

文章编号: 1001-3806 (2008) 01-0053-04

像散透镜对双曲余弦 高斯光束参量的影响

孟祥龙¹, 聂义友^{1*}, 吕百达²

(1. 江西师范大学 物理与通信电子学院, 南昌 330022; 2. 四川大学 激光物理与化学研究所, 成都 610064)

摘要: 为了进一步研究双曲余弦 高斯光束的特性, 从广义惠更斯 菲涅耳衍射积分公式出发, 对双曲余弦 高斯光束通过像散透镜后的光束参量, 例如束宽和远场发散角的相对误差作了研究。结果表明, 束宽和远场发散角的相对误差与像散因子 C_2 , 偏心参量 α , 瑞利长度 z_0 以及透镜焦距 f 等有关。几何焦面上 x 和 y 方向束宽的相对误差与像散系数 C_2 和偏心参量 α 变化相同, 而在像方束腰处两方向相对误差变化迥异。此外, 束宽的相对误差还与传输距离 z 有关。因像散影响, 在 x 和 y 方向远场发散角一般不相等, 并且还与偏心参量 α 有关。

关键词: 激光光学; 像散; 双曲余弦 高斯光束; 光束参量; 相对误差

中图分类号: O436 **文献标识码:** A

Influence of astigmatic lens on the beam parameters of cosh-Gaussian beams

MENG Xiang-long¹, NIE Yi-you¹, LÜ Bai-da²

(1. College of Physics and Communication Electronics, Jiangxi Normal University, Nanchang 330022, China; 2. Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: In order to further study characteristics of cosh-Gaussian beam which passing through an astigmatic lens, starting from the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral, the relative errors of the beam parameters, such as the beam width and far-field divergence angle of cosh-Gaussian beams after passing through an astigmatic lens are studied. It is shown that the relative errors of the beam width and far-field divergence angle introduced by the astigmatism mainly depend on the astigmatic coefficient C_2 , decentered parameter α , Rayleigh range z_0 and focal lengths f of the lens. The relative errors of the beam widths in the x and y directions at the geometrical focal plane are equal, while at the waist plane in the image space they are different, and dependent on the astigmatic coefficient C_2 and decentered parameter α . In addition, the relative errors of the beam width are dependent on the propagation distance z . The far-field divergence angles in the x and y directions are not equal due to the astigmatism and dependant on the decentered parameter α .

Key words: laser optics; astigmatism; cosh-Gaussian beam; beam parameters; relative error

引 言

激光通过光学元件和系统后光束参量的变化和光束质量是激光光学的重要研究内容^[1-3]。许多学者对双曲余弦 高斯 (cosh-Gaussian, ChG) 光束的特性已作了许多计算分析, 并提出了产生 ChG 光束的实验方法^[4-7]。ALDA 等^[8]详细研究了畸变光束的描述和畸变光束的 M^2 因子等问题, 并指出像散光学系统对光场的影响可用一个相位因子 $\exp(-ik\Phi)$ 描述。在实际工作中, 光学系统的像差对激光光束参量包括束宽和远场发散角的影响是一个值得研究的问题。作者对

ChG 通过像散透镜后束宽和远场发散角的相对误差作了研究, 推导出了解析公式, 并作了数值计算和分析。所得结果对激光光学系统设计有应用意义。

1 理论分析

设束腰宽度为 w_0 的双曲余弦 高斯光束通过 $z=0$ 处焦距为 $f(f>0)$ 的像散会聚薄透镜, 入射参考面 $z=0$ 处的场分布为^[7]:

$$E_0(x_0, y_0, 0) = \exp\left[-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_0^2}\right] \cosh(\Omega x_0) \cosh(\Omega y_0) \quad (1)$$

式中, 略去了不重要的常数振幅因子, Ω 为与双曲余弦有关的光束参量。

光学元件的像散引入的相位因子可表示为^[5]:

$$\Phi = \exp[-ikC_2(x_0^2 - y_0^2)] \quad (2)$$

式中, k 为波数, $k=2\pi/\lambda$, C_2 为像散系数。

基金项目: 江西省自然科学基金资助项目 (0512007)

作者简介: 孟祥龙 (1975-), 男, 硕士研究生, 主要从事激光光束传输与变换研究。

* 通讯联系人。E-mail: neiyiyou@163.com

收稿日期: 2006-12-31; 收到修改稿日期: 2007-03-22

由从 $z=0$ 到 z 的变换矩阵和广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式^[2],经积分计算,推导出距透镜 z 处出射参考面的光强为:

$$I(x, y, z) = E(x, y, z) E^*(x, y, z) =$$

$$\frac{1}{\sqrt{\left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{z}{f} + 2zC_2\right)^2\right] \left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{z}{f} - 2zC_2\right)^2\right]}} \times$$

$$\exp\left[\frac{\alpha^2}{2} \frac{\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}{\left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{z}{f} + 2zC_2\right)^2\right]}\right] \times$$

$$\exp\left[\frac{\alpha^2}{2} \frac{\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}{\left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{z}{f} - 2zC_2\right)^2\right]}\right] \times$$

$$\exp\left[\frac{-2}{z_0^2} \frac{z^2}{\left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{z}{f} + 2zC_2\right)^2\right]} \frac{x^2}{w_0^2}\right] \times$$

$$\exp\left[\frac{-2}{z_0^2} \frac{z^2}{\left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{z}{f} - 2zC_2\right)^2\right]} \frac{y^2}{w_0^2}\right] \times$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \cosh\left[\frac{2\alpha}{\left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{z}{f} + 2zC_2\right)^2\right]} \frac{x}{w_0}\right] + \right.$$

$$\left. \cos\left[\frac{2\alpha}{\left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{z}{f} + 2zC_2\right)^2\right]} \frac{x}{w_0}\right] \right\} \times$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \cosh\left[\frac{2\alpha}{\left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{z}{f} - 2zC_2\right)^2\right]} \frac{y}{w_0}\right] + \right.$$

$$\left. \cos\left[\frac{2\alpha}{\left[\left(\frac{z}{z_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{z}{f} - 2zC_2\right)^2\right]} \frac{y}{w_0}\right] \right\} \quad (3)$$

式中, $*$ 表示复共轭, $\alpha = w_0 \Omega$ 为偏心参量, $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ 为瑞利长度。

由束宽的二阶矩定义并利用积分公式积分后得到出射光束在 x 方向和 y 方向的束宽分别为:

$$\begin{cases} w_x = w_0 \sqrt{\frac{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f} + 2C_2 z\right)^2 \phi(\alpha)}{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f} - 2C_2 z\right)^2 \phi(\alpha)}} \\ w_y = w_0 \sqrt{\frac{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f} + 2C_2 z\right)^2 \phi(\alpha)}{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f} - 2C_2 z\right)^2 \phi(\alpha)}} \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\phi(\alpha) = 1 - \frac{\alpha^2}{1 + \exp(\alpha^2/2)}$, $\phi(\alpha) = 1 +$

$$\frac{\alpha^2 \exp(\alpha^2/2)}{1 + \exp(\alpha^2/2)}.$$

由 (4) 式知, 像散使 x, y 方向束宽一般不相等, 且 w_x, w_y 与偏心参量 α 、像散系数 C_2 、瑞利长度 z_0 、透镜焦距 f 和传输距离 z 有关。

令 $C_2 = 0$, 由 (4) 式还可得光束通过理想透镜的束宽:

$$w' = w_x' = w_y' = w_0 \sqrt{\frac{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f}\right)^2 \phi(\alpha)}{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f}\right)^2 \phi(\alpha)}} \quad (5)$$

激光束通过像散透镜后和通过理想透镜束宽的差异, 即相对误差可用下式来描述:

$$\eta_w = \frac{w - w'}{w'} \quad (6)$$

式中, w 是有像散时的束宽, w' 是通过理想透镜时的束宽, η_w 为相对误差。

将 (4) 式、(5) 式代入 (6) 式, 得到像方 z 处 x 方向和 y 方向束宽的相对误差分别为:

$$\begin{cases} \eta_{wx} = \frac{\frac{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f} + 2C_2 z\right)^2 \phi(\alpha)}{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f}\right)^2 \phi(\alpha)} - 1}{\frac{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f}\right)^2 \phi(\alpha)}{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f}\right)^2 \phi(\alpha)}} \\ \eta_{wy} = \frac{\frac{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f} - 2C_2 z\right)^2 \phi(\alpha)}{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f}\right)^2 \phi(\alpha)} - 1}{\frac{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f}\right)^2 \phi(\alpha)}{\frac{z}{z_0} \phi(\alpha) + \left(1 - \frac{z}{f}\right)^2 \phi(\alpha)}} \end{cases} \quad (7)$$

由 (7) 式知, η_{wx}, η_{wy} 与像散系数 C_2 、偏心参量 α 、瑞利长度 z_0 、透镜焦距 f 和距离 z 有关, 且因像散存在, 一般有 $\eta_{wx} \neq \eta_{wy}$ 。

将 $z = f$ 代入 (7) 式得到几何焦面处 x 方向和 y 方向的束宽相对误差为:

$$\eta_{fw} = \eta_{fwx} = \eta_{fwy} = \left| \sqrt{1 + (2C_2 z_0)^2 \frac{\phi(\alpha)}{\phi(\alpha)}} - 1 \right| \quad (8)$$

(4) 式对 z 求导, 并令导数为 0, 得到以透镜处为参考面, 出射光束在 x 方向和 y 方向的束腰位置由下式决定:

$$\begin{cases} z_{0x} = \frac{\left(\frac{1}{f} - 2C_2\right) \phi(\alpha)}{\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) + \left(\frac{1}{f} - 2C_2\right)^2 \phi(\alpha)} \\ z_{0y} = \frac{\left(\frac{1}{f} + 2C_2\right) \phi(\alpha)}{\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) + \left(\frac{1}{f} + 2C_2\right)^2 \phi(\alpha)} \end{cases} \quad (9)$$

将 (9) 式代入 (7) 式, 得到像方束腰面上束宽的相对误差:

$$\left\{ \begin{aligned} \eta_{Owx} &= \left| \frac{\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) \left[\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) + \left(\frac{1}{f} - 2C_2 \right)^2 \phi(\alpha) \right]}{\sqrt{\left[\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) - 2C_2 \left(\frac{1}{f} - 2C_2 \right) \phi(\alpha) \right]^2 + \frac{1}{z_0} \phi(\alpha) \left(\frac{1}{f} - 2C_2 \right)^2 \phi(\alpha)}} - 1 \right| \\ \eta_{Owy} &= \left| \frac{\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) \left[\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) + \left(\frac{1}{f} + 2C_2 \right)^2 \phi(\alpha) \right]}{\sqrt{\left[\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) + 2C_2 \left(\frac{1}{f} + 2C_2 \right) \phi(\alpha) \right]^2 + \frac{1}{z_0} \phi(\alpha) \left(\frac{1}{f} + 2C_2 \right)^2 \phi(\alpha)}} - 1 \right| \end{aligned} \right. \quad (10)$$

用远场发散角表示的相对误差为:

$$\eta_\theta = \frac{|\theta - \theta'|}{\theta'} \quad (11)$$

式中, θ 是光束通过像散透镜时的远场发散角, θ' 是光束通过理想透镜时的远场发散角。

由 (6) 式和远场发散角的定义^[2]得到 x 和 y 方向远场发散角的相对误差分别为:

$$\left\{ \begin{aligned} \eta_{\theta x} &= \frac{\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) + \frac{1}{f} - 2C_2^2 \phi(\alpha)}{\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) + \frac{1}{f^2} \phi(\alpha)} - 1 \\ \eta_{\theta y} &= \frac{\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) + \frac{1}{f} + 2C_2^2 \phi(\alpha)}{\frac{1}{z_0} \phi(\alpha) + \frac{1}{f^2} \phi(\alpha)} - 1 \end{aligned} \right. \quad (12)$$

(12) 式说明, $\eta_{\theta x}$, $\eta_{\theta y}$ 与像散系数 C_2 、偏心参量 α 、瑞利长度 z_0 和焦距 f 有关, 一般有 $\eta_{\theta x} \neq \eta_{\theta y}$ 。

2 数值计算结果和讨论

在以下的数值计算中设 ChG 光束波长 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, 束宽 $w_0 = 0.75 \text{ mm}$, 透镜焦距 $f = 200 \text{ mm}$ 。图 1 是 $C_2 = 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$ 时不同偏心参量的束宽的相对

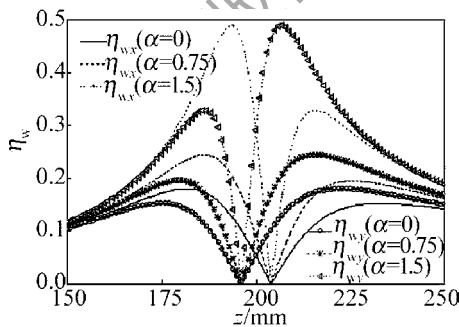


Fig 1 Relative errors η_{wx} , η_{wy} of the beam widths in the x and y directions versus propagation distance z for different values of the decentered parameter α

误差 η_{wx} , η_{wy} 随 z 的变化图。由图可知, 相对误差随偏心参量 α 的增大而增大, 随传输距离的变化而变化。在几何焦面 $z = 200 \text{ mm}$ 两侧有两个极大值。在远离几何焦面处, 相对误差随偏心参量变化不明显, 并且 η_{wx} , η_{wy} 趋于相等。图中 x 方向和 y 方向的相对误差为 0

的位置不同, x 方向的在透镜焦面后 ($z_x = 204.1 \text{ mm}$), y 方向的在透镜焦面前 ($z_y = 196.1 \text{ mm}$), 说明该处相对误差为 0, 并且和偏心参量无关。两个方向的相对误差曲线相分别交于 $z = f = 200 \text{ mm}$ 点, 交点位置和偏心参量无关。这说明在透镜的几何焦面上有相同的相对误差, 但此处相对误差随偏心参量的增大而增大。

图 2 是偏心参量取不同值时透镜几何焦面处束宽

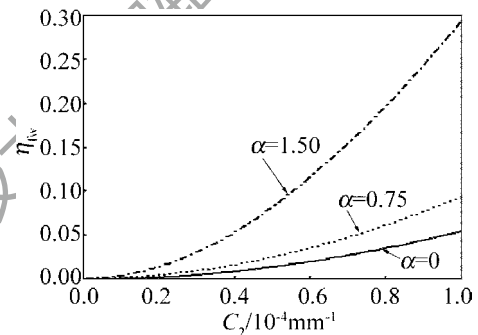


Fig 2 Relative errors η_{fw} of the beam widths at the geometrical focal plane as a function of the astigmatic coefficient C_2 for different values of the decentered parameter α

相对误差 η_{fw} 随像散 C_2 的变化曲线。(8) 式表明 x 方向和 y 方向的相对误差有相同的变化规律, 图中两曲线重合, 并且相对误差 η_{fw} 随像散系数增加而增加, 随偏心参量增加而增加。

图 3a 和图 3b 分别是偏心参量取不同值时像方束腰处 x 和 y 方向的束宽的相对误差 η_{Owx} , η_{Owy} 随像散系数 C_2 的变化曲线, 图 3a 中还画出了 $C_2 = 0 \text{ mm}^{-1} \sim 1 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$ 和 $C_2 = 24 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1} \sim 25 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$ 的局部放大图。由图 3b 知 y 方向相对误差随像散系数和偏心参量的增大而增大。图 3a 表明, 在一定范围内, x 方向的相对误差随像散系数和偏心参量的增大而缓慢增大。但由 (10) 式知 x 方向的相对误差值为 0 时 C_2 有 3 个非零值。这说明适当选取像散系数, 可使 x 方向的相对误差为 0, 但不能消除像散。由局部放大图还知, 偏心参量越大, 第 1 个零值点对应的 C_2 越小, 第 2 个零值点对应的 C_2 越大。由 (10) 式知, 第 3 个零值点位于 $C_2 = 1/2f = 25 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$ 处, 与偏心参量无关。

图 4 是偏心参量取不同值时远场发散角的相对误差 $\eta_{\theta x}$, $\eta_{\theta y}$ 随 C_2 的变化曲线。图 4 表明, 因为像散的

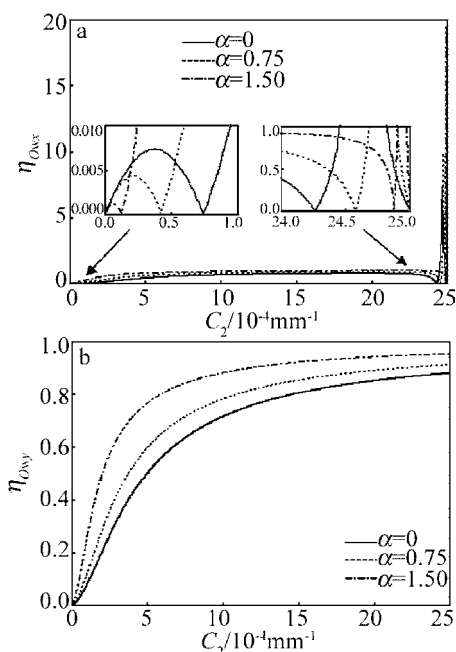


Fig 3 Relative errors η_{Owx} , η_{Owy} of the waist widths in the x and y directions in the image space as a function of the astigmatic coefficient C_2 for different values of the decentered parameter α a—relative errors η_{Owx} in the x direction; b—relative errors η_{Owy} in the y direction

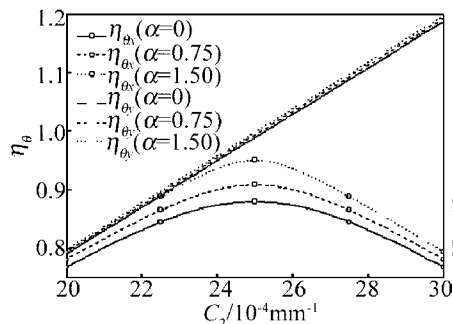


Fig 4 Relative errors $\eta_{\theta x}$, $\eta_{\theta y}$ of the far-field divergence angles as a function of the astigmatic coefficient C_2 for different values of the decentered parameter α

影响,在 x 和 y 方向的远场发散角的相对误差 $\eta_{\theta x}$ 和 $\eta_{\theta y}$ 一般不相等,并且还和偏心参量 α 有关。图中当像散系

(上接第 29 页)

腔衰减法测量的半导体激光器驱动电路,并对电路进行了测试,测试结果显示,设计的驱动电路对半导体激光器的关断时间约为 60ns,达到设计要求。用该测量系统对腔损耗约为 50×10^{-6} 的无源腔的实际测量结果表明,测量精度优于 1%。

参 考 文 献

- [1] ANDERSON D Z, FRISCH J C, MASSER C S Mirror reflectometer based on optical cavity decay time [J]. Appl Opt, 1984, 23 (8): 1238-1245.
- [2] O'KEEFE A, DEACON D A G Cavity ring-down optical spectrometer for absorption measurements using pulsed laser sources [J]. Review of Science Instrum, 1988, 59 (12): 2544-2551.
- [3] BERDEN G, PEETERS R, MEIJER G Cavity ring-down spectroscopy: experimental schemes and applications [J]. International Reviews

数 C_2 在一定范围内 (例如 $C_2 = 20 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1} \sim 25 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$) 取值时, $\eta_{\theta x}$ 和 $\eta_{\theta y}$ 随 C_2 增加而增加,但 C_2 在 $25 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1} \sim 30 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-1}$ 取值时, $\eta_{\theta x}$ 随 C_2 增加而减小。

3 小 结

对 ChG 光束通过像散透镜和理想透镜后束宽和远场发散角的相对误差变化作了研究。详细讨论了像方束腰和束宽以及远场发散角的相对误差与像散系数和偏心参量的变化关系。几何焦面上 x 和 y 方向的相对误差随像散系数和偏心参量变化规律相同,而在像方束腰处两方向相对误差变化不同。像散使 x 和 y 方向远场发散角的相对误差不相等,且与偏心参量有关。所得结果对设计合适的激光光学系统以控制光束参量变化的研究有实际意义。

参 考 文 献

- [1] SIEGMAN A E. Laser [M]. Mill Valley: University Science Books, 1986: 468-469.
- [2] LÜB D. Laser optics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2003: 74-75 (in Chinese).
- [3] KANG X P, JI X L, LÜB D. Transformation of cosh-Gaussian beams passing through a multi-apertured optical system [J]. Laser Technology, 2003, 27 (5): 490-492 (in Chinese).
- [4] CASPERSON L W, HALL D G, TOVAR A A. Hermite sinusoidal Gaussian beams in complex optical systems [J]. J O S A, 1997, A14 (15): 3341-3348.
- [5] TOVAR A A, CASPERSON L W. Production and propagation of Hermite-sinusoidal-Gaussian beams [J]. J O S A, 1998, A15 (9): 2425-2432.
- [6] LÜB D, MA H, ZHANG B. Propagation properties of cosh-Gaussian beams [J]. Opt Commun, 1999, 166: 165-171.
- [7] WANG X Q, LÜB D. Propagation of cosh-Gaussian beams through an apertured ABCD optical system [J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21 (10): 1214-1217 (in Chinese).
- [8] ALDA J, ALONSO J, BERNABEU E. Characterization of aberrated laser beams [J]. J O S A, 1997, A14 (10): 2737-2747.

in Physical Chemistry, 2000, 19 (4): 565-607.

- [4] LIANG Y H. Mirror reflectometer of very high reflectivity [D]. Changsha: Postgraduate Academic of National University of Defense Technology, 2000: 47-50 (in Chinese).
- [5] SUN F G, DAID W, XIE J Ch, et al Accurate reflectivity measurement of high reflective mirrors via a cavity ring-down method [J]. Chinese Journal of Lasers, 1999, A26 (1): 35-38 (in Chinese).
- [6] YIH Y, PENG Y, TAN X Q, et al Experimental study on reflectivity measurement of single wavelength by cavity ring-down method [J]. Laser Technology, 2005, 29 (4): 337-339 (in Chinese).
- [7] FU Y J, ZOU W D, XIAO H R, et al Optic power control of LD drive circuit [J]. Infrared and Laser Engineering, 2005, 34 (5): 626-630 (in Chinese).
- [8] SUN X M. Theory and application of semiconductor laser's interference [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2001: 25-28 (in Chinese).
- [9] HE G Y. Usual numerical value arithmetic volume of visual C++ [M]. Beijing: Science Press, 2002: 466-517 (in Chinese).