
60 A = (2 * L0 - LOG(R)) / (2 * Z)
70 T1 = 1 / (C1 * A)
80 B1 = C1 * Q1 * N0 * (Z1 / Z)
90 C2 = C / S
100 B2 = 0.6 * C2 * Q1 * N0 * (Z / Z1)
110 F = N0 / N1
120 C3 = C / S0
130 B3 = C1 * Q2 * N1 * (Z1 / Z)
140 B4 = C3 * Q2 * N1 * (Z / Z2)
150 M0 = C1 * LOG(G0 / 2) / (2 * Z * B3)

```

```

160 Gs = exp(Ms * B3 * L / C1)
170 NT = (-M0 * B3 + 1 / T1) / B1
180 NF = (-Ms * B3 + 1 / T1) / B1
190 Y1 = (1 + M0) / - (2 * B4 * F * M0 * T4)
200 S1 = 2 * 3.14 * (R1 / λ2)
210 E1 = 4 * 3.14 * S1 / (B0 / λ2)
220 Y0 = N / (T2 * E1)
230 PRINT "M0=" ; M0, "Ms=" ; Ms, "C1=" ; C1, "T1=" ; T1,
      "Y1=" ; Y1, "Y0=" ; Y0, "nt=" ; nt, "f=" ; f, "b1=" ; b1,
      "b2=" ; b2, "b3=" ; b3, "b4=" ; b4, "n=" ; nr
240 PRINT "t" ; TAB(15) "Y(1)" ; TAB(30) "Y(2)"
250 PRINT
280 DIM H(5), K(2, 4), X(2), Y(2), M(2)
290 H(1) = H / 2; H(2) = H / 2; H(3) = H; H(4) = H / 2; H(5) = H / 2
300 X(1) = Y0; X(2) = NT
310 FOR T = 0 TO Ts STEP H / 2
320 J = 1
330 FOR I = 1 TO 2
340 M(I) = X(I) + H(J - 1) * K(I, J - 1)
350 NEXT I
360 K(1, J) = B1 * M(1) * M(2) + B3 * M0 * M(1) - M(1) / T1
370 K(2, J) = W * (1 - M(2)) - B2 * M(1) * M(2) - M(2) / T2
400 FOR I = 1 TO 2
410 Y(I) = X(I)
420 Y(I) = Y(I) + H(I + 1) * K(I, J) / 3
430 NEXT I
440 J = J + 1
450 IF J <= 4 THEN 330
460 L = L + 1
470 IF L / 2 <> INT(L / 2) THEN 490
480 PRINT T ; TAB(15) Y(1) ; TAB(30) Y(2)
490 FOR I = 1 TO 2
500 X(I) = Y(I)
510 NEXT I
530 NEXT T
540 END

```

附录二: 染料饱和程序

```
40 DATA 7, 0.1, 1.82, 1.3, 3E+1, 0.02, 8.8E-19, 8E-16, 2.4E+15, 30,
```

```

10, 0.2, 20, 0.3, 1.06E-4, 1.38E+20, 1.59E+17
280 DIM H(5), K(4,4), X(4), Y(4), M(4)
300 X(1)=2.22E-10; X(2)=0.003785; X(3)=0; X(4)=M0
330 FOR I=1 TO 4
360 K(1,J)=B1*M(1)*M(2)+B3*M(4)*M(1)-M(1)/T1
370 K(2,J)=W*(1-M(2)-2*M(3))-2*B2*M(1)*M(2)-2*(M(2)
+M(3))/T2+M(3)/T3
380 K(3,J)=B2*M(1)*M(2)+(M(2)+M(3))/T2-M(3)/T3
390 K(4,J)=-2*B4*F*M(4)+M(1)-(1+M(4))/T4
400 FOR I=1 TO 4
490 FOR I=1 TO 4
470 IF L/5<>INT(L/5) THEN 490
480 PRINT T; TAB(15)Y(1); TAB(30)Y(2); TAB(45)Y(3); TAB
(60)Y(4)

```

注：除以上各句外，均与附录一相同。

附录三：巨脉冲程序

```

40 DATA 7, 0.1, 1.82, 1.3, 3E+1, 0.02, 8.8E-19, 8E-16, 2.4E+5, 30,
10, 0.2, 90, 0.3, 1.06E-4, 1.38E+20, 1.59E+17
280 DIM H(5), K(3,4), X(3), Y(3), M(3)
300 X(1)=2.88E-9; X(2)=0.00379; X(3)=1.86E-7
330 FOR I=1 TO 3
360 K(1,J)=B1*M(1)*M(2)+B3*M5*M(1)-M(1)/T1
400 FOR I=1 TO 3
490 FOR I=1 TO 3

```

注：除以上各句外，均与附录二相同。

参 考 文 献

- [1] 徐荣甫, 激光器件与技术教程. 北京: 北京工业学院出版社, 1986: 131
- [2] 克希奈尔 W, 固体激光工程. 北京: 科学出版社, 1983: 429
- [3] 斯维尔托 O, 激光原理. 北京: 科学出版社, 1983: 318
- [4] 李其伟, 谢壬癸, 吴守忠 et al., 兵器激光, 1981; (2): 8
- [5] Zabo A, Stein R A, Appl. Phys., 1965; 36: 1562~1566
- [6] Magnate P C, IEEE J.Q.E., 1972; 8: 444~448

*

*

*

作者简介：杨齐民，男，1937年11月出生。副教授。现从事激光和非线性光学研究工作。

收稿日期：1989年12月26日。 收到修改稿日期：1990年4月23日。