

激光腔模形成过程的计算机图形模拟

万安君 毛少卿

(华中理工大学, 武汉)

摘要: 本文依据菲涅耳-基尔霍夫衍射积分方程, 在 IBM-PC 机上用数值计算方法计算出激光谐振腔(条状腔)光场的振幅分布和相位分布, 并将计算结果用三维图形模拟展示出自再现模形成的动态过程, 其数值计算及三维绘图的结果与福克斯和厉鼎毅的结果相符, 因而提供了一种用计算机图形技术辅助设计激光腔的新方法。

Computer graphics simulation for transverse mode
building-up process in laser resonator

Wan Anjun, Mao Shaoqin

(Huazhong University of Science and Technology)

Abstract: The amplitude and phase distributions of the optical field in a laser resonator (stripped resonator) are numerically calculated on IBM-PC based on the Fresnel-Kirchhoff diffracted integral equation, and the results are displayed as a dynamic process of the transverse mode building-up by a three-dimensional graphics expression. The numerical calculation results and the graphs are in agreement with the results given by Fox and Li. Thus, a new CAD for laser resonator is presented.

一、前 言

谐振腔激光模式问题的研究是激光器光腔设计的基础。讨论激光模式的形成及计算问题的一种严格的方法就是衍射积分法。在绘图和设计过程中, 利用菲涅耳-基尔霍夫积分公式人工计算求解精确值是极不方便甚至是不可能的。只是在计算机技术发展起来以后, 国内外某些学者如福克斯和厉才首先用计算机对模式迭代方程(1)进行了数值计算, 求出了二维坐标下各种几何形状的腔如平行平面腔、圆形镜共焦腔等的自再现模。本文则在此基础上率

先采用三维坐标,将数值计算的结果绘制成图形,使之更直观地、形象地显示出腔内激光模式形成的过程。这样一来,设计者可任意选择不同的光腔参数,以求得最佳模式输出,且将这一关系的结果立即用图形显示出来。若用这种新颖的计算机绘图技术来辅助“激光原理”课的教学,可使学生们对开腔模^[1]的形成过程及其与光腔参数间的关系建立起清晰的物理图象,加深和巩固对光腔光场分布的衍射理论方法的理解和认识,从而使教学法更加科学和形象化。

二、数学模型的建立

一个理想的开腔模型为:两块反射镜片(平面或曲面)沉浸在均匀的、无限的、各向同性的介质中,决定其衍射效应的孔径由镜的边缘构成。

依据开腔模的物理概念,则其数学模型可由菲涅耳-基尔霍夫衍射积分演变为:

$$u_2(x, y) = \frac{ik}{4\pi} \iint_{S_1} u_1(x', y') \frac{e^{-ik\rho}}{\rho} (1 + \cos\theta) ds' \quad (1)$$

式中, $u_1(x', y')$ 为镜 I 上的场分布; $u_2(x, y)$ 为由 u_1 经腔内一次渡越后在镜 II 上生成的场。

经 q 次渡越后所生成的场 u_{q+1} 与产生它的场 u_q 之间应满足下述迭代关系:

$$u_{q+1}(x, y) = \frac{ik}{4\pi} \iint u_q(x', y') \frac{e^{-ik\rho}}{\rho} (1 + \cos\theta) ds' \quad (2)$$

本文所研究的为对称开腔,其模式自再现概念的数学表述为:

$$\left. \begin{aligned} u_{q+1} &= \frac{1}{r} u_q \\ u_{q+2} &= \frac{1}{r} u_{q+1} \end{aligned} \right\} \text{当 } q \text{ 足够大时} \quad (3)$$

该式表明,当(2)式中的 q 足够大时,除了一常数因子 r (表示振幅衰减和相位移动的、与坐标无关的复常数)外,此时 u_{q+1} 的分布与 u_q 是一样的。

将(3)式代入(2)式,并以 $v(x, y)$ 表示开腔中这一不受衍射影响的稳态场分布函数(即 u_q, u_{q+1}, \dots),当满足条件 $L, R \gg a \gg \lambda$ 时,方程可表示为:

$$v(x, y) = r \iint k(x, y, x', y') v(x', y') ds' \quad (4)^{[1]}$$

式中, $k(x, y, x', y') = \frac{i}{\lambda L} e^{-ik\rho(x, y, x', y')}$ 。

一般地, $v(x, y)$ 应为复函数,其模描述镜面上场的振幅分布,其辐角描述镜面上场的相位分布。

三、程序设计思想与方法

由上简述的开腔模的物理概念及由此而建立的数学模型出发,以对称开腔为研究对象和以条状平行平面腔为例推得的方程形式,求解沿 x 方向的场分布函数。程序设计分三个步

骤:

1. 条状平行平面腔镜面场分布函数的数值计算——迭代法

式(4)从数学上可严格证明有解,但尚未找到一般的解析求解法。福克斯(Fox, A. G)和厉鼎毅(Ting Ye, Li)首先用计算机对迭代方程(2)进行了数值计算,求出了各种几何形状的平行平面腔、圆形镜共焦腔等一系列自再现模^[1]。据此,我们对条状平行平面腔模(TEM₀₀)的形成过程在程序设计中亦采用迭代法进行数值运算(参见程序框图图3),其模式迭代方程为:

$$\left. \begin{aligned} u_2(x) &= \sqrt{\frac{i}{\lambda L} e^{-ikL}} \int_{-a}^{+a} e^{-ik(x-x')^2/2L} \cdot u_1(x') dx' \\ u_3(x') &= \sqrt{\frac{i}{\lambda L} e^{-ikL}} \int_{-a}^{+a} e^{-ik(x-x')^2/2L} \cdot u_2(x) dx \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2. 建立顺序数据文件

由式 $N = a^2/\lambda L$ 可知,当腔参数选定后,菲涅耳数 N 随即确定了。不同的 N ,形成自再现模所需要的渡越次数不同。当 N 值较大时,形成光场稳态分布的渡越次数更多。这样,当计算机在执行程序的数值计算这一部分功能时,将要花费一定的时间。显然,如要知道某一次渡越时的 u 值,便来启动运行程序显示计算结果无疑是费时而不必要的,特别是在用绘图程序进行绘图时,要求数值计算结果能迅速、随机地输入,上述方式更不可取。为此,在程序设计中,采用了建立顺序数据文件的方法,即:将某次渡越的 u 值按数组形式写入一个顺序数据文件,并且写入哪一次渡越的 u 值,可由设计者任意选定(参见程序框图图3)。如要显示或分析某次渡越的 u 值,只要键入相应的文件号即可迅速实现;若需调用某次渡越的 u 值绘图,只要在屏幕提示下,键入相应的文件名,即可由程序来完成顺序读出该数据文件数据并供绘图程序绘图的功能(参见程序框图图4)。

3. 建立三维坐标绘制函数图形

在说明三维绘图的计算机处理方法之前,先简介一下视图变换的概念。所谓视图变换,是指从实物坐标到屏幕坐标的转换过程。对三维图形而言,就是将三维用户坐标或空间坐标变换到二维屏幕坐标^[2]。这个变换在程序处理中用三步来完成。第一步是三维旋转,本程序中采用了水平旋转和竖直旋转两种方式^[2];第二步是三维至二维的平行投影,这是一种简化的平行投影法的三维视图变换。该变换过程由一子程序完成。第三步是二维视图变换,这个变换过程由高级绘图命令view和window来完成。采用这种高级绘图命令不仅可简化程序,而且可方便灵活地进行图形设计和修改。由此在屏幕上即可绘制出三维图形,即水平方向 x ,竖直方向 z ,深度方向 y 。如图1所示。

结合本文程序所要完成的特定功能,我们所设置的三维坐标如图2所示。为此,将迭代方程(6)式表示为如下形式来进行数值运算:

$$u_{r+1}(x, T) = \sqrt{\frac{i}{\lambda L} e^{-ikL}} \int_{-a}^{+a} e^{-ik(x-x')^2/2L} \cdot u_r(x', T) dx' \quad (6)$$

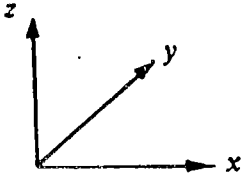


图1 三维图形坐标

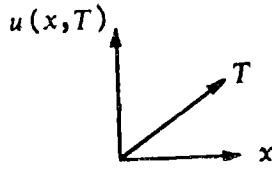


图2 三维坐标各量的意义
 x —腔面上点的坐标
 T —渡越次数在该方向上所对应的坐标
 $u(x, T)$ —场分布函数坐标

三维图形*显示分两种形式：一种是旋转参数不为零，这时可在一幅图面上顺“深度”方向有层次地显示 u 多次渡越的结果，便于观察和分析自再现模的形成过程（参见图5）。这是我们所做的主要工作，在后面程序运行结果中，我们将结合图形详细说明其方法。另一种是置旋转参数为零（即等效于二维图形）

通过窗口变换，可将图形比例放大，更细致地反映某次渡越时的场分布形状（曲线包络），且可对不同的 N 值的光场分布进行定量分析和比较（参见图7）。

四、程序框图

条状平-平腔光场分布的计算程序及三维图形模拟程序框图如图3、图4所示。

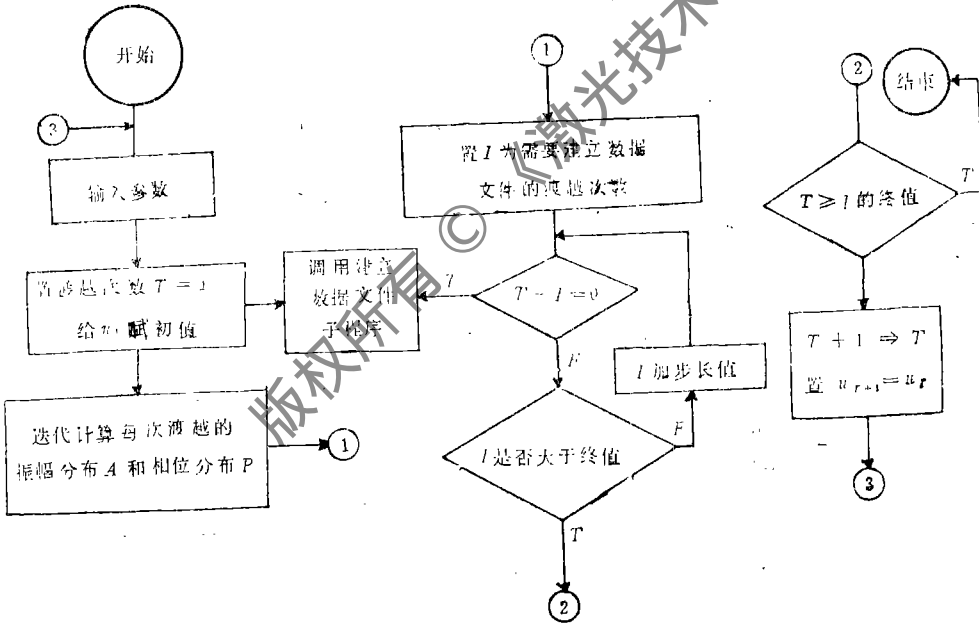


图3 数值计算与建立数据文件

* 本文程序所绘制的三维图形是由满足具有两变量的函数关系条件所得。屏幕坐标为三维，但图形本身不是立体图（若要绘制立体图，程序要作一变动）。——作者

五、程序运行结果及分析讨论

1. 光场分布的三维图形显示

在程序处理中,所定义的三维坐标如图2所示,其实现方法以程序框图6表述如下:依照该程序流程图送入三维参数即可得到以上运行结果。

图5 (a)、(b)表明,初始均匀平面波经第一次渡越后变化很大,场 u_2 的振幅分布和相位分布随腔面坐标 x 的变化而急剧起伏,呈现不规则图象。这是由衍射效应导致的一种不稳定状态。当渡越次数增加时,衍射损耗减小,最后振幅分布和相位分布趋于最低衍射损耗的稳态分布。当渡越171次左右时,达到稳态。其振幅呈类似高斯分布,相位分布类似平面波,特别在镜面中心附近近似得较好。

将图5 (c)、(d)与(a)、(b)相比,有以下几种情况值得注意:

(1) 当 N 较小时,衍射损耗大,初始几次渡越光场的振幅分布和相位分布起伏变化大,而呈现自再现模所需的渡越次数少,取 $N=1.17$ 时,约为35次。

(2) N 较大时,衍射损耗小,几次渡越后,其变化相对地也较小,形成自再现模所

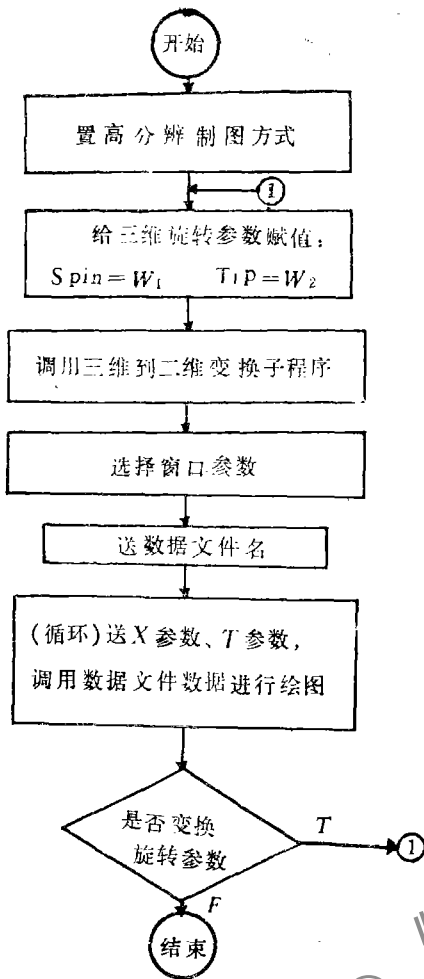


图4 三维绘图程序

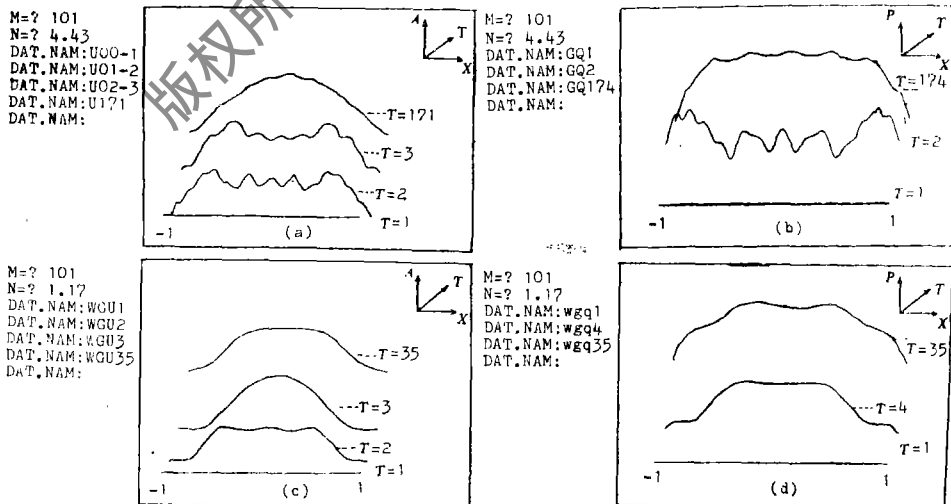


图5 (a)、(b)— N 为4.43且渡越次数 T 变化时镜面光场的振幅分布和相位分布
(c)、(d)— N 为1.17且渡越次数 T 变化时镜面光场的振幅分布和相位分布

必需的渡越次数增加,当 $N = 4.43$ 时,约为171次。这说明衍射损耗大的腔(即 N 小的腔),达到损耗最小的稳态分布较快,而 N 大的腔则反之。

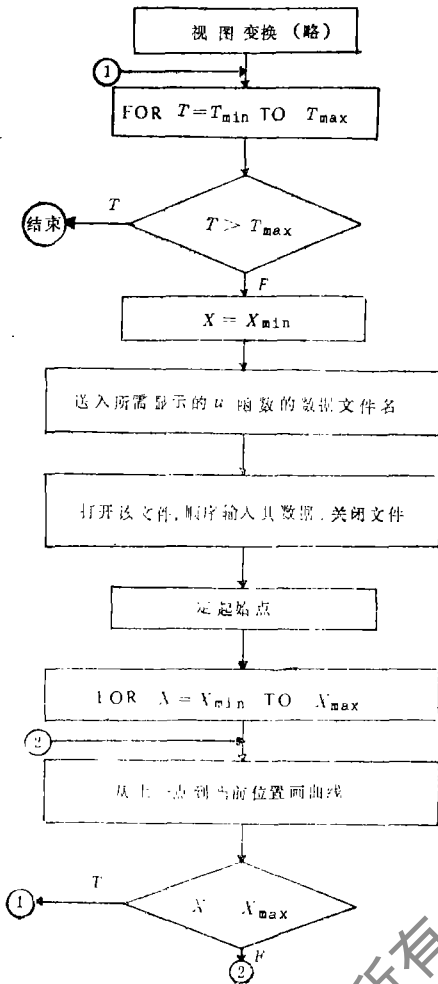


图 6

将其比例放大,使曲线和包络及形状变化看得更清楚,对光场分布也可进行定量分析与比较。例如图7(a),调用 u_{174} (渡越174次时)数据文件作出的振幅分布曲线与调用 u_{171} (渡越171次)数据文件所绘制出的曲线完全重合。表明在渡越约171次时,自再现模已形成。后面几幅图中也有相类似的情况。但这种显示方式若绘制多条 u 分布曲线,就会相互重迭而模糊不清,这正是三维绘图方法优于它之所在。

六、结 论

1. 用计算机图形模拟激光腔模形成的实际过程与理论分析是完全吻合的,本文用计算机模拟,显示了条状腔光场分布的一系列特征。

(3) 结合(3)式 $u_{q+1} = n_q/r$ 来分析振幅分布,可知当 N 值小时,由于衍射损耗大(即 r 大),每渡越一次,则下一次的振幅便要衰减 $\frac{1}{|r|}$,稳态光场建立得快,但其光强绝对值比损耗小的(即 N 值大)腔要低。从相位分布图形可知对 N 值大的腔参数,其自再现模的相位分布平坦的区域大,仅在镜边缘处波前才发生弯曲,更接近于平面波。

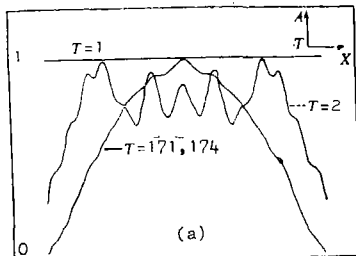
(4) 图形表明,相位分布曲线不是平滑的,而是有一些小的起伏,起伏数目与非涅耳数 N 有关, N 越大,起伏数目也越多。

图5用三维绘图方法将光腔自再现模的形成过程在一幅图面上动态、直观、有层次地展示出来。所绘制的函数曲线数目的多少,可由改变 T 方向上的步长来控制。这种图形显示方式可使人们对开腔模的形成过程及其与腔参数间的关系建立起清晰的物理图象,特别在教学中更有助于学生加深和巩固对光腔衍射理论方法的理解和认识。

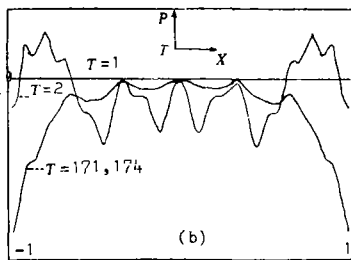
2. 光场分布的二维图形显示

如前所述,这种图形显示是置旋转参数为零时的程序运行结果。此时,“深度” T 可视为与原点重合,其函数曲线图形均绘制在同一平面上。该图形绘制方式的特点是可

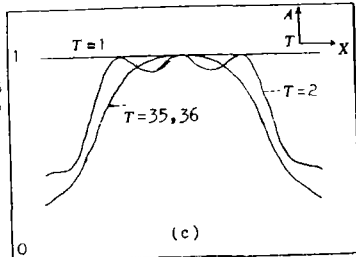
M=? 101
N=? 4.43
DAT.NAM:u00-1
DAT.NAM:u01-2
DAT.NAM:u171
DAT.NAM:u174
DAT.NAM:
OK



M=? 101
N=? 4.43
DAT.NAM:GQ1
DAT.NAM:GQ2
DAT.NAM:GQ174
DAT.NAM:



M=? 101
N=? 1.17
DAT.NAM:WGU1
DAT.NAM:WGU2
DAT.NAM:WGU35
DAT.NAM:WGU36
DAT.NAM:
OK



M=? 101
N=? 1.17
DAT.NAM:wgq1
DAT.NAM:wgq4
DAT.NAM:wgq35
DAT.NAM:wgq37
DAT.NAM:

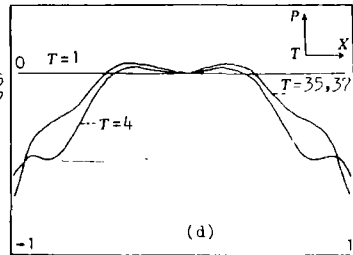


图 7

(a)、(b) — N 为4.43光场的振幅分布和相位分布
(c)、(d) — N 为1.17光场的振幅分布和相位分布

2. 在计算机上采用三维绘图(调入数值解数据)显示光腔模式是完全可行的,且具有更直观、形象、准确、迅速的特点;二维图象的显示可用本程序仅是其简单的特例。可根据需要而灵活应用。

3. 计算机图形模拟能方便地显示出开腔模在不同条件下光场的振幅分布和相位分布及经过多次渡越后达到稳态分布的全过程。它为激光原理的衍射理论教学提供了实践的环节和科学化的教学方法。

4. 对于其它各种几何形状的光腔(特别是其模式迭代方程无解析解时),只要建立起相应的数学模型并经过适当的数学处理,同样也可采用此法清晰、连续地显示出光场中各种需求量的变化过程。

参 考 文 献

- [1] 周炳琨等著,《激光原理》,国防工业出版社,1986年。
[2] 米切尔·怀特、克里斯托费·L·摩根著,赵军等译,《IBM-PC 计算机制图入门》,1985年。

*

*

*

作者简介:万安君,女,1951年出生。助工。现从事计算机应用、激光及激光技术实验等工作。

收稿日期:1989年9月12日。