

文章编号: 1001-3806(2008)05-0534-02

由相位起伏分布推导到达角的几何方法研究

韩 勇, 杨春平, 吴 健*, 何武光, 徐光勇
(电子科技大学 光电信息学院, 成都 610054)

摘要: 经过大气湍流的激光束, 在整个接收面上会产生相位起伏, 从而引起光束的到达角起伏。为了建立接收面某点处两者之间的数学关系, 采用了一种几何方法, 从相位起伏分布出发, 构造了波前的空间几何形态, 进而计算出到达角起伏分布。对该方法的可行性进行了理论分析和计算, 取得了到达角起伏方差计算值与理论值的比较结果。结果表明, 用该方法计算所得的到达角起伏方差, 与已知的到达角起伏统计特性符合较好。这一结果对研究经大气湍流的光束形态及统计特性是有帮助的。

关键词: 大气与海洋光学; 大气湍流; 几何方法; 相位起伏; 到达角起伏
中图分类号: O533 **文献标识码:** A

Study of geometric method for angle-of-arrival distribution according to phase fluctuation

HAN Yong, YANG Chun-ping, WU Jian, HE Wu-guang, XU Guang-yong

(School of Opto-electric Information, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: The phase fluctuation of the beam propagating through the atmospheric turbulence, can induce the angle-of-arrival fluctuation on the receiver plane. In order to find the relation between them on a certain spot, based on the known phase distribution on the receiver plane, the wavefront geometric shape was constructed to calculate the angle-of-arrival distribution. The feasibility of the method was analyzed and the calculated variance by the geometric method was compared with the theoretic value. The results show that the calculated variance accords with the statistics of the angle-of-arrival well. The obtained results are useful for the study of the configuration and statistics characteristics of the beam propagating through the atmospheric turbulence.

Key words: atmospheric and ocean optics; atmospheric turbulence; geometric method; phase fluctuation; angle-of-arrival fluctuation

引 言

波在均匀介质中传播具有均匀波前, 但在大气湍流中传播时, 由于光束截面内不同部分的大气折射率的起伏, 导致光束波前的不同部位经历的路径和距离产生起伏, 引起等相位面形状的随机起伏, 进而导致光束波前到达角起伏。

对于无畸变的平面波, 波前的法线方向为 $\mathbf{1}$, 波沿着 $\mathbf{1}$ 方向传播。当波面产生畸变后, 波前上某点的法线方向不再是 $\mathbf{1}$, 而是 $\mathbf{2}$ 。方向 $\mathbf{1}$ 和方向 $\mathbf{2}$ 构成一个差角 θ , 此差角即为该点处到达角起伏值 (即实际的到达角)。

接收面上的相位起伏和到达角起伏的统计特性, 已有很多理论研究, 两者的统计特征有一定的数学关系^[1-6]。作者研究的不同点在于, 在已知确定点上相位

起伏的情况下, 推导该点处的到达角起伏。介绍了一种通过相位起伏分布推导到达角起伏分布的几何方法。经检验, 对于上述问题的研究, 该方法具有一定的启发意义和指导意义, 有一定的可行性。

1 由相位起伏分布推导到达角起伏分布

已知一接收面上每个采样点处相位起伏 $\Delta\phi(x, y) = \phi(x, y) - \langle\phi\rangle$, 这些相位起伏是因各部位经历的光程不同所造成的。这里近似认为光程差等于波面各部位距离相位均值 $\langle\phi\rangle$ 所处平面的距离 h , 见图 1。

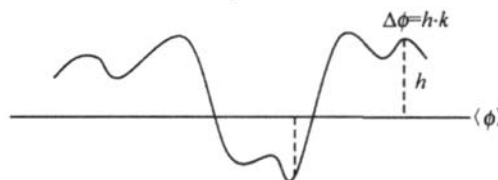


Fig 1 Construct geometric shape of the wavefront by the phase fluctuation

那么, $\Delta\phi(x, y)$ 所引起的光程差为 (离 $\langle\phi\rangle$ 平面的距离):

$$h(x, y) = \frac{\Delta\phi(x, y)}{k} \quad (1)$$

作者简介: 韩 勇 (1978-), 男, 硕士研究生, 从事激光工程方面的研究工作。

* 通讯联系人。E-mail: jvu@uestc.edu.cn

收稿日期: 2007-06-18; 收到修改稿日期: 2007-08-20

式中, $k = 2\pi / \lambda$, λ 表波长。

这样,由接收面上的相位起伏就构造了一个空间曲面 $h(x, y)$,该空间曲面即表示波面的空间形态。而到达角即为每处波面的法线(传播方向)与 z 轴的夹角 θ 。由空间解析几何的相关公式可得:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1 + h_x^2 + h_y^2}} \quad (2)$$

式中, h_x 和 h_y 是对 x, y 的偏导数。于是,每个采样点处的到达角即为:

$$\theta(x, y) = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + h_x^2 + h_y^2}} \quad (3)$$

将 (1) 式带入 (3) 式可得到:

$$\theta(x, y) = \cos^{-1} \frac{k}{k^2 + \frac{\partial(\Delta\phi)^2}{\partial x} + \frac{\partial(\Delta\phi)^2}{\partial y}} \quad (4)$$

这样,每个采样点处的相位起伏 $\Delta\phi$ 和到达角 θ 就建立了一一对应的关系。如果模拟出接收面上的相位起伏分布,通过 (4) 式也就得到了整个接收面上的到达角起伏分布。

2 方法的检验

为了对提出的方法进行检验,首先数值模拟出经过大气湍流的相位起伏分布,然后代入 (4) 式,计算出对应的到达角分布,进而计算出其起伏方差,并与到达角起伏方差理论值进行比较,从而对本文中的方法进行检验。

2.1 到达角起伏方差的计算

对于圆接收面上的相位起伏的计算,采用 RODD IER 提出的计算圆接收面上相位起伏的“Zemike 多项式展开”法^[7],研究表明,受大气湍流影响的相位起伏可分解为 Zemike 多项式的线性组合,即:

$$\Delta\phi(x, y) = \sum_{j=1}^L a_j z_j(x, y) \quad (5)$$

式中, z_j 为 Zemike 多项式, a_j 为每项前的系数。

RODD IER 根据一系列推导,得到了符合湍流统计规律的系数 a_j ,从而通过 (5) 式,得到接收面上得的相位起伏分布。将此分布表达式 $\Delta\phi(x, y)$ 带入 (4) 式,即可计算出到达角起伏分布,从而计算该接收面上的到达角起伏方差。

2.2 接收面上到达角起伏方差理论值

平面波经过湍流后,在直径为 D 的圆域上到达角起伏方差为^[11]:

$$\langle \theta^2 \rangle = 0.34 \left[\frac{\lambda}{D} \right]^2 \left[\frac{D}{r_0} \right]^{5/3} \quad (6)$$

式中, r_0 为大气相干长度,其计算公式为^[13]:

$$r_0 = 1.68 (C_n^2 L k^2)^{-3/5} \quad (7)$$

式中, C_n^2 为大气折射率结构常数, L 为平面波的传输距离。

将 (5) 式带入 (4) 式可得:

$$\langle \theta^2 \rangle = 5.65 C_n^2 L D^{-1/3} \quad (8)$$

此即整个接收面上到达角起伏的方差的理论公式。

与理论值进行比较,计算中所取的参量为: $C_n^2 = 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$, $D = 0.08 \text{m}$ 。

为了比较不同距离、不同展开项对计算结果的影响,引入相对误差进行比较。相对误差的计算公式为:

$$\sigma = \frac{\text{理论值} - \text{计算值}}{\text{理论值}}$$

其中,理论值为 (6) 式计算的方差,而计算值即为对 (4) 式计算的相位起伏所求的方差。

比较的结果如图 2 所示。

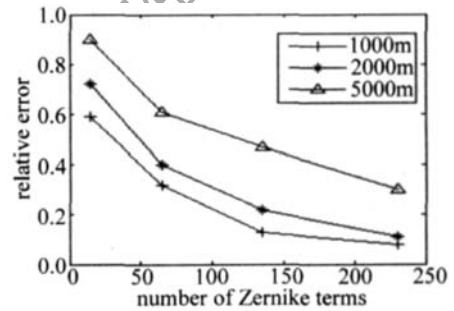


Fig 2 Relative error as the number of Zernike terms increases

通过以上的比较分析可知:(1)对相位起伏的 Zemike 多项式展开法而言,展开的项数越多,相对误差越小,计算所得到的到达角起伏方差越接近理论值,当展开项数接近 300 项时,已经与理论值符合得比较好了,与参考文献 [7] 中所得的结论是一致的;(2)由于将实际光程差近似为直线距离 h ,决定了该方法必然存在着误差,随着传输距离的增加,可以看出误差越来越大,原因是由于传输距离越远, h 值与实际光程差偏差越大;(3)从 (3) 式和 (1) 式可以看出,要提高该方法的精度,除了更精确地计算相位的起伏,更重要的是更合理地表达 h 。从图 2 中可以看出,即使在计算相位起伏项数到达 230 项时,距离的增加带来的误差仍然很大。

3 结论

在传输距离不太长的情况下,所得的结果较好地符合了理论值,可以用来计算到达角起伏分布。该方法对研究经大气湍流的光束形态及统计特性,具有一定的参考价值。此方法的误差主要来源于 h 不能很好地代表实际的光程差。另外,作者只是对该方法做了初步的介绍和研究,至于如何使 h 能更好地表示光程

(下转第 538 页)

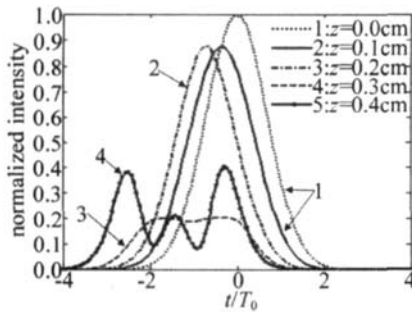


Fig 2 Axial time profile of femtosecond pulse vs propagation length (include shock effect)

曲线 4 和图 1 中的曲线 4 可知,考虑自陡峭后,分裂的子脉冲数减少。由 s_2 的数学定义式可知,脉冲越短,自陡影响越大,越能较好地抑制脉冲光束的自聚焦和光束中央的自聚焦崩溃。同样在自陡效应继续作用下 $t=0$ 时的光功率会更快地降到自聚焦的临界功率以下。

3 结论

从修正的非线性薛定谔方程出发,分别研究了不包含自陡效应和包含自陡效应时,飞秒脉冲光束在非线性色散介质中的自聚焦特性。研究发现,不包含自陡时,空间特性、色散效应和克尔效应的相互作用使得时间域脉冲波形分裂失真,脉冲展宽,能量减少,且时空聚焦和色散的相关性使脉冲产生了另一延迟,延迟与传输距离及色散成正比,随着传输距离的增加,在色散和克尔效应的继续作用下,延迟增加,脉冲进一步展宽,光功率会逐渐降到自聚焦的临界功率以下;考虑自陡效应后,自陡明显且迅速地降低了脉冲聚焦的峰值强度,从而减弱非线性的影响,抑制脉冲自聚焦,使时间波形分裂更晚更小,但脉冲延迟量的相对影响较小。脉冲越短,自陡影响越大,这时需要同时考虑喇曼延迟响应的影响,这将在以后的工作中进行深入探讨。

参考文献

- [1] BRABEC T, KRAUSZ F. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime [J]. *Phys Rev Lett*, 1997, 78 (17): 3282-3285.
- [2] PORRAS M A. Ultrashort pulsed Gaussian light beams [J]. *Phys Rev*, 1998, E58 (1): 1086-1093.
- [3] ROTHENBERG J E. Pulse splitting during self-focusing in normally dispersive media [J]. *Opt Lett*, 1992, 17 (8): 583-585.
- [4] ZOZULYA A A, DDDAMS S A, CLEMENT T S. Investigations of nonlinear femtosecond pulse propagation with the inclusion of Raman, shock and third-order phase effects [J]. *Phys Rev*, 1998, A58 (4): 3303-3310.
- [5] ROTHENBERG J E. Space-time focusing: breakdown of the slowly varying envelope approximation in the self-focusing of femtosecond pulses [J]. *Opt Lett*, 1992, 17 (19): 1340-1342.
- [6] MA Z R, FENG G Y, CHEN J G, *et al*. The influence of the Kerr effect on the focusing property of the super-Gaussian beam [J]. *Laser Technology*, 2005, 29 (6): 585-588 (in Chinese).
- [7] WENER A M, KAN'AN A M. Femtosecond pulse shaping for synthesis processing, and time-to-space conversion of ultrafast optical waveforms [J]. *Selected Topics in IEEE J Q E*, 1998, 4 (2): 317-331.
- [8] JIX L, TAO X Y, LÜB D. Far-field characteristics of high-power laser beams [J]. *Laser Technology*, 2004, 28 (3): 251-254 (in Chinese).
- [9] CHU X L, ZHANG B, CAI B W, *et al*. Self-focusing properties of chirped Gaussian pulse beams in media with normal dispersion [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, 17 (12): 1794-1798 (in Chinese).
- [10] PORRAS M A. Propagation of single-cycle pulsed light beams in dispersive media [J]. *Phys Rev*, 1999, A60 (6): 5069-5073.
- [11] ZOZULYA A A, DDDAMS S A, van ENGEN A G, *et al*. Propagation dynamics of intense femtosecond pulses: multiple splittings, coalescence, and continuum generation [J]. *Phys Rev Lett*, 1999, 82 (7): 1430-1433.
- [12] TRIPPENBACH M, BAND Y B. Effects of self-steepening and self-frequency shifting on short-pulse splitting in dispersive nonlinear media [J]. *Phys Rev*, 1998, A57 (12): 4791-4803.
- [13] MOSES J, WISE F W. Controllable self-steepening of ultrashort pulsed in quadratic nonlinear media [J]. *Phys Rev Lett*, 2006, 97 (073903): 1-4.
- [14] WEN Sh Ch, FAN D Y. Spatiotemporal instability in nonlinear dispersive media in the presence of space-time focusing effect [J]. *Science in China*, 2002, A45 (9): 1192-1201 (in Chinese).

(上接第 535 页)

差以及该方法的普适性,还有待进一步研究。

参考文献

- [1] RAO R Zh. Light propagation in the turbulent atmosphere [M]. Hefei: Anhui Science and Technology Press, 2005: 160-164 (in Chinese).
- [2] WU J, YANG Ch P, LU J B. The theory of light propagation in the atmosphere [M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2005: 5-6 (in Chinese).
- [3] ZHANG Y X, CHI Z Y. Optical wave propagation and imaging in the atmosphere [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2001: 82-97 (in Chinese).
- [4] SONG Zh F. Angle-of-arrival fluctuation of light beam propagation through a turbulent atmosphere [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 1994, 6 (4): 517-524 (in Chinese).
- [5] ZHANG Y X, TAO Ch K. Wave structure function of light wave propagating in turbulent atmosphere [J]. *Laser Technology*, 2004, 28 (4): 337-339 (in Chinese).
- [6] ZHANG Y X. Angle-of-arrival fluctuation of reflected laser beam in atmospheric turbulence [J]. *Laser Technology*, 1997, 21 (1): 25-29 (in Chinese).
- [7] RODDIER N. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials [J]. *Opt Engng*, 1990, 29 (10): 1174-1180.