

# 椭圆高斯光束的准直

张晓晖

(武汉海军工程学院)

**摘要:** 本文根据椭圆高斯光束的传输特性, 推导了椭圆高斯光束经光学系统后其远场发散角的表达式; 分析了椭圆高斯光束的准直的特点; 给出了使其准直效果最佳时光学系统的放置位置; 并与圆高斯光束进行了比较。

## The collimation of elliptical Gaussian beam

Chang Xiaohui

(Naval Academy of Engineering, Wuhan China)

**Abstract:** In this paper, the expressions of the far-field divergence angles of the elliptical Gaussian beam through an optical system are deduced according to its propagation properties. The collimation characteristics of elliptical Gaussian beam are studied. The place of optical system where the collimating effect should be optimal is demonstrated. And a comparison between elliptical and circular Gaussian beam is made.

### 一、引言

椭圆高斯模是波动方程的精确解之一<sup>[1,2]</sup>,也是半导体激光器及由象散型面镜作为谐振腔的激光器的一般输出模式<sup>[3,4]</sup>。据文献[1]、[2]报道,已可用球面镜或一对交叉的柱面镜作为谐振腔而直接获得基模椭圆高斯光束,因此,详细研究椭圆高斯光束的传输特性显得越来越重要。

近来,半导体激光器越来越多地用于测距和定位,常常要求其所发光束能长距离传输,这就要求对半导体激光(即椭圆高斯光束)进行很好地准直。但由于椭圆高斯光束的光场分布存在着各向异性和象散,对其进行准直就远不如对圆高斯光束准直那样简单。本文对椭圆高斯光束的准直进行了一些分析和探讨。

## 二、椭圆高斯光束的光场分布及发散角

椭圆高斯光束的光场分布如图1所示。其表达式为：

$$E(\xi, \eta, \zeta) = E_0 [(\omega_{01}/\omega_1)(\omega_{02}/\omega_2)]^{\frac{1}{2}} \exp\{-[\xi^2/\omega_1^2(\zeta) + \eta^2/\omega_2^2(\zeta)]\} \\ \cdot \exp\{-\frac{iK}{2}[\xi^2/R_1(\zeta) + \eta^2/R_2(\zeta)]\} \exp\{-i[K\xi - \gamma(\zeta)]\} \quad (1)$$

式中， $\omega_{01}$ 、 $\omega_{02}$ 分别为此光束在  $\xi$ - $\zeta$  和  $\eta$ - $\zeta$  平面上光束的束腰； $R_1(\zeta)$ 、 $R_2(\zeta)$  分别表示  $\xi$ - $\zeta$  平面和  $\eta$ - $\zeta$  平面上此光束的等相面曲率半径； $K$  为波数； $i$  为复数。

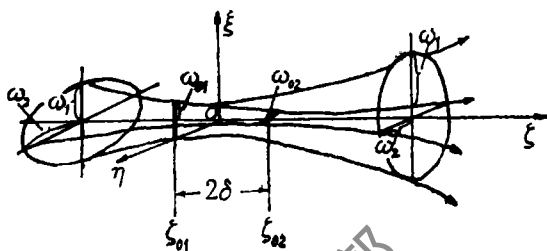


图1 椭圆高斯光束的分布

$$\omega_j^2 = \omega_{0j}^2 \{1 + [\lambda(\zeta - \zeta_{0j})^2 / n\pi\omega_{0j}^2]^2\} \quad (2)$$

$$R_j = (\zeta - \zeta_{0j}) \{1 + [\pi\omega_{0j}^2 / \lambda(\zeta - \zeta_{0j})]^2\} \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \{ \text{tg}^{-1}[\lambda(\zeta - \zeta_{01}) / \pi\omega_{01}^2] + \text{tg}^{-1}[\lambda(\zeta - \zeta_{02}) / \pi\omega_{02}^2] \} \quad (4)$$

( $j=1, 2$ )

仿圆高斯光束，定义光斑为所有满足：

$$|E(\xi, \eta, \zeta)| = \frac{1}{e} |E(0, 0, \zeta)| \quad (5)$$

的光点所组成，则有光斑方程：

$$\frac{\xi^2}{\omega_1^2(\zeta)} + \frac{\eta^2}{\omega_2^2(\zeta)} = 1 \quad (6)$$

即在每一个垂直于  $\zeta$  轴的截面上，其光斑形状为椭圆，椭圆的长、短半轴分别为  $\omega_1(\zeta)$ 、 $\omega_2(\zeta)$ 。

那么，由文献(4)，椭圆高斯光束在  $\xi$ - $\zeta$  平面和  $\eta$ - $\zeta$  平面上的远场发散角为：

$$\theta_1 = \lambda / n\pi\omega_{01} \quad (7)$$

$$\theta_2 = \lambda / n\pi\omega_{02} \quad (8)$$

通常， $\omega_{01} \neq \omega_{02}$ ，即  $\theta_1 \neq \theta_2$ ，也即椭圆高斯光束的远场发散角是各向异性的。

## 三、椭圆高斯光束的准直

设用来准直椭圆高斯光束的光学系统为一级光学系统，其光线矩阵为  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 。图2所示为准直前后其光场的分布，所用符号及坐标也如图2示。

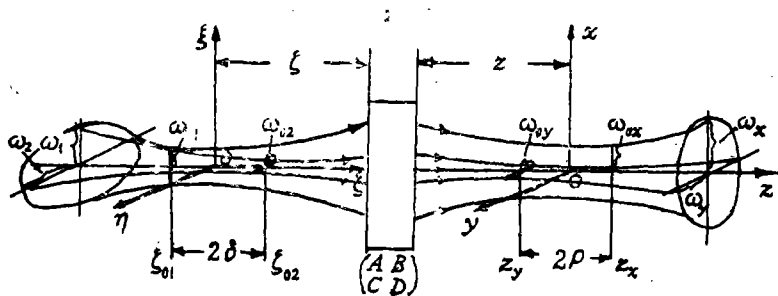


图2 椭圆高斯光束经光学系统的传播

$$\text{设 } q_j^{-1}(\xi) = R_j^{-1}(\xi) - \frac{2i}{K} \omega_j^{-2}(\xi) \quad (j=1, 2) \quad (9)$$

定义一个复曲率矩阵:

$$Q_i(\xi) = \begin{pmatrix} q_1^{-1}(\xi) \\ q_2^{-1}(\xi) \end{pmatrix} \quad (10)$$

及P矩阵:

$$P_i = (\xi, \eta) \quad (11)$$

将(9)、(10)、(11)式代入(1)式, 可得准直前此光束光场分布表达式的另一种形式:

$$E(\xi, \eta, \xi) = E_0 [(\omega_{01}/\omega_1)(\omega_{02}/\omega_2)]^{\frac{1}{2}} \exp[-\frac{iK}{2}(P \times Q)] \cdot \exp\{-i(K\xi - \psi(\xi))\} \quad (12)$$

Q矩阵与圆高斯光束的q参数一样, 是一个表示椭圆高斯光束的传播特性的参量〔6〕。

椭圆高斯光束经一级光学系统传播后仍为椭圆高斯光束〔6〕, 故其光场分布可表示为:

$$E(x, y, z) = E_0 [(\omega_{0x}/\omega_x)(\omega_{0y}/\omega_y)]^{\frac{1}{2}} \cdot \exp[-\frac{iK}{2}(P' \times Q')] \exp\{-i(Kz - \psi(z))\} \quad (13)$$

式中,

$$P' = (x \quad y) \quad (14)$$

$$Q' = \begin{pmatrix} q_x^{-1} \\ q_y^{-1} \end{pmatrix} \quad (15)$$

由文献〔3〕的实验结果, 可将椭圆高斯光束的传播在x(ξ)和y(η)方向上看成是两束独立的圆高斯光束的传播, 而且, 其q<sub>j</sub>(j=1, 2)参数的变化满足ABCD定律〔1〕, 即:

$$q_j(z) = \frac{Aq_j(\xi) + B}{Cq_j(\xi) + D} \quad \begin{matrix} (j=1, 2) \\ (J=x, y) \end{matrix} \quad (16)$$

设 
$$b_{0j}(J) = n\pi\omega_{0j}^2(J)/\lambda \quad (j=1, 2; J=x, y) \quad (17)$$

则 
$$q_j(\xi) = (C(\xi - \xi_{0j}) + D) + ib_{0j} \quad (j=1, 2) \quad (18)$$

$$q_J(z) = (z - z_J) + ib_{0j} \quad (J=x, y) \quad (19)$$

以 (18)、(19) 式代入 (16) 式, 得:

$$q_J = \frac{A[(C(\xi - \xi_{0j}) + D) + ib_{0j}] + B}{C[(C(\xi - \xi_{0j}) + D) + ib_{0j}] + D} \quad \begin{matrix} (j=1, 2) \\ (J=x, y) \end{matrix}$$

所以

$$q_J = \frac{[A(C(\xi - \xi_{0j}) + D) + B][C(\xi - \xi_{0j}) + D] + ACb_{0j}^2}{[C(\xi - \xi_{0j}) + D]^2 + (Cb_{0j})^2} + \frac{i(AD - BC)b_{0j}}{[C(\xi - \xi_{0j}) + D]^2 + (Cb_{0j})^2} \quad (20)$$

由 (19) 式, 得: 
$$b_{0j} = I_m(q_J) \quad (J=x, y) \quad (21)$$

比较 (20)、(21) 式, 得:

$$b_{0j} = \frac{(AD - BC)b_{0j}}{[C(\xi - \xi_{0j}) + D]^2 + (Cb_{0j})^2} \quad (22)$$

因为光学系统的两边为相同介质, 故:

$$AD - BC = 1 \quad (23)$$

以 (23) 式代入 (22) 式得:

$$b_{0j} = \frac{b_{0j}}{[C(\xi - \xi_{0j}) + D] + (Cb_{0j})^2} \quad \begin{matrix} (j=1, 2) \\ (J=x, y) \end{matrix} \quad (24)$$

由 (17) 式, 得:

$$\omega_{0j} = \frac{\omega_{0j}}{\sqrt{[C(\xi - \xi_{0j}) + D]^2 + (Cb_{0j})^2}} \quad \begin{matrix} (j=1, 2) \\ (J=x, y) \end{matrix} \quad (25)$$

那么, 准直后的椭圆高斯光束在  $x$ - $z$  和  $y$ - $z$  平面上的远场发散角为:

$$\theta_j = \lambda / n\pi\omega_{0j} \quad (j=x, y) \quad (26)$$

设 
$$\xi_{01} = -\delta, \quad \xi_{02} = \delta \quad (\delta > 0) \quad (27)$$

将 (25)、(27) 式代入 (26) 式, 得:

$$\theta_x = \sqrt{[C(\xi + \delta) + D]^2 + (Cb_{01})^2} \theta_1 \quad (28)$$

$$\theta_y = \sqrt{[C(\xi - \delta) + D]^2 + (Cb_{02})^2} \theta_2 \quad (29)$$

所谓准直的问题, 也就是要在已知输入的椭圆高斯光束的参数 ( $\theta_1, \theta_2, b_{01}, b_{02}, \delta$ ) 及给定光学系统(即  $A, B, C, D$  值一定)的条件下, 通过选择适当的  $\xi$  值(也就是光学系统的放置位置), 使  $\theta_x$  和  $\theta_y$  的值尽可能趋于最小。

对于椭圆高斯光束中的一种特殊情况(即对应圆高斯光束时):

$$\delta = 0, \quad b_{01} = b_{02} = b_0$$

则 
$$\theta_x = \theta_y = \theta = \sqrt{[C\xi + D]^2 + (Cb_0)^2} \theta_0 \quad (30)$$

只须利用 (30) 式求  $\theta$  的极值, 即可得到使  $\theta$  达最小时的  $\xi$  值:

$$\xi = -D/C \quad (31)$$

对于椭圆高斯光束的一般情况而言,  $\theta_x \neq \theta_y$ , 而且  $\theta_x$  和  $\theta_y$  与  $\xi$  的函数关系也不相同, 那么使  $\theta_x$  达到最小值的  $\xi$  却通常不可能同时使  $\theta_y$  达到最小值, 这正是椭圆高斯光束准直的特殊之处。

此外, 对于半导体激光器而言, 其  $\omega_{01}$  和  $\omega_{02}$  之间往往相差很大, 选择某一个  $\xi$  可能会导致其准直光束在一个方向上的发散角比另一个方向上的发散角大得多 (甚至有数量级之差)。

现在的问题是, 如何选择  $\xi$  值, 才可在使  $\theta_x$  和  $\theta_y$  间的差别得以改善的同时又使  $\theta_x$  和  $\theta_y$  的值都比较小 (即达到最佳的准直效果)。

这实际上是一个求加权极小值的问题。根据最小二乘法法则, 定义一个新函数:

$$F(\xi) = m\theta_x^2 + n\theta_y^2 \quad (32)$$

式中,  $m$ 、 $n$  分别为准直时根据  $\omega_{01}$ 、 $\omega_{02}$  的大小人为选择的  $\theta_x$  和  $\theta_y$  的加权值。

对  $F(\xi)$  求极小值, 其解即为问题之解。

将 (28)、(29) 式代入 (32) 式并求:  $dF(\xi)/d\xi = 0$

$$\text{即: } 2mC\theta_1^2[C(\xi + \delta) + D] + 2nC\theta_2^2[C(\xi - \delta) + D] = 0$$

$$\text{则 } \xi = -\frac{D}{C} - \frac{m\theta_1^2 - n\theta_2^2}{m\theta_1^2 + n\theta_2^2} \delta \quad (33)$$

由 (7)、(8)、(17) 式, 得:

$$\xi = -\frac{D}{C} - \frac{mb_{02} - nb_{01}}{mb_{02} + nb_{01}} \delta \quad (34)$$

$$\text{因为 } d^2F(\xi)/d\xi^2 = 2mC^2\theta_1^2 + 2nC^2\theta_2^2 > 0$$

所以 (34) 式所示的  $\xi$  值是使函数  $F(\xi)$  取极小值的  $\xi$ , 也就是使椭圆高斯光束的准直效果达到最佳时光学系统的放置位置。

比较 (31)、(34) 式, 不难看出, 当采用相同的光学系统来准直圆高斯光束和椭圆高斯光束时, 光学系统的最佳放置位置是不相同的。

以 (34) 式代入 (28)、(29) 式, 可得此时的准直倍率为:

$$M_x = \frac{\theta_x}{\theta_1} = |C| \sqrt{\left(\frac{2mb_{02}\delta}{mb_{02} + nb_{01}}\right)^2 + b_{01}^2} \quad (35)$$

$$M_y = \frac{\theta_y}{\theta_2} = |C| \sqrt{\left(\frac{2nb_{01}\delta}{mb_{02} + nb_{01}}\right)^2 + b_{02}^2} \quad (36)$$

由 (35)、(36) 式可知, 其准直倍率  $M_x$ 、 $M_y$  不仅与光学系统的参量 ( $|C|$ ) 有关, 与  $x$ - $z$  和  $y$ - $z$  平面上光束的束腰以及束腰间的距离 (为  $2\delta$ , 定义为象散值) 也有关, 而且, 由于  $m$ 、 $n$  的存在, 使  $M_x$  与  $M_y$  的相对大小可通过调节  $m$ 、 $n$  取值的大小得以改变, 从而起到调整  $\theta_x$ 、 $\theta_y$  的差别, 改善光束传输特性的作用。

由 (35)、(36) 式还可看出, 只要选择合适的光学系统, 使

$$|C| \ll \left[ \sqrt{\left(\frac{2mb_{02}\delta}{mb_{02} + nb_{01}}\right)^2 + b_{01}^2} ; \sqrt{\left(\frac{2nb_{01}\delta}{mb_{02} + nb_{01}}\right)^2 + b_{02}^2} \right]_{\min} \quad (37)$$

即可得:

$$(M_x, M_y)_{\max} \ll 1 \quad (38)$$

即使椭圆高斯光束的远场发散角得以压缩。

对圆高斯光束, 由 (30) 及 (31) 式, 可得其最小准直倍率值:

$$M = \frac{\theta}{\theta_0} = |C| b_0 \quad (39)$$

比较 (35)、(36) 及 (39) 式, 不难看出当  $b_{01}$ 、 $b_{02}$ 、 $b_0$  的值相近时, 由于  $\delta$  的存在, 使:

$$M \leq (M_x, M_y)_{\min}$$

也就是说, 由于椭圆高斯光束的象散性, 使其准直效果不如圆高斯光束。此外, 由于入射椭圆高斯光束的  $b_{01}$ 、 $b_{02}$  及  $\delta$  值比较小, 很难将光学系统位置调到刚好满足 (34) 式, 而  $\zeta$  的微小偏差往往会导致出射椭圆高斯光束的光学特性发生较大的变化, 因此, 椭圆高斯光束的准直通常比圆高斯光束的准直要复杂和困难得多。

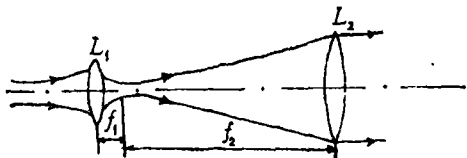


图3 望远镜系统

在一般场合下, 对于圆高斯光束, 只要选择一个较长焦距的单透镜即可达到较好的准直效果 (若  $\omega_0$  为  $\mu\text{m}$  量级,  $f$  为  $\text{dm}$  量级,  $M$  可达到  $10^{-4} \sim 10^{-5}$  数量级), 但采用相同的单透镜准直椭圆高斯光束, 效果则差得多 [6]。

通常采用望远镜系统 (如图3所示) 来准直椭圆高斯光束。

因为望远镜系统的光线矩阵为  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_2/f_1 & f_1 + f_2 \\ 0 & -f_1/f_2 \end{pmatrix}$

即:  $C = 0$

那么, 由 (34) 式和 (35)、(36) 式, 得:

当  $\zeta \rightarrow \infty$  时, 其理论准直倍率  $M_x(M_y) = 0$ 。

实际上,  $\zeta$  是不可能为  $\infty$  的。由 (28)、(29) 式, 用望远镜系统来准直椭圆高斯光束时, 准直倍率为:

$$M_x = M_y = |D| = f_1/f_2 \quad (40)$$

与用望远镜系统准直圆高斯光束的倍率相同。

如果我们选择前一个透镜  $L_1$  的焦距  $f_1$  极小, 使  $\zeta \gg f_1$ , 即,  $\zeta \rightarrow \infty$ ; 再将后一个透镜  $L_2$  的焦距  $f_2$  选得比较大, 则可使:

$$M_x(M_y) = f_1/f_2 \rightarrow 0$$

而接近理想情况。

总之, 在对椭圆高斯光束进行准直时, 只要我们依 (34) 式所得值来放置所选用的光学系统, 总可以获得较好的准直效果。(34) 式对于实际准直椭圆高斯光束具有一定的指导意义。

## 甲状腺手术中CO<sub>2</sub>激光刀应用的体会 (附二例报告)

陈传贞 韩洪富 钟泽华 詹宗玉

(华西医科大学附一院)

**摘要:** 比较了CO<sub>2</sub>激光手术与常规手术方法的疗效, 结果表明: 无论在临床过程和治疗方面, 激光手术显示了令人满意的结果。但是避免手术并发症是非常重要的, 如像切口的感染出血、血管和神经的损伤。

### Preliminary report of the operation of thyroid by CO<sub>2</sub> laser (2 case report)

Chen Chuazhen, Han Hongfu, Zhong Chehua, Zhan Zhongyu  
(The First Affiliated Hospital of West China University of  
Medical Sciences)

**Abstract:** A comparison of the effect of CO<sub>2</sub> laser operation and routine operative method was made. Result show that it yield satisfactory results by the CO<sub>2</sub> laser on the clinical processes, treatment. But it is very important to avoid operative complications as the infection of incision, hemorrhage, vessel and nerve injury.

### 参 考 文 献

- (1) R.Simon, J.O.S.A.A, 1987, Vol.4, No.10.
- (2) Opt.Comm., 1983, Vol.46, No.5,6.
- (3) 《华中工学院学报》, 1986年, 第14卷, 第2期。
- (4) 亨利·克雷歇耳, 《半导体激光器和异质结二极管》, 国防工业出版社, 1983年。
- (5) H.T.Yura, S.G.Hanson, J.O.S.A.A, 1987, Vol.4, No.10.
- (6) 张晓晖, 水雷激光定位器传输特性的研究, 海军工程学院硕士学位论文, 1989年。

\*

\*

\*

作者简介: 张晓晖, 女, 1965年3月出生。助教。现从事激光专业。

收稿日期: 1989年1月9日。