

高斯光束在梯度折射率非线性介质中传播的数值解

郭 平

(北京师范大学分析测试中心, 北京)

摘要: 本文用数值分析的方法, 以一折射率梯度分布的非线性介质为例, 讨论了两维高斯光束在这种介质中传播的状态以及光强变化时对光束本身传播方向的影响。

A numerical analysis of Gaussian beam propagate in gradient index nonlinear medium

Guo Ping

(The Analytical and Testing Center,
Beijing Normal University)

Abstract: In this paper, according to numerical analysis method, the author investigated that two dimensional Gaussian beam propagate in one of the model of gradient index nonlinear medium and discussed beam intensity how to influence itself propagation direction.

一、引 言

关于光在折射率非均匀介质中传播的问题, 人们已做过一些研究^[1], 并且对变折射率光线方程做过数值解^[2]。但是, 对于光在折射率非均匀分布的非线性介质中传播的问题, 却研究得较少。本文的目的是以一折射率梯度分布的非线性介质模型为例, 在缓变包络近似下, 研究二维高斯光束在这种介质中的传播状态及光强分布对光束本身传播方向的影响。

二、理 论 模 型

我们采用液晶为介质模型, 因为它有很大的非线性光学效应^[3~5], 而且在一定条件下, 可实现折射率梯度分布。

采用图1所示的坐标系及分子排列, 液晶分子的指向矢 \hat{n} 表示为^[6]:

$$\vec{n} = x \cos \theta + z \sin \theta \quad (1)$$

当外加磁场 \vec{H} 大于发生相变的临界磁场 \vec{H}_F 时, 指向矢有一分布 $\theta(x)$, 定义 $\theta(x=0) = \theta_0$, 在 θ_0 较小时近似有^[6]:

$$\theta(x) \approx \theta_0 \cos(\pi x/d) \quad (2)$$

式中, d 为液晶盒两壁之间的距离, θ_0 与 \vec{H} 有关。

当光通过液晶时, 分子在光场作用下重新取向, 指向矢分布发生变化。由于这时指向矢分布的精确解过于复杂, 我们可唯象地引入 γE^2 项来描述分子在光场下的重新取向, 其中 E 为光的电场强度, γ 为非线性系数。这时指向矢分布近似为^[3]:

$$\theta(x) \approx (\theta_0 - \gamma |E|^2) \cos(\pi x/d) \quad (3)$$

用一束线偏振光入射到液晶中, 光的偏振面在 $x-z$ 平面内, 则光束为 e 光。入射方向表示为:

$$\vec{k} = x \cos \phi + z \sin \phi \quad (4)$$

光束与指向矢的夹角则为 $\alpha = |\phi - \theta(x)|$ (5)

把液晶局域看成单轴晶体, 其折射率可写成^[1]:

$$n = n_o n_e / \sqrt{n_o^2 \cos^2 \alpha + n_e^2 \sin^2 \alpha} \quad (6)$$

式中, n_e 、 n_o 为液晶双折射的两个主折射率。

从上可见, 折射率 n 不仅与空间变量 x 有关, 还与 E 、 θ_0 等参量有关。于是我们得到一折射率梯度分布非线性介质模型。

三、数值分析

为数学上计算成为可能, 我们采用下述模型。假定两维 Maxwell 方程

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + n^2(x, z, E) k_0^2 E = 0 \quad (7)$$

给出较精确的解。式中, $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, λ_0 为真空中的波长。取折射率分布模型为:

$$n(x, z, E) = \begin{cases} n_c & |x| > \frac{d}{2} \\ n(x, E) & |x| \leq \frac{d}{2} \end{cases} \quad (8)$$

式中, n_c 为一常数, $n(x, E)$ 的形式为 (6) 式, 只是为了突出折射率梯度非线性分布, 我们只取 x , E 为函数变量, 其它参量如 θ_0 、 ϕ 等作为参数。

设 $E = e^{-in_o k_0 z} \phi'(x, z)$, 取 n_o 为 o 光折射率, 代入 (7) 式中并忽略 z 的二阶偏导

数 (z 方向缓变包络近似)。得:

$$\frac{\partial^2 \phi'}{\partial x^2} - 2in_0 k_0 \frac{\partial \phi'}{\partial z} + [n^2(x, z, E) - n_0^2] k_0^2 \phi' = 0 \quad (9)$$

(9) 式可用有限差分方法求数值解。具体求解过程是把求解区域划分成网格, 在 $z = z_0$ 处给出各 x_i 格点上 ϕ' 的初始值, 然后计算出 $z_0 + \Delta z$ 处各 x_i 格点上的 ϕ' 值, 如此逐步计算下去。详细差分公式及步骤可参见参考文献 [8]。

取初始场为高斯分布, $z = -L$ 平面为输入平面。为计算方便, 入射角表示为 $\psi = \frac{\pi}{2} - \phi$,

并令高斯光束腰 ω_0 位于 $(x = 0, z = 0)$ 处, 这相当于弱聚焦的光束入射到介质中去。几何光路如图2所示。初始场的高斯分布形式为:

$$\phi' = \exp \left\{ -\frac{u^2}{\omega^2} - ik_0 \left[n_0 L + n_c (V + R) - \arctan \left(\frac{V \lambda_0}{n_c \pi \omega_0^2} \right) \right] \right\} \quad (10)$$

式中, $R = \frac{1}{2} V u^2 / \left[V^2 + \left(\frac{n_c n \omega_0^2}{V \lambda_0} \right)^2 \right]$, $\omega = \omega_0 \left[1 + \left(\frac{V \lambda_0}{n_c \pi \omega_0^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$

$$u = x \cos \psi + L \sin \psi,$$

$$V = x \sin \psi - L \cos \psi.$$

1. 具体数值例子

计算参数选择为: $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, $\omega_0 = 10 \mu\text{m}$, 两个主折射率 $n_1^2 = 3$, $n_2^2 = 2$, $\psi = 10^\circ$, $n_c = 1.71914$, (这是为了在 $x = \pm d/2$ 处折射率连续所取的一个数值)。 $d = 70 \mu\text{m}$, $L = 350 \mu\text{m}$, 在 $z = -L$ 平面上, 光的峰值强度 $|E|^2 = 1$, 计算中所用的网格大小 $h_x = 0.6 \mu\text{m}$, $h_z = 0.1 \mu\text{m}$, 求解区域 z 从 -350 到 $+100 \mu\text{m}$, x 从 -110 到 $+50 \mu\text{m}$ 。

根据上述数据, 我们计算了几种不同情况下光传播的状态。具体做法是, 改变 θ_0 值来反映不同磁场的情况。而光强变化时由于式 (3) 中 $\gamma |E|^2$ 是乘积形式, 改变 γ 值与改变 $|E|^2$ 值效果一样, 所以用改变 γ 值来反映光强不同的情况。

2. 计算结果讨论

我们首先计算了弱光下不同 θ_0 值时光传播的状态, 这时取 $\gamma = 0$ 。

图3所示为几个不同 θ_0 下光束的峰值强度点的轨迹。可看出 θ_0 较小时, 光束可以穿过 $x = 0$ 的平面, 而 θ_0 较大时, 光束折射回来。由于折射率梯度分布, 在 $\theta_0 = 5^\circ$ 时, 光束并没有在 $(x = 0, z = 0)$ 点通过, 而是在 $z > 0$ 的区域内通过 $x = 0$ 的平面。

图4为给出的光束初始截面。对这样一个光强分布, 在传播时如何变化呢?

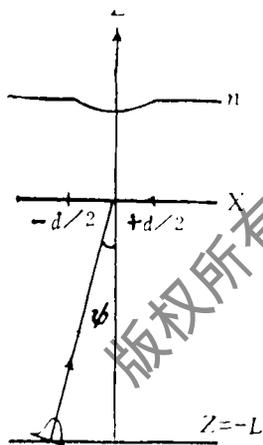


图2 入射光几何图以及折射率分布示意

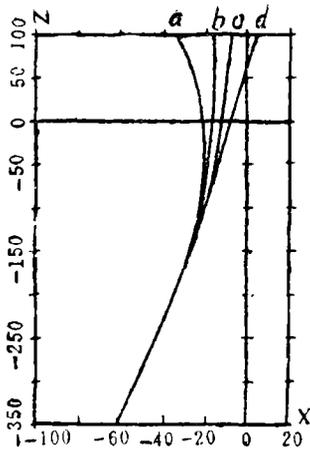


图3 几个 θ_0 值下光束峰值强度点的轨迹

a— $\theta_0 = 13^\circ$ b— $\theta_0 = 10^\circ$
c— $\theta_0 = 8^\circ$ d— $\theta_0 = 5^\circ$

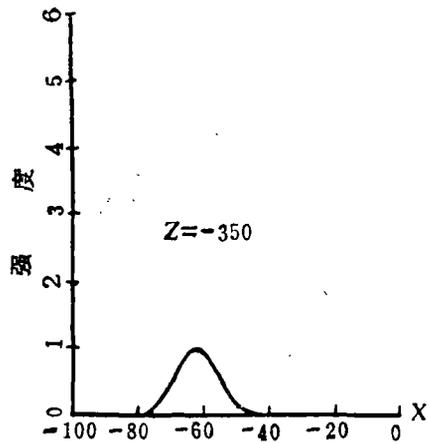


图4 高斯光束在 $z = -350$ 平面上的横截面

图5是 $\theta_0 = 13^\circ$ 与 $\theta_0 = 10^\circ$ 时在各自的反射处光束截面。图6是对应图5情况下，而光束在 $z = 100$ 平面上的截面。

从图6可见不仅峰值出射位置不同，而且光强分布也与初始不同，好像在折射率低的一面受到挤压，光强下降的较陡， $\theta_0 = 10^\circ$ 的情况更为明显。作者认为这是由于折射率分布的差异使得发生反射的位置不同，光束各部分经历了不同的相位变化，导致了上述的现象。

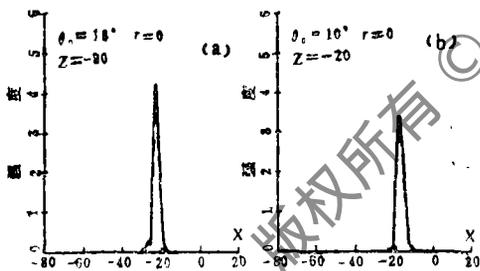


图5 $\gamma = 0$ 时高斯光束的截面

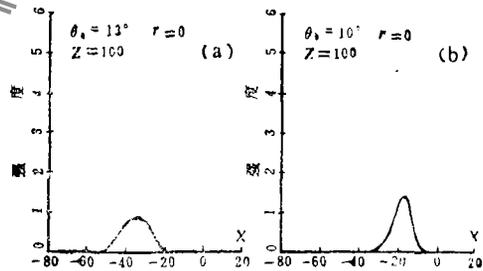


图6 $\gamma = 0$ 高斯光束在 $z = 100$ 平面上的截面

另外，在反射时出现了干涉条纹，而条纹数与对比度与折射率阶跃型不一样^[8]。这是由于折射率是梯度分布，反射也是渐变的。而条纹产生的原因是有位移的反射波与入射波干涉而形成的，折射不会产生条纹。由上可知在折射率梯度分布介质中光束内全反射时的光强分布状态。

在强光束入射能使折射率发生变化的情况下，光束的轨迹及强度分布由于受非线性效应的影响，与弱光下有所不同。

从图7可见具有非线性效应时光传播状态的变化。本文中采用的模型是光增强时折射率变大。在正光克尔效应下光束的强度分布变得比较集中。在反射处，由于反射波与入射波相互干涉而使局部光强变大，这又使折射率变化较大，自聚焦效应引起光强更加集中分布。这种

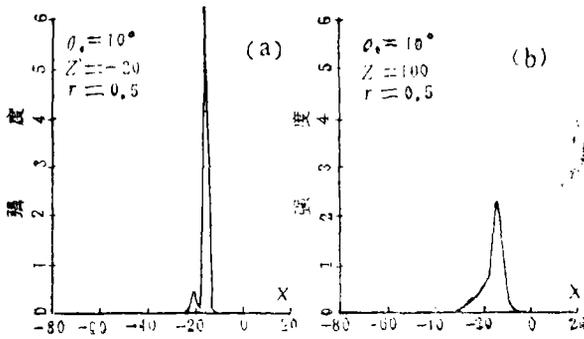


图7 $\theta_0 = 10^\circ$ $\gamma = 0.5$ 时高斯光束的横截面

效应在大的非线性时更为明显，并容易引起光束的自陷。

图8是对较大非线性情况下计算的结果。由于强光与介质相互作用，光束形成自陷。从这几个 z 平面上的光强分布，还可看出各光束之间互相竞争的现象。

上述计算中对折射率变化没有加限制，实际上折射率不可能随光强增加而无限增加。也就是说，分子在光场感应下重新取向的角度不可能无限地

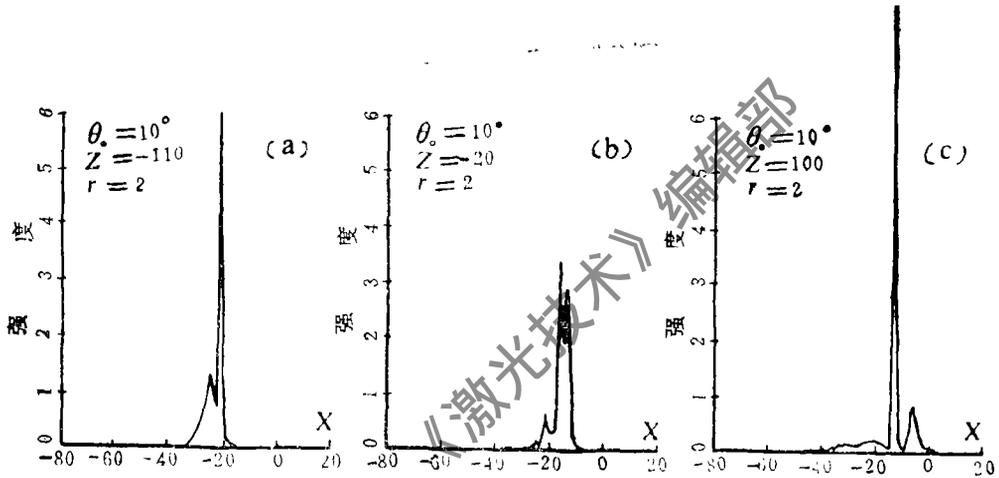


图8 对 $\theta_0 = 10^\circ$ $\gamma = 2$ 在 $z = -110$ (a) $z = -20$ (b) $z = 100$ (c)平面上高斯光束截面

变化，最多是一有限角度。在计算中我们可取一个截止角 θ_c ，当 $\gamma|E|^2$ 值大于 θ_c 时， $\gamma|E|^2$ 值就取为 θ_c 。在这种模型下，我们计算了 $\theta_0 < 10^\circ$ ， $\gamma = 2$ ，而 $\theta_c = 3^\circ$ 时的情况，结果如图9所示。从图不难看出由于对折射率加了限制，不容易形成光束的自陷了，这与不加限制时不同。比较图8可见，在 $z = 100$ 平面上，图8中有两束光，而图9中只有一束主要光束和不能维持自聚焦而衍射散开的次要光强分布。但是与 $\gamma = 0$ 的情况相比，还是存在自聚焦现象。

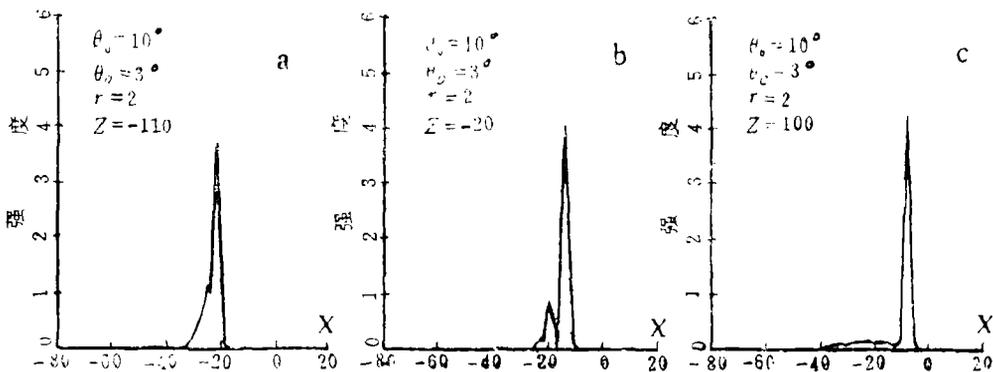


图9 $\theta_0 = 10^\circ$ $\gamma = 2$ 和截止角 $\theta_c = 3^\circ$ 下在 $z = -110$ (a) $z = -20$ (b) $z = 100$ (c)平面上高斯光束截面

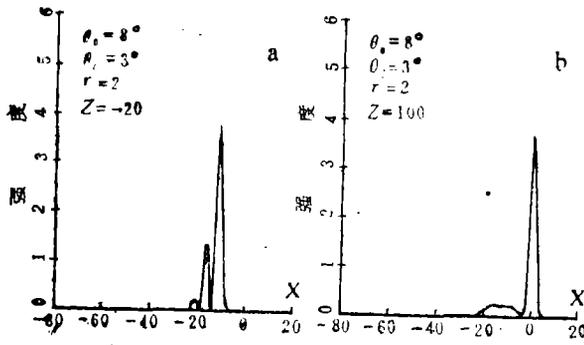


图10 $\theta_0 = 8^\circ \gamma = 2$ 和 $\theta_0 = 3^\circ$ 下在 $z = -20$ (a)
 $z = 100$ (b)平面上高光束截面

把图6b与图9c比较,我们还可知不仅光强分布差别较大,而且光束峰值点的位置也有移动。图9中的峰值位置要比图6中的靠近 $x = 0$ 平面大约 $16\mu\text{m}$ 。是否存在弱光下不能穿过 $x = 0$ 平面而由于非线性效应强光下可穿过的可能性? 由于 $\psi = 10^\circ$ 时“临界反射角” $\theta_0 = 7.8^\circ$,为此我们计算了 $\theta_0 = 8^\circ, \gamma = 2, \theta_c = 3^\circ$ 时的情况,结果如图10所示。我们发现 在 $z = 100$ 平面上, 光束并没有完全穿过 $x = 0$ 平

面,只是比 $\gamma = 0$ 的情况大约移动了 $9\mu\text{m}$ 。在这样大的非线性下为什么不能穿过呢? 我们认为因为折射率梯度分布,且所采用的模型为固定边界条件,这导致了在 $x = 0$ 附近折射率可有较大变化,而在 $|x|$ 趋于 $d/2$ 时,折射率非线性变化趋于零。由于折射率变化与光强有关,所以比较容易在 $x = 0$ 平面附近形成自聚焦光束,所产生的棱镜效应使得光束不易在非线性作用下穿过 $x = 0$ 的平面,这与折射率突变分布型不同^[8]。还可从图10中知在反射处条纹数及对比度比 $\gamma = 0$ 时突出,这是因为光强引起折射率分布变化较大,反射波变强,所以干涉现象变得更为明显。

四、结 论

通过对一种折射率梯度分布非线性介质模型的数值分析,我们直观地了解到高斯光束在该种介质中的传播状态及内全反射时光强分布。由于光束与介质局部作用的结果,光束发生了自聚焦,并改变了原来的传播方向。

从计算结果知在确定的 θ_0 下,光强不同时出射方位不同。可利用这种性质构成多路光强分束器,在出射面上根据需要加上光阑选择某一特定光强的光束。

有些光纤中折射率也是梯度分布的,从对称性考虑,可把本文中的折射率分布模型与光纤中折射率分布类比,来了解高斯光束在光纤中传播时光强局部分布及传播方向变化的情况,这对信息传输的了解是有一定积极意义的。

参 考 文 献

- [1] Kogelnik H, Appl.Opt., 1965; 4 (12) : 1562
- [2] 卢文全, 光学学报, 1985; 5 (11) : 997
- [3] Durbin D, Arakelium S M, Shen Y R, Opt. Lett., 1981; 6: 411
- [4] Durbin D et al., Phys. Rev.Lett., 1981; 47(19): 1411
- [5] Sheng P, RCA Rev., 1974; 35(3): 428
- [6] Herman R M, Serine R J, Phys.Rev. (A), 1974; 19 (4) : 1757
- [7] Khoo I C, A. P.L., 1982; 40 (8) : 645
- [8] Marouse D, Appl.Opt., 1980; 19 (18) : 3130

计算全息用于条码阅读器的研究

徐 平 高文琦

(南京大学物理系, 南京)

摘要: 本文中用计算全息方法制作的扫描器, 比传统的转镜、振镜及光学全息扫描器有更大的优越性, 用作条码阅读器的扫描器极为合适。讨论了制作原理及方法, 给出了实验结果。

Computer-generated holograms used in bar-code checkout machine

Xu Ping, Gao Wenqi

(Department of Physics, Nanjing University)

Abstract: The scanner described in this paper is fabricated by the method called computer-generated holograms. It has more advantages than conditional rotating or oscillating mirror scanner, and is suitable to be used as the scanner of bar-code checkout machine. The design principle and the fabricating method are discussed in this paper. Experimental results are also given.

一、引 言

随着光、电子及计算机技术的迅速发展, 各种自动化仪器相继问世, 大大地提高了工作效率, 条码阅读器就是其中一例。该机能通过对条形码的扫描, 获取反馈信息, 从而作出相对的反应。目前在国外, 条码阅读器已广泛用于工业/汽车业、政府/军事部门、医院及血库, 还有较为人熟知的超级市场、档案管理等处; 而在我国应用刚刚起步, 引进后主要用

*

*

*

作者简介: 郭平, 男, 1957年9月出生。硕士, 讲师。主要从事科研服务与仪器功能开发方面工作, 科研方向包括光在非线性介质中的传播效应, 非线性光学, 光学双稳态与光计算。

收稿日期: 1990年3月29日。