

文章编号: 1001-3806(2007)03-0288-03

数字离轴无透镜傅里叶变换全息重建方法研究

王华英^{1,2}, 王大勇^{1*}, 谢建军¹, 陶世荃¹

(1 北京工业大学 应用数理学院, 北京 100022; 2 河北工程大学 理学院, 邯郸 056038)

摘要: 为了提高再现像质量, 对数字全息常见算法进行了比较研究。根据全息理论和线性系统理论, 研究了利用菲涅耳近似法和基于瑞利-索末菲衍射积分的卷积法数值重建离轴无透镜傅里叶变换全息的方法, 并做了计算机模拟。结果表明, 在记录距离很短的情况下, 尽管记录距离不满足通常的菲涅耳近似条件, 菲涅耳近似公式仍然成立; 自由空间脉冲响应的快速傅里叶变换在不同的记录距离性质不同, 由瑞利-索末菲衍射积分利用卷积方法得到的再现像质不理想; 对于离轴无透镜傅里叶变换全息显微来说, 菲涅耳近似重建方法优于卷积方法。

关键词: 全息; 无透镜傅里叶变换全息; 重建方法; 菲涅耳近似; 瑞利-索末菲衍射积分; 卷积法

中图分类号: O438.1

文献标识码: A

Study of the reconstructing methods of the digital off-axis lens-less Fourier transform hologram

WANG Hua-ying^{1,2}, WANG Da-yong¹, XIE Jian-jun¹, TAO Shi-quan¹

(1. College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China; 2. College of Science, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China)

Abstract: In order to improve quality of reconstructed images, the common algorithms used to reconstruct digital holograms was studied by means of comparison. According to the theorems of holography and linear system, the reconstructing methods of the off-axis lens-less Fourier transform hologram by Fresnel diffraction formula and by the convolution method based on Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral were studied through simulation. The results show that Fresnel diffraction formula is still correct within very short recording distance, although the traditional Fresnel approximate condition isn't fulfilled. The characters of the fast Fourier transform of the free space impulse response are different at different distance, so the quality of the reconstructed image by the convolution isn't perfect. For the microscopy by off-axis lensless Fourier transform holography, Fresnel reconstructing method is better than the convolution method.

Key words: holography; lens-less Fourier transform holography; reconstructing method; Fresnel approximation; Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral; convolution

引 言

数字全息是一种新型的成像技术, 它用 CCD 取代传统的银盐干版记录全息图, 并用计算机模拟参考光进行数值再现, 因而省去了传统光学全息的化学湿处理过程, 借助于现代高性能计算机技术和数字图像处理技术, 可以方便、灵活的对所记录的全息图进行存储、再现和传输, 实现无损、快速、准确成像和传输, 因而近年来成为国内外研究的热点^[1~9]。

CCD 有限孔径的限制, 使得数字全息成像分辨率

比较低。提高成像分辨率, 改善再现像质量是目前数字全息的主要任务。数字全息再现像的极限分辨率与记录距离成反比, 为了提高分辨率, 常将物体放在最小记录距离附近记录全息图。无透镜傅里叶变换全息能够充分利用 CCD 的有限带宽, 而且其最小记录距离与被记录物体的大小成正比, 所以, 近年来无透镜傅里叶变换全息用于显微成像的研究越来越受到关注^[3~6]。数字全息常见的重建方法有: 菲涅耳重建法和基于瑞利-索末菲衍射积分的卷积法^[4]。本文中对这两种算法进行比较研究, 以期获得适合于全息显微的较为有效的方法。

1 菲涅耳近似法重建

数字离轴无透镜傅里叶变换全息即通常所说的无透镜傅里叶变换全息, 其记录光路如图 1 所示。 x_0, y_0

基金项目: 北京市留学人员科技活动择优资助项目

作者简介: 王华英 (1963-), 女, 博士研究生, 研究方向为光学信息处理与数字全息技术。

* 通讯联系人。E-mail: wdyong@bjut.edu.cn

收稿日期: 2006-04-09; 收到修改稿日期: 2006-05-26

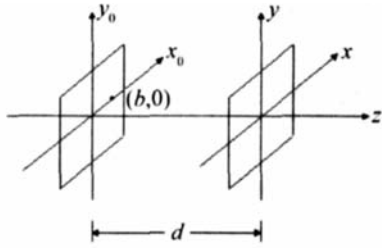


Fig 1 Schematic for recording the off-axis lens-less Fourier transfer hologram

为物平面, $x-y$ 为全息图平面, z 轴沿着物平面与全息图平面中心连线, 参考点源位于物平面且距离物体中心 b 处。

根据尼奎斯特抽样定理和频谱分离条件, 对记录距离 d 和参考点源偏置 b 的要求^[3]:

$$d \geq \frac{4X}{\lambda} \Delta x, b \geq \frac{3X}{2} \quad (1)$$

式中, X 为物体尺寸大小, Δx 为 CCD 像元尺寸, λ 为参考光波长。

由全息理论, 当用位于 CCD 平面原点的会聚球面波再现时, 在离全息图平面距离为 d 的像平面 $x_i y_i$ 上可以得到两个清晰的、对称分布的实像。在近轴条件下, 根据菲涅耳衍射公式, 再现参考点源在 CCD 平面上的光场分布:

$$C(x, y) = \exp - \frac{jk}{2d} (x^2 + y^2) \quad (2)$$

式中, $k = 2\pi / \lambda$, 设全息图强度分布为 $I(x, y)$, 则再现光场的复振幅分布:

$$\begin{aligned} U(x_i, y_i) &= \frac{\exp(jkd)}{j\lambda d} \int \int C(x, y) I(x, y) \times \\ &\exp\left\{-\frac{jk}{2d} [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]\right\} dx dy = \\ &\frac{\exp(jkd)}{j\lambda d} \exp\left[-\frac{jk}{\lambda d} (x_i^2 + y_i^2)\right] \times \\ &\left\{ \mathcal{F}\left[C(x, y) I(x, y) \exp\left[-\frac{jk}{2d} (x^2 + y^2)\right]\right\} \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

式中, $\mathcal{F}$ 表示二维傅里叶变换。

2 卷积法重建

数字全息系统可以看成是一个特殊的相干光学成像系统, 这样的系统通常利用离散菲涅耳变换进行数值重建。但菲涅耳衍射是对衍射场的近似描述, 一般说来, 只在近轴近似条件下成立。瑞利-索末菲衍射积分公式是对衍射场的精确描述, 而且在任何范围内都成立。由瑞利-索末菲衍射积分公式, 上述无透镜傅里叶变换全息在像平面的光波场复振幅分布为:

$$U(x_i, y_i) = \frac{1}{j\lambda} \int \int C(x, y) I(x, y) \times$$

$$\frac{\exp(jk\rho)}{\rho} \cos\theta dx dy \quad (4)$$

式中, $\rho = [d^2 + (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]^{1/2}$, $\cos\theta = \frac{d}{\rho}$ 。在

近轴近似条件下, $\cos\theta \approx 1$, 指数中的 ρ 展开直至线性项, 分母中的 ρ 作更大的近似, 便得到菲涅耳衍射积分式 (3) 式。根据线性系统理论, (4) 式所表示的叠加积分代表了一个线性空不变系统, 因此, 可以写成如下卷积形式:

$$U(x_i, y_i) = \int \int C(x, y) I(x, y) \times g(x_i - x, y_i - y) dx dy \quad (5)$$

式中, $g(x, y) = \frac{1}{j\lambda} \frac{\exp[jk(d^2 + x^2 + y^2)^{1/2}]}{d^2 + x^2 + y^2}$ 为自由空间的脉冲响应。根据卷积理论, (5) 式可以表示为如下的傅里叶变换的形式:

$$U = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}(I \cdot C) \cdot \mathcal{F}(g)] \quad (6)$$

类似地, (3) 式也可以表示成如下傅里叶变换形式:

$$U = \mathcal{F}^{-1}[I \cdot C \cdot w] \quad (7)$$

式中, $w(x, y) = \exp \frac{jk}{2d} (x^2 + y^2)$ 。

比较 (6) 式和 (7) 式可知, 卷积法重建需要作 3 次傅里叶变换, 而非涅耳近似重建法只需要作一次傅里叶变换, 因而前者的重建速度比后者快。此外, 二者有以下根本的区别: 若把全息图平面视为空域, 则经 (7) 式变换后再现像到了频域, 再现像面的像素尺寸:

$$\Delta x_i = \frac{\lambda d}{N_x \Delta x}, \Delta y_i = \frac{\lambda d}{N_y \Delta y} \quad (8)$$

而由 (6) 式表示的变换最终又回到了空域, 因此, 卷积法重建像面的像素大小:

$$\Delta x_i = \Delta x, \Delta y_i = \Delta y \quad (9)$$

可见, 菲涅耳重建法得到的再现像大小不仅与 CCD 的像素数及像元大小有关, 还与再现光波长以及再现距离有关; 卷积法重建像的大小与记录距离及记录波长无关, 这为需要改变记录距离的物场探测 (如粒子场测试) 以及多波长重建方法提供了方便。

3 计算机模拟

为了比较以上两种重建法在显微领域的差异, 对以下微小物体进行模拟。模拟参数: $N_x = N_y = 512$, $\Delta x = \Delta y = 6.8 \mu\text{m}$, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 被模拟记录的物体均为亮度均匀的正方形。为了提高再现像的分辨率, 以最小记录距离 $d_{\min}$ 记录全息图。

图 2 表示边长为 1 mm , 0.5 mm 和 0.25 mm 的正方形在菲涅耳近似下模拟重建的结果, 其相应的最小记录距离分别是 42.98 mm , 21.49 mm 和 10.75 mm 。模拟结果显示: 再现距离越近, 再现光场强度越弱, 但两个

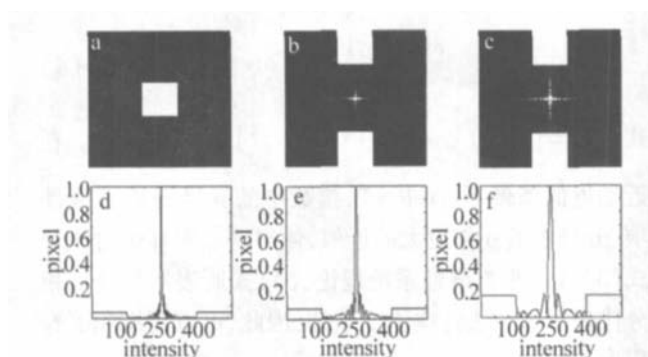


Fig 2 Recorded rectangle object and intensity distribution of reconstructed wave field with Fresnel approximation method

a—object b— $X=1\text{mm}$ c— $X=0.5\text{mm}$ d—f—intensity distribution of cross centre corresponding Fig 2b, Fig 2c and $X=0.25\text{mm}$

实像与零级衍射项的强度比越大。

可见,上述各种条件下的物光波场,由菲涅耳近似法均得到了准确、清晰的再现。然而由全息原理,菲涅耳近似要求记录距离满足以下条件:

$$d \geq \frac{\pi}{4\lambda} [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

由(10)式计算出上述3种情况下的最小记录距离 $d_{F,\min}$ 分别为:50.02mm, 42.72mm, 39.18mm,可见上述3种记录距离均不满足菲涅耳近似条件,然而却得到了理想的再现像。

当距离 d 很小时, $k/2d$ 的值很大,在计算(4)式时, $\exp(jk\rho)$ 表述的二次位相因子会很快振荡,积分运算时其数值的正负相消使得对积分的主要贡献仅仅来自于点 (x_i, y_i) 附近极小范围内的被积函数值,因此,用(3)式来取代(4)式计算衍射场分布已相当精确^[10]。可见,(10)式只是菲涅耳近似公式成立的充分条件,只要位相因子 $\exp(jk\rho)$ 展开式中的高阶项不显著改变(4)式的运算结果,就能采用菲涅耳近似。

图3表示基于瑞利-索末菲衍射积分公式并利用

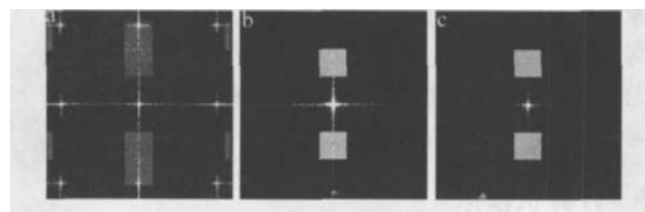


Fig 3 Intensity distribution of reconstructing wavefield

a— $d=d_{\min}=21.49\text{mm}$ b— $d=2d_{\min}=42.98\text{mm}$ c— $d=d_c=37.41\text{mm}$

卷积法重建的像光场强度分布,其中被记录物体是边长为0.5mm的矩形。图3a~图3c分别是同一物体在记录距离 $d=d_{\min}=21.49\text{mm}$, $d=2d_{\min}=42.98\text{mm}$, $d=d_c=37.41\text{mm}$,且临界分离情况下的再现结果。 d_c 为某一特定距离。可见,只有 $d=d_c$ 情况得到了理想的重建像。

根据线性系统理论,脉冲响应函数 $g(x, y)$ 的傅里叶变换即频率传递函数。图4a和图4b分别表示相应于图3a和图3b情况下自由空间传递函数的强度分

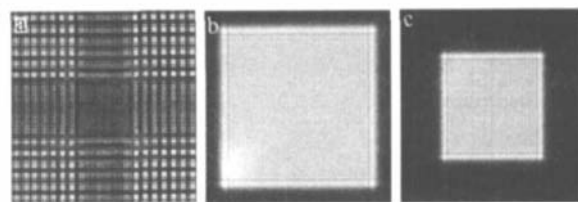


Fig 4 Intensity distribution of free space transfer function

a— $d=d_{\min}=21.49\text{mm}$ b— $d=2d_{\min}=42.98\text{mm}$ c— $d=3d_{\min}=64.47\text{mm}$

布,与图3c相应的传递函数强度在整个像面上恒为1,图4c表示在 $3d_{\min}$ 情况下自由空间传递函数具有一定的通频域,只有在这个范围内的频率才能被传递,且距离越大,通频域越小;只在某一特定距离 d_c 下,自由空间传递函数才具理想的分布,这一距离的计算式为 $d_c = N\Delta x^2 / \lambda$ ^[2]。 $d=d_c$ 时,包含在全息图与再现参考光乘积中的所有空间频率恰能完全通过系统传递到频域,故而物光场被理想再现; $d>d_c$ 时的低通滤波使得物体空频中的高频部分不能通过系统,故降低了成像分辨率; $d<d_c$ 时,由于衍射距离极短,导致利用快速傅里叶变换取样计算传递函数时,取样的不合理使离散函数的性质偏离原函数,结果出现了再现的根本失败。

4 结 论

通过理论分析与计算机模拟,研究了利用数字离轴无透镜傅里叶全息显微重建算法问题,结果表明:菲涅耳近似条件只是一个充分而非必要条件,在记录距离很短的情况下,菲涅耳近似是成立的;由于较远距离时自由空间传递函数非零值范围小,较小距离时传递函数偏离原函数,导致卷积法重建效果不理想或根本失败;在无透镜傅里叶全息显微中,一般情况下,由菲涅耳近似公式重建像质优于基于瑞利-索末菲衍射积分公式利用卷积法重建像质。对于较大物体,若想利用卷积法重建,可通过全息图零填充以增大 d_c ^[4],获得理想的再现像。

参 考 文 献

- [1] SCHNARS U, WERNER-JUPITER P O. Digital recording and numerical reconstruction of holograms [J]. Measurement Science & Technology, 2002, 13: R85~R101.
- [2] KREIS T M. Frequency analysis of digital holography with reconstruction by convolution [J]. Opt Engng, 2002, 41 (8): 1829~1839.
- [3] WAGNER C, SEEACHER S, OSTEN W *et al* Digital recording and numerical reconstruction of lensless Fourier holograms in optical metrology [J]. Appl Opt, 1999, 28 (22): 4812~4819.
- [4] KREIS T M, ADAMS M, JUPITER W P O. Methods of digital holography: a comparison [J]. Proc SPIE, 2005, 3098: 224~233.
- [5] DIRKSEN D, DROSTE H, KEMPER B *et al* Lensless Fourier holography for digital holographic interferometry on biological samples [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2001, 26 (3): 241~249.

(下转第294页)

AM温升的有效措施之一是采用前面提到过的低饱和通量 F_{sat} 的量子点 SESAM。

6 小 结

理论上半导体材料大于 5THz 的增益带宽典型值足以支持 100fs 以下的脉冲^[15]; 其高重复频率下较弱的 Q 开关不稳定性倾向使其重复频率可达几十吉赫兹, 甚至超过 1THz^[16]; 而 SESAM 被动锁模技术也已获得高达 160GHz 的重复频率。所以, 随着半导体增益片生长技术的进一步提高和散热处理的进一步完善, 再对光腔的设计进行不断优化, 以及通过发展前面所提的单片集成技术, SESAM 锁模 OP-VECSELs 各方面的性能都有望得到进一步的提升, 成熟的 SESAM 锁模 OP-VECSELs 器件也会在不久的将来进入商业化阶段, 在各个领域一显身手。

参 考 文 献

- [1] ZHU W J, GUO X, LIAN P *et al* Characteristics comparison of a novel vertical-cavity surface-emitting laser [J]. *Laser Technology*, 2003, 27 (4): 325~327 (in Chinese).
- [2] PASCHOTTA R, HÄRNGR, GARNACHE A *et al* Soliton-like pulse-shaping mechanism in passively mode-locked surface-emitting semiconductor lasers [J]. *Appl Phys*, 2002, B75 (4): 445~451.
- [3] ASCHWANDEN A, LORENSER D, UNOLD H J *et al* 2.1W picosecond passively mode-locked external-cavity semiconductor laser [J]. *Opt Lett*, 2005, 30 (3): 272~274.
- [4] CASEL O, WOLL D, TREMONT M A *et al* Blue 489nm picosecond pulses generated by intracavity frequency doubling in a passively mode-locked optically pumped semiconductor disk laser [J]. *Appl Phys*, 2005, B81 (4): 443~446.
- [5] GARNACHE A, HOOGLAND S, TROPPER A C. Sub-500fs soliton-like pulse in a passively mode-locked broadband surface-emitting laser with 100mW average power [J]. *A P L*, 2002, 80 (21): 3892~3894.
- [6] LORENSER D, UNOLD H J, MAASD J H C *et al* Towards wafer-scale integration of high repetition rate passively mode-locked surface-emitting semiconductor lasers [J]. *Appl Phys*, 2004, B79 (8): 927~932.
- [7] TROPPER A C, FOREMAN H D, GARNACHE A *et al* Vertical-external-cavity semiconductor lasers [J]. *J Phys*, 2004, D37 (9): R75~R85.
- [8] CAO S S. Review of high power semiconductor lasers [J]. *Laser Technology*, 2000, 24 (4): 203~206 (in Chinese).
- [9] KUZNETSOV M, HAKM I F, SPRAGUE R *et al* Design and characteristics of high-power (0.5W CW) diode-pumped vertical-external-cavity surface-emitting semiconductor lasers with circular TEM₀₀ beams [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 1999, 5 (3): 561~573.
- [10] CHLLA J, BUTTERWORTH S, ZEITSCHEL A *et al* High power optically pumped semiconductor lasers [J]. *Proc SPIE*, 2004, 5332: 143~150.
- [11] HÄRNGR, PASCHOTTA R, ASCHWANDEN A *et al* High-power passively mode-locked semiconductor lasers [J]. *IEEE J Q E*, 2002, 38 (9): 1268~1275.
- [12] HOOGLAND S, DHANJAL S, TROPPER A C *et al* Passively mode-locked diode-pumped surface-emitting semiconductor laser [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2000, 12 (9): 1135~1137.
- [13] LUTGEN S, ALBRECHT T, BRICK P *et al* 8W high efficiency continuous-wave semiconductor disk laser at 1000nm [J]. *A P L*, 2003, 82 (21): 3620~3622.
- [14] ALFORD W J, RAYMOND T D, CRAWFORD M H *et al* High power (>1W) good beam quality surface-emitting semiconductor laser [J]. *J O S A*, 2002, B19 (4): 663~666.
- [15] HOOGLAND S, GARNACHE A, SAGNES I *et al* Picosecond pulse generation with 1.5μm passively mode-locked surface-emitting semiconductor laser [J]. *Electron Lett*, 2003, 39 (11): 846~847.
- [16] ARAHARA Sh, MATSUI Y, OGAWA Y. Mode-locking at very high repetition rates more than terahertz in passively mode-locked distributed-Bragg-reflector laser diodes [J]. *IEEE J Q E*, 1996, 32 (7): 1211~1224.

(上接第 290 页)

- [6] GUSTAFSSON M, SEBESTA M, BENGTTSSON B *et al* High-resolution digital transmission microscopy—a Fourier holography approach [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2004, 41 (3): 553~563.
- [7] NOVAK E. MEMS metrology techniques [J]. *Proc SPIE*, 2005, 5716: 173~181.
- [8] YUAN C J, ZHONG L Y, WANG Y P *et al* The analysis of off-axis digital holographic recording conditions [J]. *Laser Technology*, 2004, 28 (5): 482~485 (in Chinese).
- [9] YASUHIRO T, HIOSHIO. Fast numerical reconstruction hybrid holographic microscopy [J]. *Appl Opt*, 1999, 38 (11): 2204~2211.
- [10] LI J C. Diffraction of laser and calculation on thermal acting [M]. Beijing: Science Press, 2002. 48~54 (in Chinese).