激光技术
LASER TECHNOLOGY
Vol.14,No.6

湍流大气中激光束扩展反射效应

张逸新

（无锡轻工业学院，无锡）

摘要：本文讨论了激光束在弱湍流大气中传输时平面镜反射回波的光束短期和长期扩展增加效应。结果表明激光回波的光束短期扩展反射放大率近似但大于其长期扩展反射放大率。聚焦光束的长期扩展增强率为1.52，短期扩展的增强率略大于1.52。

Beam spreads upon specular reflection of laser beams in a turbulent atmosphere

Zhang Yixin

(Wuxi Institute of Light Industry)

Abstract: An general expressions are derived for the short-term and long-term average optical beam spreads of laser beams, which were reflected by plane mirror, propagating in a weakly inhomogeneous medium. The effects of reflection of the beam spreads have been discussed The results shown the reflacted amplification ratio of the short-term beam spreads is little more than the amplification ratio of the long-term beam spreads. The amplification coefficient of the long-term beam spreads is 1.52 and the short-term spreads is little more than 1.5 of focused laser beam.

激光束的湍流扩展是与激光通过湍流大气传输后光束强度降低相关联的一种湍流效应。因这种湍流效应与检测信号强度直接相关，所以深入了解光束的湍流扩展规律对激光大气通信、探测等大气工程中检测器件阈值和光源功率的配备等有着十分重要的意义。国内外各国学者对该问题作了较多的研究，但对折迭光路上激光束扩展的新规律研究极少且不够完善。

本文对经平面镜反射后光束湍流扩展及包含光束衍射效应的“光束扩展”等问题进行了探讨，结果表明，光束在湍流大气中传输时，镜面反射回波束的湍流扩展增强了。

一、反射激光束的长期扩展

假设光束发射端和接收端处于同一平面内（$x=0$），反射器安置在$x=L$平面内，如图1。

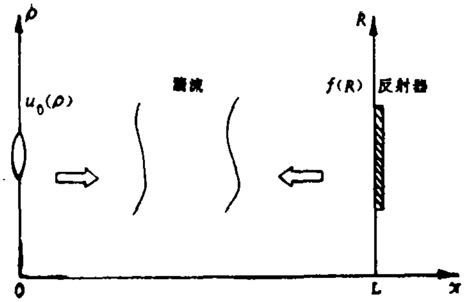

图1　光束往返传输示意图

按照韦更斯-菲涅耳原理，单色光波通过湍流大气到达$x=L$平面的光场为[1]：

$$u(\vec{R})=\int_{-\infty}^{\infty}u_0(\vec{\rho})\,h_+(\vec{\rho},\vec{R})\,d^2\rho \tag{1}$$

式中，$u_0(\vec{\rho})$是$x=0$平面内的初始发射场，$h_+(\vec{\rho},\vec{R})$是单色点源从$(0,\vec{\rho})$到达$(L,\vec{R})$处的场，$h_+(\vec{\rho},\vec{R})=h_0(\vec{\rho},\vec{R})\exp[\psi(\vec{\rho},\vec{R})]$，$h_0(\vec{\rho},\vec{R})=\frac{k}{2\pi L}\exp\left[\frac{ik}{2L}(\vec{\rho}-\vec{R})^2+ikL\right]$，$\psi(\vec{\rho},\vec{R})$是球面波从点$(0,\vec{\rho})$通过湍流大气到达$(L,\vec{R})$处大气起伏导致的复相位。$\vec{\rho}$，$\vec{R}$分别为$x=0$发射平面内和$x=L$接收平面内的矢径，在近轴近似下(1)式简化为：

$$u(\vec{R})=-\frac{ik}{2\pi L}\exp[ikL]\int d^2\rho\, u_0(\vec{\rho})\exp\left[\frac{ik}{2L}(\vec{\rho}-\vec{R})^2+\psi(\vec{\rho},\vec{R})\right] \tag{2}$$

设光场在$x=L$处被一具有反射系数$f(\vec{R})$的反射器反射，则反射回波至$x=0$平面时，光场的振幅分布为：

$$u_0(\vec{\rho}')=\int_{-\infty}^{\infty}u(\vec{R})\,f(\vec{R})\,h_-(\vec{R},\vec{\rho}')\,d^2R \tag{3}$$

这里$h_-(\vec{R},\vec{\rho}')$是处于$(L,\vec{R})$点的单色点源到$(0,\vec{\rho}')$处的场，把(2)式代入(3)式，则(3)式变为

$$u_S(\vec{\rho}')=-\left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2\iint d^2R\,d^2\rho\,u_0(\vec{\rho})\,f(\vec{R})\exp\left[\frac{ik}{2L}(\vec{\rho}'-\vec{R})^2+\frac{ik}{2L}(\vec{R}-\vec{\rho})^2\right]\exp\left[\psi(\vec{\rho},\vec{R})+\psi(\vec{R},\vec{\rho}')+2ikL\right] \tag{4}$$

由(4)式可得反射场复振幅的互相干函数：

$$\Gamma_2(\vec{\rho}_1',\vec{\rho}_2')\equiv\langle u_S(\vec{\rho}_1')\,u_S(\vec{\rho}_2')\rangle$$
$$=\left(\frac{k}{2\pi L}\right)^4\iiiint d^2R_1\,d^2R_2\,d^2\rho_1\,d^2\vec{\rho}_2\,u_0(\vec{\rho}_1)\,u_0^*(\vec{\rho}_2)\,f(\vec{R}_1)\,f^*(\vec{R}_2)$$
$$\exp\left\{\frac{ik}{2L}\left[(\vec{\rho}_1'-\vec{R}_1)^2+(\vec{R}_1-\vec{\rho}_1)^2-(\vec{\rho}_2'-\vec{R}_2)^2-(\vec{R}_2-\vec{\rho}_2)^2\right]\right\}$$
$$\langle\exp[\psi(\vec{R}_1,\vec{\rho}_1)+\psi(\vec{\rho}_1',\vec{R}_1)+\psi^*(\vec{R}_2,\vec{\rho}_2)+\psi^*(\vec{\rho}_2',\vec{R}_2)]\rangle \tag{5}$$

式中，“*”表示复共轭。

在(5)式中取$\vec{\rho}_1{}' = \vec{\rho}_2{}' = \vec{\rho}$，并在时间间隔大于$D/v_n$量级起伏周期内取系综平均[2]，这里$D$为激光束直径，$v_n$为垂直于光束传播方向的风速；我们可得到激光强度的长期平均值：

$$<I(\vec{\rho})>_{LT} = \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^4 \iiiint d^2R_1 d^2R_2 d^2\rho_1 d^2\rho_2 u_0(\vec{\rho}_1)\, u_0{}^*(\vec{\rho}_2)\, f(\vec{R}_1)\, f^*(\vec{R}_2)$$

$$\exp\left\{\frac{ik}{2L}\left[(\vec{\rho}-\vec{R}_1)^2 + (\vec{R}_1-\vec{\rho}_1)^2 - (\vec{\rho}-\vec{R}_2)^2 (-\vec{R}_2-\vec{\rho}_2)^2\right]\right\}$$

$$\cdot M_{LT}(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2; \vec{R}_1, \vec{R}_2; \vec{\rho}) \tag{6}$$

式中，M_{LT}是球面波的长期互相干函数MCF：

$$M_{LT} \equiv \langle \exp[\psi(\vec{R}_1, \vec{\rho}_1) + \psi(\vec{\rho}_1, \vec{R}_1) + \psi^*(\vec{R}_2, \vec{\rho}_2) + \psi^*(\vec{\rho}, \vec{R}_2)]\rangle_{LT} \tag{7}$$

若点$(0, \vec{\rho})$与$(0, \vec{\rho}_i)$处于同一等晕区域，则通过反射后的光束至点$(0, \vec{\rho})$和至点$(0, \vec{\rho}_i)$的光线经历了相同的湍流[3]，从而可以把湍流导致的复相位$\psi(\vec{\rho}, \vec{R}_i)$近似为$\psi(\vec{\rho}_i, \vec{R}_i)$。现在我们讨论在弱湍流起伏区域内传输光束的反射扩展问题，在该区域内，上述等晕域近似是成立的并且Holmholtz互易理论仍然成立[4]。这样复相位满足下列近似：

$$\psi(\vec{\rho}_i, \vec{R}_i) \cong \psi(\vec{R}_i, \vec{\rho}_i) \tag{8}$$

对于平面镜反射器$f(\vec{R}) = f^*(\vec{R}) = 1$。由前面分析可得到球面波长期互相干函数MCF：

$$\begin{aligned} M_{LT} &= <\exp[2\psi(\vec{R}_1, \vec{\rho}) + 2\psi^*(\vec{R}_2, \vec{\rho})]> \\ &= \exp[-2D_\psi(\vec{R}_1 - \vec{R}_2, 0)] \\ &= \exp\left[-\left(\frac{R}{\rho_{or}^{LT}}\right)^{5/3}\right] \end{aligned} \tag{9}$$

在得到(9)时已令$\vec{R} = \vec{R}_2 - \vec{R}_1$和运用Kolmogorov湍谱$\phi_n(K) = 0.033C_n{}^2K^{-11/3}$，$K$是空间波数，$C_n{}^2$是折射率结构常数，$\rho_{or}{}^{LT}$为镜向反射球面回波长期相干长度，$\rho_{or}{}^{LT} \cong [1.09C_n{}^2k^2Z]^{-3/5}$。$Z = 2L$为光束总的传输距离。

由(9)式即可求得湍流导致的光束长期扩展[5]

$$p_{Tr}{}^{LT} \cong 2z/(k\rho_{or}{}^{LT}) \tag{10}$$

考虑到不存在大气湍流时存在着光束的衍射扩展，综合上述二种光束扩展效应，则激光通过折迭大气湍流层后的“光束长期扩展”为：

$$p_{1T}^{LT} = [p_0{}^2 + (p_{Tr}^{LT})^2]^{1/} \tag{11}$$

式中，p_0即是光束的衍射扩展，对高斯分布激光束传输，源场分布$u_0(\vec{\rho})=u_0\exp[-\rho^2(\omega_0^{-2}+ikf^{-2})/2]$，$f$是焦距，$\omega_0$是光束等效发射半径，则有

$$p_0^2\approx\omega_0^2\left[1-\frac{z}{f}\right]^2+\frac{Z^2}{k^2\omega_0^2} \tag{12}$$

三、反射光束的短期扩展

由于光束的短期扩展直接反映了激光通过湍流大气传输后接收光束横截面内光强的强弱，所以是一个更重要的参量。

根据光束光斑形成机制，光束的“长期扩展”又可表为[1]：

$$(p_1^{LT})^2=(p_1^{ST})^2+\langle\rho_c^2\rangle \tag{13}$$

式中，
$$(p_1^{LT})^2=\frac{\int\langle I(x,\vec{\rho})\rangle\rho^2d^2\rho}{\int\langle I(x,\vec{\rho})\rangle d^2\rho}$$

而$\langle\rho_c^2\rangle$是湍流导致的光束传输方向的偏离方差，即：

$$\langle\rho_c^2\rangle=\frac{\iint\langle(Ix,\vec{\rho_1})I(x,\vec{\rho_2})(\vec{\rho_1}\cdot\vec{\rho_2})d^2\rho_1d^2\rho_2}{[\int\langle I(x,\vec{\rho})\rangle d^2\rho]^2}$$

项p_1^{ST}表示在测量时间小于D/v_n范围内所得的“光束扩展”即“短期扩展”。

根据我们以前[6]对光束漂移平面镜反射放大的讨论，对准直和聚焦光束而言，光束的漂移起伏方差为：

$$\langle\rho_{cr}^2\rangle=2.88C_n^2Z^3(2\omega_0)^{-1/3} \tag{14}$$

由上式和（11）式，我们即得反射光束的短期“光束扩展”的解析式：

$$(p_{1r}^{ST})^2=\omega_0^2\left[1-\frac{Z}{f}\right]^2+\frac{Z^2}{k^2\omega_0^2}+\left(\frac{2Z}{k\rho_{or}^{LT}}\right)^2-2.88C_n^2(2\omega_0)^{-1/3}Z^3 \tag{15}$$

而光束的短期湍流扩展为：

$$\left(p_{Tr}^{ST}\right)^2=\left(\frac{2Z}{k\rho_{or}^{LT}}\right)\left(1-\frac{2.88C_n^2Z^3(2\omega_0)^{-1/3}}{\left(\frac{2Z}{k\rho_{or}^{LT}}\right)}\right)$$

$$=\left(p_{Tr}^{LT}\right)^2\left(1-\frac{0.72k^2C_n^2Z(2\omega_0)^{-1/3}}{\left(\rho_0^{LT}\right)^{-2}}\right) \tag{16}$$

由于$1.09C_n^2k^2Z=\left(\rho_{or}^{LT}\right)^{-5/3}$，$0.72k^2C_n^2Z(2\omega_0)^{-1/3}=0.66\left(\rho_{or}^{LT}\right)^{-5/3}(2\omega_0)^{-1/3}$，这样（16）式简化为：

$$p_{Tr}^{ST}=\rho_{Tr}^{LT}\left[1-0.66\left(\rho_{or}^{LT}/D\right)^{1/3}\right]^{1/2} \tag{17}$$

若上式满足$0.66\left(\rho_{or}^{LT}/D\right)^{1/3}\ll1$，则展开（17）式并保留一级近似项可得到：

$$p_{Tr}^{ST}=p_{Tr}^{LT}\left[1-0.33\left(\rho_{or}^{LT}/D\right)^{1/3}\right] \tag{18}$$

（17）式是激光散斑直径内各点满足等晕近似下的准直、聚焦激光束在镜面反射湍流大气光路中传输时，光束的短期湍流扩展的一般关系式。

当发射激光束是包括发散光束在内的束状波时，光束的“短期扩展”可用类似于“光束长期扩展”讨论的方法。在（5）式中取$\vec{\rho}=\vec{\rho}_1{}'=\vec{\rho}_2{}'$和在小于$D/v_n$量级的时间间隔内对接收平面内的光强取系综平均，则得到传输激光的光强短期平均值：

$$\langle I(\vec{\rho})\rangle_{ST}=\left(\frac{k}{2\pi L}\right)^4\iiiint d^2R_1d^2R_2d^2\rho_1d^2\rho_2u_0(\vec{\rho}_1)u_0^*(\vec{\rho}_2)f(\vec{R}_1)f^*(\vec{R}_2)\times$$

$$\exp\left\{\frac{ik}{2L}\left[(\vec{\rho}-\vec{R}_1)^2+(\vec{R}_1-\vec{\rho}_1)^2-(\vec{\rho}-\vec{R}_2)^2-(\vec{R}_2-\vec{\rho}_2)^2\right]\right\}\cdot M_{ST}(\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2;\vec{R}_1,\vec{R}_2;\vec{\rho}) \tag{19}$$

式中，M_{ST}为球面波短期平均互相干函数。在$\rho\ll\sqrt{\lambda Z}$的条件下，M_{ST}可表示为[5]：

$$M_{ST}(R,Z)=\exp\left\{-\left(\frac{R}{\rho_{or}^{LT}}\right)^{5/3}\left[1-0.62(R/D)^{1/3}\right]\right\}\quad(D=2\omega_0)$$

$$=\exp\left[-\left(\frac{R}{\rho_{or}^{ST}}\right)^{5/3}\right] \tag{20}$$

由上式即可得到准球面波短期相干长度：

$$\rho_{or}^{ST}\cong\rho_{or}^{LT}\left[1+0.37\left(\rho_{or}^{LT}/D\right)^{1/3}\right]\qquad 0.37\left(\rho_{or}^{LT}/D\right)^{1/3}\ll1 \tag{21}$$

由（21）式即得激光束短期湍流扩展的解析式：

$$p_{Tr}^{ST}\cong p_{Tr}^{LT}\left[1-0.37\left(\rho_{or}^{LT}/D\right)^{1/3}\right] \tag{22}$$

而“短期光束扩展”为：

$$p_{1r}^{ST}=\left\{p_0^2+\left(p_{Tr}^{LT}\right)^2\left[1-0.37\left(\rho_{or}^{LT}/D\right)^{1/3}\right]^2\right\}^{1/2} \tag{23}$$

四、结论和讨论

上面我们得到了激光在弱湍流起伏区传输时，满足等晕域传输条件时激光的“长期光束”和“长期湍流”扩展及“短期光束”和“短期湍流”扩展的一般关系式。若以较大的等

效发射孔径和以聚焦方式发射激光，则有 $p_{1r}^{LT} \cong p_{Tr}^{LT}\left(\frac{Z}{R\omega_0} \ll p_{Tr}^{LT}\right)$。在此近似下我们可得到镜向激光回波的长期扩展放大率：

$$\gamma^{LT}=\frac{p_{1r}^{LT}}{p_1^{LT}}=\frac{\rho_o^{LT}}{\rho_{or}^{LT}}=5\sqrt{8}=1.52 \qquad \left(\frac{Z}{R\omega_0} \ll p_{Tr}^{LT}\right) \tag{24}$$

式中，p_1^{LT}是激光视线传输通过Z路径的光束长期扩展，ρ_o^{LT}是与之相应的球面波相干长度，$\rho_0^{LT} \cong [0.545C_n{}^2k^2Z]^{-3/5}$。而短期激光回波光束扩展的放大率：

$$\gamma^{ST}=\frac{p_{1r}^{ST}}{p_1^{ST}}=1.52\frac{[1-0.37\ (\rho_{or}^{LT}/D)^{1/3}]}{[1-0.37\ (\rho_o^{LT}/D)^{1/3}]}$$

$$=1.52\ \frac{\left[1-0.32\ (\rho_0^{LT}/D)^{1/3}\right]}{\left[1-0.37\ (\rho_o^{LT}/D)^{1/3}\right]} \qquad \left(\frac{Z}{k\omega_0} \ll p_{Tr}^{LT}\right) \tag{25}$$

显然当$(\rho_0^{LT}/D)^{1/3} \to 0$时，$\gamma^{ST}=1.52$，而在另一极限$(\rho_o^{LT}/D)^{1/3}=1$，$\gamma^{ST}=1.67$，所以有$1.52 \leqslant \gamma^{ST} < 1.67$。由于$0.33\ (\rho_o^{LT}/D)^{1/3} \ll 1$，即$\gamma^{ST}$略大于1.52。

为了更清晰地了解激光反射回波的束径扩展规律，我们用数值模拟分析有关问题。

图2给出了p_T^{ST}/p_T^{LT}和p_{Tr}^{ST}/p_{Tr}^{LT}随着ρ_o^{LT}/D增长的变化规律。由图示曲线可见$p_{Tr}^{ST}/\rho_{Tr}^{LT} \geqslant p_T^{ST}/p_T^{LT}$。该结果表明随大气湍流起伏的增加，光束漂移对湍流长期扩展项的贡献可忽略而在折迭光路中传输时该现象比视线传输条件下出现的早。

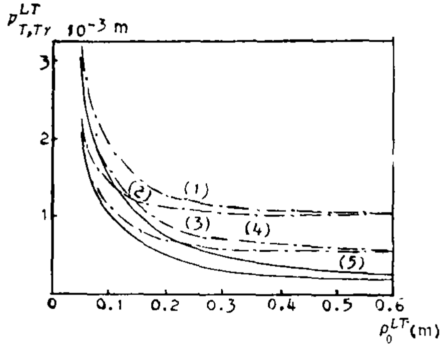

图3 反射和视线传输激光束"长期光束扩展"之比较

$Z=2L=500$m $k=10^7$m^{-1} (1)p_{1r}^{LT}，$\omega_0=0.05$m (2) p_1^{LT}，$\omega_0=0.05$m (3) p_{1r}^{LT}，$\omega_0=0.10$m (4) p_1^{LT}，$\omega_0=0.10$m (5) p_{Tr}^{LT} (6) p_T^{LT}

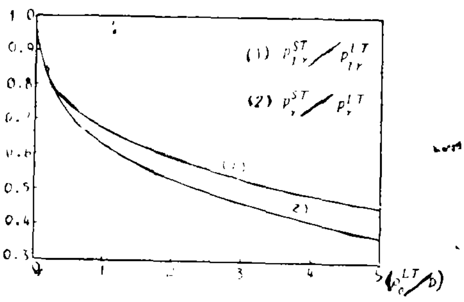

图2 光束短期湍流扩展与长期湍流扩展之比随湍流起伏强度的变化

图3给出了激光回波的长期湍流扩展、“光束扩展”和视线传输激光通过相同路径的长期湍流扩展、“光束扩展”的比较。曲线(5)、(6)表示随着湍流起伏的增大，激光回波的长期湍流扩展相对于视线传输光束长期湍流扩展的差别也增大，但是反射放大率$\gamma=1.52$。图3中数值曲线(1)、(2)、(3)、(4)表明激光回波的“长期光束扩展”相对于视线传输的“长期光束扩展”的增量随湍流起伏的增长而增大，而且由于真空扩展ρ_0项的存在，“长期光束扩展”反射放大率不再是常量如图4所示，而是随闪烁方差$\beta_0^2=1.23C_n^2\gamma^{7/6}Z^{11/6}$增大由1至1.52。

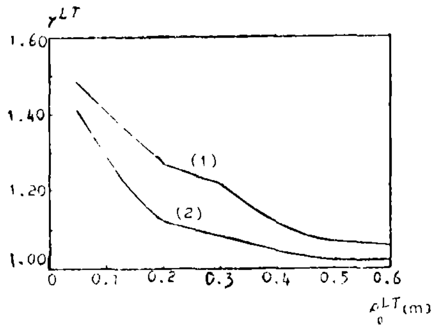

图4 “长期光束扩展”反射放大率

$Z=2L=500$m $k=10^7$m^{-1}

(1) $\omega_0=0.1$m (2) $\omega_0=0.05$m

由图4的数值曲线我们还可以看到长期光束扩展放大倍率随光源发射孔径增大而增大，这种规律用光束衍射扩展和湍流扩展的物理机制及它们对光束的扩展的贡献是不难理解的。

参 考 文 献

〔1〕 Kravtsov Yu A, Saichev A L, J.O.S.A., 1985; 2 (12): 2100

〔2〕 Fante R L, Proc.IEEE, 1975; 63 (12): 1669

〔3〕 Valley G C, Wandzura S M, J.O.S.A., 1979; 69 (5): 712

〔4〕 Lutomirski R F, Yura H T, Appl.Opt., 1971; 10 (7): 1652

〔5〕 Yura H T, J.O.S.A., 1973; 63 (5): 567

〔6〕 张逸新，宋正方，光学学报，1986; 6 (12): 1111

收稿日期：1989年11月29日。

收到修改稿日期：1990年3月8日。

更 正

本刊1990年第14卷第3期第2页公式(2)有误，现予更正：

$$R(z)=z\left[1+\left(\frac{\pi W_0^2}{\lambda z}\right)^2\right]^{1/2} \text{应为} R(z)\ z\left[1+\left(\frac{\pi W_0^2}{\lambda z}\right)^2\right]$$

第7页作者简介中“张梓华，男，1933年9月出生”，应更正为“张梓华，男，1937年9月出生。”

谨向作者，读者表示歉意。

本刊编辑部