

文章编号: 1001-3806(2007)03-0232-03

## 双轴晶体和频时晶体长度与允许参量分析

刘良清,袁孝\*,吕超

(华中科技大学 光电子科学与工程学院, 武汉 430074)

**摘要:** 为了分析利用双轴晶体 KTP 与 LBO 对 1064 nm 与 1319 nm 激光和频产生 589 nm 钠黄光时的最佳晶体长度和允许参量, 对非线性波耦合方程进行推导, 得出和频条件下的小讯号解和高转换效率下的稳态解, 并由稳态解得出激光功率密度与晶体长度的关系。由相位匹配条件通过级数展开推导出双轴晶体在和频情况下的允许参量, 并且给出了晶体的温度匹配条件。结果表明, 选择合适长度的晶体, 可以使得和频转换效率尽可能的提高, LBO I 类匹配和 KTP II A 类匹配优于其它匹配类型, LBO 在 32~84 °C 能到达温度匹配。

**关键词:** 非线性光学; 双轴晶体; 和频; 晶体长度; 允许参量; KTP; LBO; 温度匹配

中图分类号: O437.1 文献标识码: A

## The crystal-length and acceptance parameters of SFG with biaxial crystals

LIU Liang-qing, YUAN Xiao, LU Chao

(School of Opto-electronics Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The crystal-length and acceptance parameters of biaxial crystals KTP and LBO used to generate 589 nm radiation by means of sum frequency generation (SFG) of 1064 nm and 1319 nm lasers is analyzed. According to the nonlinear wave-coupling equation of SFG, the exact solutions of low and high power conversion are derived and validated in SFG. On the basis of the solutions, the relationship between power density and crystal-length is given. Acceptance parameters of biaxial crystals are derived and validated from phase matching condition of SFG by means of Taylor expansion. The properties of non-critical phase matching (NCPM) is put forward. It can be seen that sum-frequency conversion efficiency could be increased with appropriate crystal-length, type-I LBO and type-II A KTP are much better and NCPM can be attained for LBO at 32~84 °C.

**Key words:** nonlinear optics; biaxial crystals; sum frequency generation; crystal-length; acceptance parameters; KTP; LBO; temperature matching

## 引言

非线性晶体的三波互作用的频率变换如倍频、和频、差频、光参变振荡和光参变放大等技术已广泛用于产生特殊波段和宽调谐范围的相干辐射源。双轴晶体 KTP 与 LBO 对 1064 nm 与 1319 nm 激光和频产生 589 nm 钠黄光的最佳相位匹配条件已经进行了详细分析<sup>[1]</sup>。研究双轴晶体和频时最佳晶体长度和允许参量对提高非线性频率变换的效率和设计特殊的器件都有重要意义。本文中根据和频时的波耦合方程, 推导得出和频条件下的小讯号解和高转换效率下的稳态解, 从中分析得出了激光入射功率与晶体长度的关系,

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10476010; 10676010); 国家八六三计划强辐射重点实验室基金资助项目 (20030502)

作者简介: 刘良清 (1980-), 男, 硕士研究生, 现主要从事非线性光学及激光光学理论与实验研究。

\* 通讯联系人。Email: xyuan@mail.hust.edu.cn

收稿日期: 2006-04-05; 收到修改稿日期: 2006-06-16

提出了和频时晶体最佳长度的选择原则; 由相位匹配条件通过级数展开, 推导出双轴晶体在和频情况下的允许参量。同时, 给出了双轴晶体的温度匹配条件。

## 1 晶体最佳长度

设光波沿 z 轴方向传播, 则双轴晶体在和频时的波耦合方程为:

$$\frac{dE_1}{dz} = \frac{i\omega_1}{n_1 c} d_{\text{eff}} E_2^* E_3 \exp(-i\Delta kz) \quad (1)$$

$$\frac{dE_2}{dz} = \frac{i\omega_2}{n_2 c} d_{\text{eff}} E_1^* E_3 \exp(-i\Delta kz) \quad (2)$$

$$\frac{dE_3}{dz} = \frac{i\omega_3}{n_3 c} d_{\text{eff}} E_1 E_2 \exp(i\Delta kz) \quad (3)$$

式中,  $i$  为虚数单位,  $c$  为真空光速,  $E_1$  和  $E_2$  为输入光波电场强度,  $E_3$  为产生的和频光波电场强度 (下文中凡脚标为 1, 2 的均为输入光波, 脚标为 3 的均为和频光波),  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  为对应波长在非线性晶体中的折射率,  $\omega_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) 为光波圆频率,  $d_{\text{eff}} = \chi_{\text{eff}}/2 = (\alpha_i \cdot \alpha_j \alpha_k)/2$  为有效非线性系数,  $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k$  ( $i, j, k$  为分别

1,2,3中一个,但互不相等)为输入光波与和频光波的振动方向单位矢量,  $\chi$  为极化率张量,  $\chi_{\text{eff}}$  为有效非线性极化率,  $\Delta k = k_1 + k_2 - k_3$  为相位失配因子,  $k_j$  ( $j=1, 2, 3$ ) 为光波波矢。右上角的“\*”号表示复数共轭。

首先讨论小讯号的情况<sup>[2,3]</sup>。所谓小讯号情况, 就是输入到非线性介质的强激光(抽运光)转换为其它频率光的能量使它本身很小的一部分。 $E_1$  和  $E_2$  为强的输入光波电场强度,  $E_3$  为产生的和频光波电场强度, 在小讯号情况下,  $E_1$  和  $E_2$  都可以看作常数, 这样波耦合方程前两项可以略去, 只剩下:

$$\frac{dE_3}{dz} = \frac{i\omega_3}{n_3 c} d_{\text{eff}} E_1 E_2 \exp(i\Delta kz) \quad (4)$$

设晶体长度为  $L$ , 对此式直接积分得:

$$E_3 = \int_0^L \frac{i\omega_3}{n_3 c} d_{\text{eff}} E_1 E_2 \exp(i\Delta kz) dz = \frac{i\omega_3}{n_3 c} d_{\text{eff}} E_1 E_2 L \times \text{sinc} \frac{\Delta kL}{2\pi} \exp \frac{i\Delta kL}{2} \quad (5)$$

这里定义  $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$ 。由  $P \propto E^2$  可以得到和频光的光功率密度:

$$I_3 = \frac{8\pi^2 L^2 d_{\text{eff}}^2}{n_1 n_2 n_3 \lambda_3^2 c \epsilon_0} I_1 I_2 \text{sinc}^2 \frac{\Delta kL}{2\pi} \quad (6)$$

$\epsilon_0$  为真空介电常数。由(6)式可以看出, 在小讯号情况下, 和频效率与抽运光能量、 $L^2$  和  $d_{\text{eff}}^2$  成正比。在晶体已经选定, 抽运光能量稳定的情况下, 和频效率与相位失配因子  $\Delta k$  有密切关系。对上式归一化后, 得到和频光功率密度  $I_3$  随  $\Delta kL/2\pi$  变化的曲线(见图1)。由此曲线图可以看到, 当  $\Delta k$  增加时, 函数  $\text{sinc}(\Delta kL/2\pi)$  下降很快, 相应的和频效率下降很快。

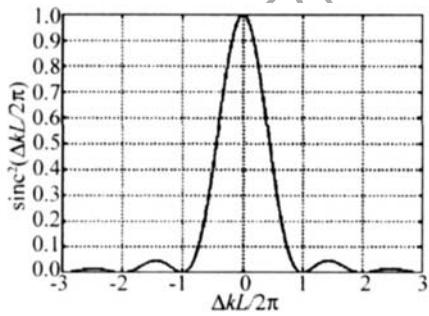


Fig 1 Laser power density

在高转换效率下, 小讯号情况的近似不成立, 将和频波耦合方程中的  $E_1$ ,  $E_2$  和  $E_3$ , 写成:  $E_j = \rho_j \exp[i\phi_j(z)]$ , ( $j=1, 2, 3$ ),  $\rho$  表示振幅,  $\phi_j(z)$  表示相位, 并令  $\xi$  表示相位差, 即:

$$\xi = \phi_1(z) + \phi_2(z) - \phi_3(z) + \Delta kz \quad (7)$$

分别代入如波耦合方程(1)式~(3)式中, 并将实部和虚部分开, 得到如下方程组:

$$\frac{d\rho_1}{dz} = \frac{\omega_1}{n_1 c} d_{\text{eff}} \rho_2 \rho_3 \sin \xi \quad (8)$$

$$\frac{d\rho_2}{dz} = \frac{\omega_2}{n_2 c} d_{\text{eff}} \rho_1 \rho_3 \sin \xi \quad (9)$$

$$\frac{d\rho_3}{dz} = -\frac{\omega_3}{n_3 c} d_{\text{eff}} \rho_1 \rho_2 \sin \xi \quad (10)$$

$$\frac{d\xi}{dz} = \left( M_1 \frac{\rho_2 \rho_3}{\rho_1} + M_2 \frac{\rho_1 \rho_3}{\rho_2} - M_3 \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_3} \right) \cos \xi \quad (11)$$

其中,  $M_j = \frac{\omega_j}{n_j c} d_{\text{eff}}$ , ( $j=1, 2, 3$ )。

由方程组(8)式~(11)式可以得到抽运光与和频光光功率密度在晶体内的能量分布函数, 此分布函数具有椭圆积分的形式, 以 KTP二类匹配(1320nm为慢光, 1064nm为快光)和频的情况为例, 由此分布函数可以得到晶体内部三波能量关系图(见图2)。

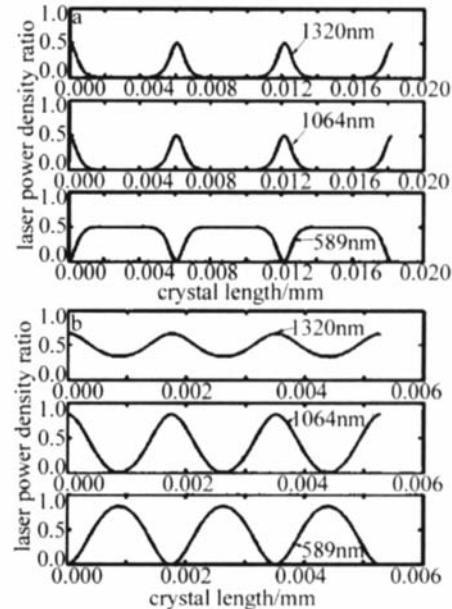


Fig 2 Distribution of three wave power in crystal  
a— $N_{1320\text{nm}}/N_{1064\text{nm}} = 1/1$  b— $N_{1320\text{nm}}/N_{1064\text{nm}} = 2/1$

图2a中是基频光光子数比例为1:1的情况下能量分布, 图中纵坐标为各波长光子数百分比; 图2b是基频光子数比例为2:1的情况下能量分布, 图中纵坐标为各波长光子数百分比。输入总光功率密度  $I_{\text{total}} = 2\text{GW}$ 。

由图2可以看出, 三波能量在晶体内部是呈周期性分布的, 即晶体内部三波能量是呈周期性相互转化的。从光子数上来看, 在抽运光子数为1:1和频光子数最大的情况下, 抽运光都转换为和频光, 即能量进行了完全转换; 抽运光光子数为2:1和频光子数最大的情况下, 1064nm基频光完全转化为了589nm和频光, 1320nm基频光则只有一半进行了转化。

为了使抽运光的能量尽可能的转化为和频光能量, 因此, 需要晶体长度恰好为晶体内部能量分布周期的一半, 这个长度就是晶体的最佳长度。图3是抽运光功率密度与最佳晶体长度的关系。

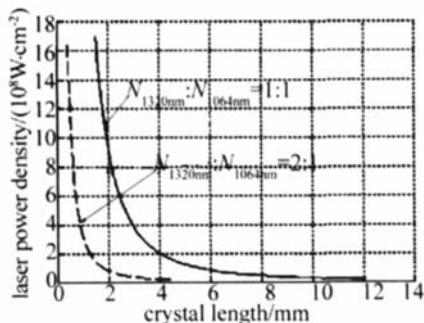


Fig 3 The relation of laser power density and crystal length

由图3可以看出,在不同的抽运光能量下,晶体的最佳长度也不同,抽运能量越大,最佳晶体长度越短。LI等人<sup>[4]</sup>在倍频实验上证实了这一点。因此,在和频的实际应用中,为了使和频转化效率尽可能的提高,晶体长度的选择必须根据抽运光的能量来进行选择。

## 2 允许参量分析

CHAO等人<sup>[1]</sup>讨论了双轴晶体的相位匹配、有效非线性系数及和频效率的问题。这些讨论都是基于 $\Delta k=0$ 的理想情况下,但是在实际使用时,由于客观条件所限,方位角 $\theta, \phi$ 以及温度等因素总有小范围的变动使相位匹配条件 $\Delta k=0$ 不成立。因此,必须讨论这些因素在相位匹配条件附近存在多大的范围,使得匹配失配在允许范围之内。这就是下面要讨论的允许角、允许波长及允许温度等问题。允许角、允许线宽及允许温度统称为允许参量。

为了估计相位失配的影响,定义光束的最大失配量 $\Delta k=\pi/L$ , $L$ 为晶体长度。以KTP二类匹配(1320nm为慢光,1064nm为快光)和频的情况为例。此时,最佳方位角为 $\theta=78.87^\circ, \phi=0.91^\circ$ 。温度是室温,晶体长度 $L=7\text{mm}$ 。由相位失配因子 $\Delta k$ 的定义有:

$$\Delta k = 2\pi n_1(\theta, \phi, \lambda_1, T)/\lambda_1 + 2\pi n_2(\theta, \phi, \lambda_2, T)/\lambda_2 - 2\pi n_3(\theta, \phi, \lambda_3, T)/\lambda_3 \quad (12)$$

式中, $\theta, \phi$ 为入射方位角, $\lambda_j (j=1, 2, 3)$ 为波长, $n_j(\theta, \phi, \lambda_j, T)$ 为三波折射率, $T$ 为温度。

定义和频允许线宽 $\Delta\lambda_j$ :

$$\Delta K = \frac{\partial(\Delta k)}{\partial\lambda_j} \cdot \Delta\lambda_j \quad (13)$$

由(13)式可以得到抽运光波和和频光波的允许线宽 $\Delta\lambda_j$ 。

将(12)式对 $\theta, \phi$ 进行级数展开<sup>[5]</sup>,舍去三次及三次以上高阶项,得:

$$\Delta K = \left| \frac{\partial(\Delta k)}{\partial\theta} \cdot \Delta\theta + \frac{\partial^2(\Delta k)}{\partial\theta^2} \cdot (\Delta\theta)^2 \right| \quad (14)$$

$$\Delta K = \left| \frac{\partial(\Delta k)}{\partial\phi} \cdot \Delta\phi + \frac{\partial^2(\Delta k)}{\partial\phi^2} \cdot (\Delta\phi)^2 \right| \quad (15)$$

由(14)式,(15)式可以得到和频时晶体的允许角 $\Delta\theta$ 和 $\Delta\phi$ 。

同理由:

$$\Delta K = \left| \frac{\partial(\Delta k)}{\partial\theta} \cdot \Delta T + \frac{\partial^2(\Delta k)}{\partial\theta^2} \cdot (\Delta T)^2 \right| \quad (16)$$

可以得到允许温度 $\Delta T$ 。

为了方便,将 $\Delta\lambda_j \cdot L$ 定义为允许线宽, $\Delta\theta \cdot L$ 和 $\Delta\phi \cdot L$ 定义为允许角,这样可不考虑晶体长度的影响。

表1中列出了KTP和LBO对1320nm和1064nm激光和频时最佳相位匹配条件下的允许参量。

Table 1 Acceptance parameters of SFG

match mode	LBO			KTP		
	I	II A	II B	I	II A	II B
acceptance angle / (mrad · cm)	$\Delta\theta \cdot L$	33.5	5.18	5.85	0.82	1.84
acceptance wavelength / 10 <sup>8</sup> nm <sup>2</sup>	$\Delta\lambda_{1320} \cdot L$	866	872	873	783	762
acceptance temperature / (°C · cm)	$\Delta\lambda_{1064} \cdot L$	566	576	575	516	515
	$\Delta\lambda_{589} \cdot L$	172	175	175	156	155
	$\Delta T \cdot L$	11.2	9.75	10	98.1	47.3
					71.9	

由表1可知,LBO I类匹配和KTP II A类匹配的允许角范围要大于其它几类匹配方式。而在允许线宽上,各类匹配方式相差不大,都表现出较宽的允许波长。允许温度上,KTP和LBO在各自匹配方式上相差不大。

另外,在高平均功率和频条件下,还需要考虑热致应力双折射所导致的相位失配,MANN等人<sup>[6]</sup>已经给出了相关的理论和实验结果。

## 3 温度匹配

温度匹配又叫做90°相位匹配或非临界相位匹配(non-critical phase matching, NCPM)。在这种情况下,对角度的灵敏度大为下降,即允许角的范围很大,这不仅意味着晶体角度调整要求降低,而且意味着对基波光束发散度的要求也降低。对于双轴晶体,当光束沿与光轴垂直的方向入射时,可以达到温度匹配。通过计算,KTP不存在温度匹配,LBO在I类匹配x轴方向( $\theta=90^\circ, \phi=0^\circ$ )以及32.84°C的情况下,可以达到温度匹配<sup>[7,8]</sup>,有效和频系数可以达到 $0.96 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ 。由于选择的参数不同,计算得出的匹配温度与文献[7]中给出的结果有些差异,但基本一致。用同样的算法对1064 nm倍频时的温度进行计算,得出的结果也与文献[7]和文献[9]中的理论和实验结果基本一致。

## 4 结论

从以上分析可以看出,利用KTP和LBO对波长1320nm与1064nm激光进行和频,在晶体的选用和匹  
(下转第245页)

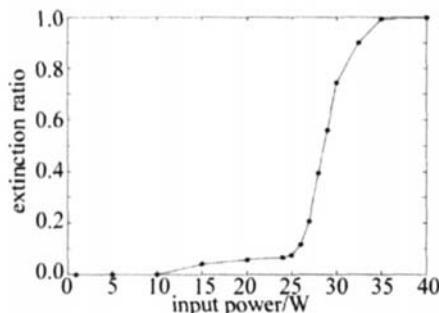


Fig 6 Relationship between input power and the reciprocal of extinction ratio

于 25W 时, 调制器已经无法正常工作。因此器件保持正常工作情况下的最大输入功率为 25W。考虑器件的损耗小于 4dB, 输出功率可达到 10W, 完全可以达到空间光通信系统的需求。

### 3 结 论

设计了可对高功率激光进行高速调制的  $MgO$   $LNbO_3$  波导集成外调制器。利用准静态保角变换原理对具有高光损伤阈值的  $MgO$   $LNbO_3$  集成波导外调制器进行了电极优化设计, 调制带宽可达到 12GHz。采用光束传播算法对高功率激光在  $MgO$   $LNbO_3$  波导中的传播进行了仿真, 利用仿真结果对非线性效应所带来的影响进行了分析, 由分析可知, 器件保持正常工作的条件下最大输入功率不应超过 25W。结果表明,  $MgO$   $LNbO_3$  波导调制器可实现大功率电光调制。该项研究对解决空间光通信系统中高速光调制的功率受限问题具有重要意义, 并为惯性约束核聚变等需要高速大功率激光调制技术的应用领域提供了有益

的参考。

### 参 考 文 献

- [1] ZHONG G G, JAN J, WU Zh K Measurement of optically induced refractive-index damage of lithium niobate doped with different concentration of  $MgO$  [A]. 11th International Quantum Electronics Conference [C]. New York: IEEE, 1980. 631.
- [2] ZHAO W, WANG K R, YU G X Optical damage of lithium niobate channel waveguide [J]. Chinese Journal of Laser, 1994, 21 (12): 940 ~ 944 (in Chinese).
- [3] GUO Y J, ZHOU Y X, ZHANG J et al Study on growth and photo-damage of  $Mg$  In  $Er$   $LNbO_3$  crystal waveguide substrate [J]. Journal of Synthetic Crystals, 2004, 33 (2): 197 ~ 200 (in Chinese).
- [4] BRYAN D A, GERSON R, TOMASCHKE H E Increased optical damage resistance in lithium niobate [J]. A P L, 1984, 44 (9): 847 ~ 849.
- [5] XU W Sh, XU Sh W, WANG R et al Investigation on photo-damage properties of  $Mg$  In  $LNbO_3$  waveguide substrate [J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2003, 31 (1): 5 ~ 8 (in Chinese).
- [6] VEYERES C, FOUAD V H Extension of the application of conformal mapping techniques to coplanar lines with finite dimensions [J]. International Journal of Electronics, 1980, 48 (1): 47 ~ 56.
- [7] HADLEY G R Transparent boundary condition for the beam propagation method [J]. Opt Lett, 1991, 16 (9): 624.
- [8] CUI H J. Research on broadband  $LNbO_3$  electrooptical modulators with integrated optical waveguides [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2003. 15 ~ 19 (in Chinese).
- [9] LEN B, CHUA T W. Ultra-broadband integrated interferometric optical modulators [A]. Proceeding of Workshop on Applied Radio Science [C]. Australia: Monash University, 2002. 20 ~ 22.
- [10] GAN X Y, LIU Y Zh, LIAO J K SEM-BPM simulation for waveguide modulators [J]. Laser Technology, 2003, 27 (5): 431 ~ 433 (in Chinese).
- [11] LI Y Q, CUI M. The theory and technology of optical waveguide [M]. Beijing: Posts and Telecommunications Press, 2002. 203 ~ 207 (in Chinese)

(上接第 234 页)

配方式的选择上都有一定的要求。根据抽运光功率密度的大小以及能量比, 选择合适长度的晶体, 可以使得和频转换效率尽可能地提高。由文献 [1] 和表 1 可知, LBO I类匹配和 KTP II A 类匹配无论是在有效和频系数, 还是在允许参量范围上, 都比其它几种匹配方式高, 因此, 在室温下利用 KTP 和 LBO 对波长 1320nm 与 1064nm 激光进行和频时, 应优先考虑采用这两种匹配方式进行和频。另外, LBO 在 32 ~ 84°C 能到达温度匹配, 增加温度调节装置, 也可考虑采用此种匹配方式。

### 参 考 文 献

- [1] CHAO L, YUAN X, ZHU Ch H et al Phase-matching characteristics of 589 nm radiation generated by SFG with double-axis crystals [J]. Laser Technology, 2005, 29 (5): 459 ~ 461 (in Chinese).
- [2] ARMSTRONG J A, BLOEMBERGEN N, DUCU NG J et al Interactions between light waves in a nonlinear dielectric [J]. Phys Rev,
- [3] FAN Q K, WU C K, MAO Sh Q. Nonlinear optics [M]. Nanjing: Jiangsu Science and Technology Press, 1989. 5 ~ 7 (in Chinese).
- [4] LI G, HAO H L. The influence of crystal length for the efficiency of second harmonic [J]. Journal of Beijing Polytechnic University, 1992, 18 (1): 73 ~ 76 (in Chinese).
- [5] YAO J Q, SHENG W D, SHI W Q. Accurate calculation of the optimum phase-matching parameters in three-wave interactions with biaxial nonlinear optical crystals [J]. J O S A, 1992, 9 (6): 891 ~ 902.
- [6] MANN G, SEDEL S, WEBER H. Influence of mechanical stress on the conversion efficiency of KTP and LBO [J]. Proc SPIE, 1999, 3823: 289 ~ 297.
- [7] KATO K. Temperature-tuned 90° phase-matching properties of  $LiB_3O_5$  [J]. IEEE J Q E, 1994, 30 (12): 2950 ~ 2952.
- [8] MOORE G T. Resonant sum-frequency generation [J]. IEEE J Q E, 2002, 38 (1): 12 ~ 18.
- [9] LI Ch Y, WANG Y G, HUANG L et al Frequency-doubling study of noncritical phase-matched LBO crystal [J]. Journal of Beijing Polytechnic University, 2003, 29 (2): 221 ~ 224 (in Chinese).