

文章编号: 1001-3806(2008)05-0480-04

无衍射光束中心光斑的特性研究

翟中生, 赵斌*

(华中科技大学 机械科学与工程学院, 武汉 430074)

摘要: 为了将无衍射光应用于大景深成像系统中, 分析了无衍射光束中心光斑的变化规律。利用菲涅耳衍射理论, 讨论了无衍射成像系统中点光源在透镜焦点及焦点前后所产生的无衍射光斑形式。并根据准单色光理论, 推导出准单色点光源在不同位置产生的中心光斑的尺寸和强度计算公式。最后, 用红色高亮发光二极管作为准单色光源进行了验证实验。实验结果表明, 无衍射光束中心光斑的半径随点光源距透镜距离的增大而减小, 其强度随点光源距透镜距离的增大而增强。所得的结果为无衍射光应用于成像系统提供了理论依据。

关键词: 成像系统; 无衍射光; 中心光斑; 轴锥镜; 点光源

中图分类号: TN911.73 **文献标识码:** A

Study on property of central spot of non-diffracting beams

ZHAI Zhong-sheng, ZHAO Bin

(School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to use non-diffracting beams to extend the depth-of-field of optical imaging systems, the variation rules of the central spot of non-diffracting beams were investigated. Based on the theory of Fresnel diffraction, the diffraction patterns were analyzed when the point source was placed in front of focal plane, at focal plane and behind focal plane. Then the radius and intensity calculation formula of the central spot of non-diffracting beams correspond to the distance from the point source to the lens or the distance between the partial coherent point source and the lens, were deduced according to the theory of partial coherent light. Finally, experiments were done by using a red high brightness LED as the quasi-monochromatic light source. The experimental results showed that the radius of the central spot decreased with the increase of the distance from the point source to the lens, and the intensity of the central spot increased with the increasing of the distance from the point source to the lens. The outcome provides stated academic gist to the applications of non-diffracting beams in imaging system.

Key words: imaging systems; non-diffracting beam; central spot; axicon; point source

引 言

无衍射光束具有中心光斑直径小且传播距离远的特性^[1], 轴锥镜是常用的产生无衍射光束的光学元件^[2], 将其应用于光学成像系统中可以增大系统的景深^[3]。平行光照射轴锥镜时, 产生的无衍射光束中心光斑的大小和形状在很长距离内保持不变^[4], 倾斜平行光入射轴锥镜将会改变无衍射中心光斑的形状^[5-6]。

将轴锥镜应用于光学成像系统中时, 点光源在像面上形成的衍射光斑在理想状态下应为系统的点扩散函数。由于无衍射光斑的能量大部分分布在中心光斑上, 因此, 研究中心光斑的变化情况将有助于分析无衍

射成像系统点扩散函数的变化规律。当点光源在透镜前的位置不同时, 经透镜出射的光波的波阵面不同。当点光源在透镜的前焦点上时, 入射轴锥镜的是平面波, 而当点光源在离焦面上时, 入射轴锥镜的是会聚的或发散的球面波, 此时在轴锥镜后产生的无衍射光束中心光斑的尺寸不会保持不变。作者将分析点光源在光轴上不同位置时, 轴锥镜后的无衍射光束中心光斑的变化情况, 并用红色高亮发光二极管作为准单色点光源, 分析了准单色点光源产生的无衍射光束中心光斑的形状和强度变化情况。

1 单色光下无衍射光束中心光斑的特性

将轴锥镜用于光学成像系统可以增大系统的景深, 这样的成像系统一般由透镜、轴锥镜和 CCD 等组成, 其景深的范围可以通过对点扩散函数的分析而得到。用点光源的成像来分析系统点扩散函数的特性, 重点分析占大部分能量的中心光斑的尺寸和强度变化情况。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (30470489)

作者简介: 翟中生 (1978-), 男, 博士研究生, 主要从事光学、光学成像、图像处理的研究。

* 通讯联系人。E-mail: zhaobin63@sohu.com

收稿日期: 2007-05-10; 收到修改稿日期: 2007-09-06

当点光源在透镜的前焦面时,则入射轴锥镜的光波为平面波,如图 1 所示。设轴锥镜的夹角为 θ ,它对

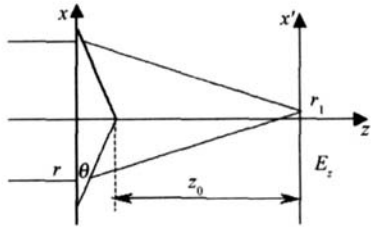


Fig 1 An axicon illuminated by plane wave

应的透过函数为:

$$t(r) = \begin{cases} \exp[-ik(n-1)\theta r], & (r \leq D/2) \\ 0, & (r > D/2) \end{cases} \quad (1)$$

式中, n 为轴锥镜材料的折射率, D 为轴锥镜的直径, $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长。

根据菲涅耳衍射公式,平面波 E_0 照射轴锥镜在其后 z_0 处的衍射场为:

$$E_{z_0} = \frac{\exp(ikz_0)}{i\lambda z_0} \iint_0 t(r) \times \exp\left[i\frac{k}{2z_0}[(x-x')^2 + (y-y')^2]\right] dx dy = \frac{E_0 \exp(ikz_0)}{i\lambda z_0} \int_0^{D/2} \int_0^{2\pi} \exp\left[-\frac{ik}{z_0} r_1 r \cos(\phi - \xi)\right] d\phi \times \exp\left[\frac{ik}{2z_0} (r^2 + r_1^2) - ik(n-1)\theta r\right] dr \quad (2)$$

式中, (r, ϕ) 为 x - y 面的极坐标, (r_1, ξ) 为 x' - y' 面的极坐标。设平面波 E_0 的振幅为 1, 文献 [7] 中推导出 E_z 近似为:

$$E_z \approx \frac{\pi r_p}{i\sqrt{\lambda z_0}} J_0\left(k\frac{r_p}{z_0} r_1\right) \exp\left[ikz_0 + i\frac{k}{2z_0} r_1^2 - ik\frac{r_p^2}{2z_0} - i\frac{\pi}{4}\right] \quad (3)$$

式中, J_0 为零阶贝塞尔函数, r_p 为稳相点, 其值为:

$$r_p = z_0(n-1)\theta \quad (4)$$

当点光源逐渐远离透镜的前焦面时,则由点光源发出的光波经透镜后变为会聚的球面波入射轴锥镜,见图 2。

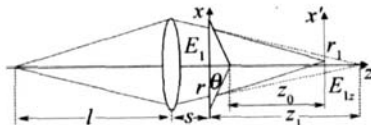


Fig 2 An axicon illuminated by converging wave

从图 2 中可知,入射轴锥镜的光场为:

$$E_1 = \frac{1}{z_1} \exp\left[-ik\left(z_1 + \frac{r^2}{2z_1}\right)\right] \quad (5)$$

式中, z_1 为发散球面波的半径。

同样根据菲涅耳衍射公式,可得到轴锥镜后 z_0 处的衍射场为:

$$E_{1z} = \frac{\exp(ikz_0)}{i\lambda z_0 z_1} \iint_0 \exp\left[-ik\left(z_1 + \frac{r^2}{2z_1}\right)\right] \times$$

$$\exp[-ik(n-1)\theta r] \exp\left\{i\frac{k}{2z_0}[(x-x')^2 + (y-y')^2]\right\} dx dy = \frac{\exp[ik(z_0 - z_1)]}{i\lambda z_0 z_1} \int_0^{D/2} \int_0^{2\pi} \exp\left[-\frac{ik}{z_0} r_1 r \cos(\phi - \xi)\right] d\phi \times \exp\left\{ik\left[\frac{r^2 + r_1^2}{2z_0} - (n-1)\theta r - \frac{r^2}{2z_1}\right]\right\} dr \quad (6)$$

由于 $\int_0^{2\pi} \exp[ik\cos(\phi - \xi)] d\phi = 2\pi J_0(x)$, 则上式变为:

$$E_{1z} = \frac{\exp[ik(z_0 - z_1)]}{i\lambda z_0 z_1} \times \int_0^{D/2} \exp\left\{ik\left[\frac{r^2 + r_1^2}{2z_0} - (n-1)\theta r - \frac{r^2}{2z_1}\right]\right\} r J_0\left(\frac{kr r_1}{z_0}\right) dr \quad (7)$$

根据稳相法^[8,9], (7)式可简化为:

$$E_{1z} \approx \frac{\pi r_p}{i\lambda z_0 z_1} J_0\left(k\frac{r_p}{z_0} r_1\right) \exp\left[ikz_0 - ikz_1 + i\frac{k}{2z_0} r_1^2 - ik\frac{r_p^2}{2z_0} - ik\frac{r_p^2}{2z_1} - i\frac{\pi}{4}\right] \quad (8)$$

式中, r_p 也为稳相点, 其值为:

$$r_p = \frac{z_0 z_1}{z_1 - z_0} (n-1)\theta \quad (9)$$

当点光源由透镜的前焦面移向透镜时,则由点光源发出的光波经透镜后变为发散的球面波入射轴锥镜,如

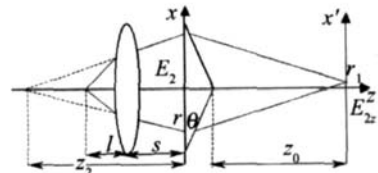


Fig 3 An axicon illuminated by diverging wave

图 3 所示。图 3 中发散球面波的复振幅可表示为:

$$E_2 = \frac{1}{z_2} \exp\left[ik\left(z_2 + \frac{r^2}{2z_2}\right)\right] \quad (10)$$

式中, z_2 为发散球面波的半径。

根据前面同样的方法,可以推导出轴锥镜后 z_0 处的衍射场为:

$$E_{2z} \approx \frac{\pi r_p}{i\sqrt{\lambda z_0 z_2}} J_0\left(k\frac{r_p}{z_2} r_1\right) \exp\left[ikz_0 + ikz_2 + i\frac{k}{2z_0} r_1^2 - ik\frac{r_p^2}{2z_0} + ik\frac{r_p^2}{2z_2} - i\frac{\pi}{4}\right] \quad (11)$$

式中, r_p 为稳相点:

$$r_p = \frac{z_0 z_2}{z_2 + z_0} (n-1)\theta \quad (12)$$

从 (3) 式、(8) 式、(11) 式中可以看出,点光源在不同位置所产生的衍射光斑的中心光斑的半径由零阶贝塞尔函数的第 1 个零点 2.405 决定,可计算出不同位置处

中心光斑半径为:

$$r_1 = \begin{cases} \frac{2 \cdot 405}{k(n-1)\theta}, & (l=f) \\ \frac{2 \cdot 405(z_1 - z_0)}{kz_1(n-1)\theta}, & (l>f) \\ \frac{2 \cdot 405(z_2 + z_0)}{kz_2(n-1)\theta}, & (l<f) \end{cases} \quad (13)$$

式中, f 为透镜的焦距, l 为点光源距透镜的距离。根据图 2、图 3可以计算出球面波的会聚半径与点光源距透镜的距离有如下关系:

$$z_1 = \frac{lf}{l-f} - s \quad (14)$$

$$z_2 = \frac{lf}{f-l} + s \quad (15)$$

式中, s 为透镜与轴锥镜之间的间距。将 (14)式、(15)式代入 (13)式,可计算出中心光斑的半径随点光源距透镜的关系为:

$$r_1 = \begin{cases} \frac{2 \cdot 405}{k(n-1)\theta}, & (l=f) \\ \frac{2 \cdot 405(lf - z_0l + z_0f - sl + sf)}{k(lf - sl + sf)(n-1)\theta}, & (l>f) \\ \frac{2 \cdot 405(lf + sf - sl + z_0f - z_0l)}{k(lf + sf - sl)(n-1)\theta}, & (l<f) \end{cases} \quad (16)$$

由 (16)式知,当 z_0, s 不变时,中心光斑的半径随点光源距透镜距离的变化而变化。

2 准单色光下无衍射光束中心光斑的特性

实际无衍射光成像系统的光源一般是准单色或多色光源,对于这类光源,可以将其分解为不同频率单色光的线性组合^[10],而不同频率的单色光是非相干的,因此,该成像系统的点扩散可以视为不同频率的单色光产生强度的线性叠加。设光源的光谱是连续且分布在 $(\lambda_{\text{beg}}, \lambda_{\text{end}})$ 区间内,则不同位置对应的电扩散函数为频谱范围内的强度积分:

$$\begin{cases} h_z \approx \int_{\lambda_{\text{beg}}}^{\lambda_{\text{end}}} \frac{\pi E_p}{\sqrt{\lambda} z_0} J_0\left(k \frac{r_1}{z_0}\right) \Big|^2 d\lambda, & (l=f) \\ h_{1z} \approx \int_{\lambda_{\text{beg}}}^{\lambda_{\text{end}}} \frac{\pi E_p}{\sqrt{\lambda} z_0 z_1 / (z_1 - z_0)} J_0\left(k \frac{r_1}{z_0}\right) \Big|^2 d\lambda, & (l>f) \\ h_{2z} \approx \int_{\lambda_{\text{beg}}}^{\lambda_{\text{end}}} \frac{\pi E_p}{\sqrt{\lambda} z_0 z_2 / (z_2 + z_0)} J_0\left(k \frac{r_1}{z_0}\right) \Big|^2 d\lambda, & (l<f) \end{cases} \quad (17)$$

由 (17)式可知,光谱在一定范围内的准单色光所产生的无衍射光束是不同强度、不同频率的零阶贝塞尔函数的叠加。根据准单色光的特性,可以用光谱的中心

波长 $\bar{\lambda}$ 代替整个光谱, $k = 2\pi/\bar{\lambda}$,此时,则中心光斑的半径与点光源距透镜距离的变化关系为:

$$r_1 = \begin{cases} \frac{2 \cdot 405}{k(n-1)\theta}, & (l=f) \\ \frac{2 \cdot 405(lf - z_0l + z_0f - sl + sf)}{k(lf - sl + sf)(n-1)\theta}, & (l>f) \\ \frac{2 \cdot 405(lf + sf - sl + z_0f - z_0l)}{k(lf + sf - sl)(n-1)\theta}, & (l<f) \end{cases} \quad (18)$$

从 (18)式可以看出,在无衍射区域内中心光斑的半径随点光源距透镜距离的增大而减小。

用同样的方法分析中心光斑的强度变化情况,即用准单色光的光谱中心波长代替整个光谱。对中心光斑的强度,为了简化计算的复杂性,只考虑轴上的光强,即 $r_1 = 0$ 时的情况。根据 (4)式、(9)式、(12)式、(14)式、(15)式和 (17)式可计算出中心光斑轴上点的光强 I 与点光源距透镜距离 l 有如下关系:

$$I = \begin{cases} \frac{I \pi (n-1) \theta^2}{\lambda} \cdot z_0, & (l=f) \\ \frac{I \pi (n-1) \theta^2}{\lambda} \cdot \frac{z_0(lf - sl + sf)}{lf - sl + sf - z_0l + z_0f}, & (l>f) \\ \frac{I \pi (n-1) \theta^2}{\lambda} \cdot \frac{z_0(lf + sl - sf)}{lf + sl - sf + z_0l - z_0f}, & (l<f) \end{cases} \quad (19)$$

从 (19)式可以看出,在无衍射区域内中心光斑的强度随点光源距透镜距离的增大而增强。

3 实验结果

根据前面的分析设计相应的实验,用红色高亮发光二极管透过 $5\mu\text{m}$ 小孔作为准单色光源,其光谱连续分布在 $(590\text{nm}, 700\text{nm})$ 内,中心波长为 $\bar{\lambda} = 650\text{nm}$,其它的参量取值分别为 $f = 120\text{mm}$, $s = 10\text{mm}$, $z_0 = 120\text{mm}$, $n = 1.5$, $\theta = 0.05\text{rad}$ 。图 4中给出了用面积为 $4.8\text{mm} \times 3.6\text{mm}$ 、像素尺寸为 $6.5\mu\text{m} \times 6.25\mu\text{m}$ 的黑白 CCD采集的点光源在轴上不同位置时在轴锥镜后 120mm 处的衍射光斑图,图 4中图像的大小都为 $320\mu\text{m} \times 320\mu\text{m}$ 。由于 CCD在曝光时间一定时转换强度范围有限,图 4f图 4g图 4h的显示结果是增快了 CCD的曝光时间,以防止中心光斑过曝光。从图 4f图 4g图 4h可以看出,点光源距透镜距离超过一定范围时产生的衍射光斑的形状逐渐变得不规则,这主要是由于随 l 的增大衍射光斑主要由透过轴锥镜边缘的光线所产生,而这部分光线由于轴锥镜的边缘加工误差和部分被遮挡的原因,使得产生的光斑变得不规则。

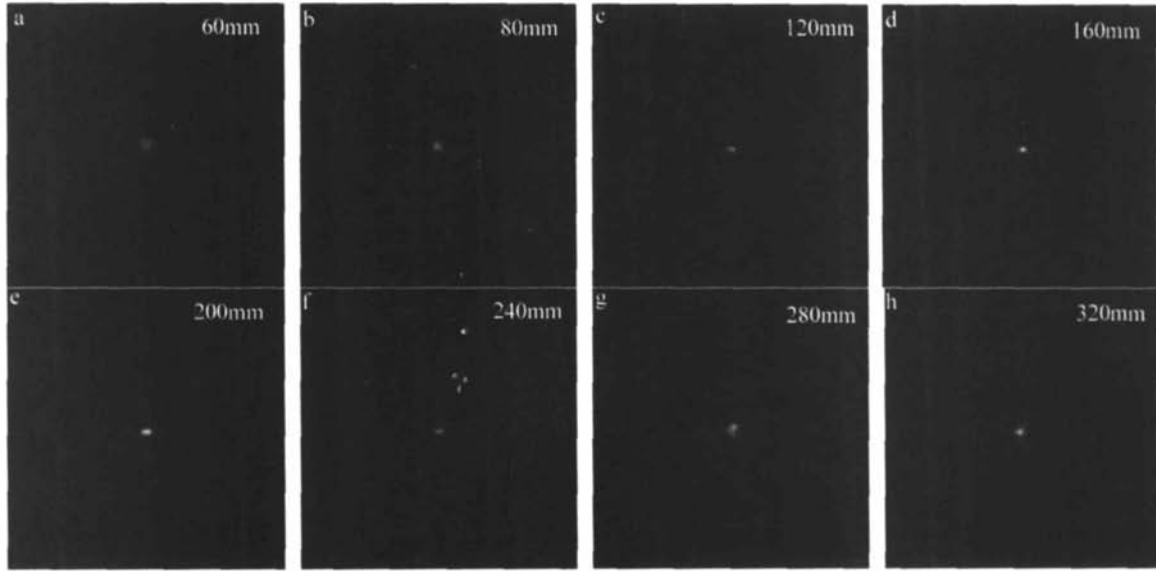


Fig 4 Experimental results of the diffraction patterns correspond to different l

图 5 中给出了无衍射光束中心光斑直径随点光源距透镜距离的变化曲线,中心光斑半径的大小可以根

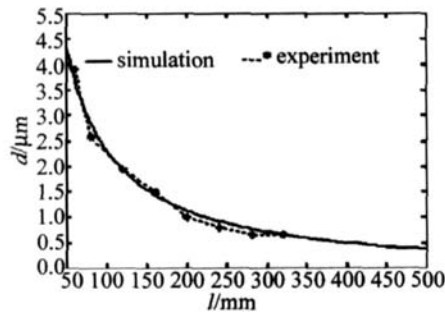


Fig. 5 Relationship between the central point diameter and l

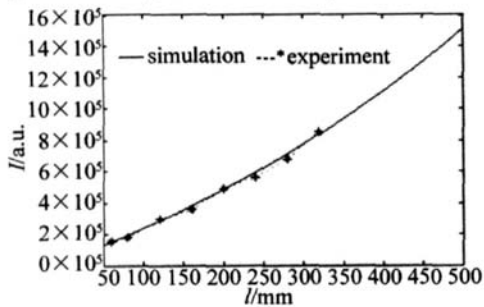


Fig. 6 Relationship between intensity of central spot and l

据中心光斑所占的像素乘以每个像素的大小获得,图中的虚线为图 4 的实验结果,从图中可以看出,无衍射光束中心光斑的直径随点光源距透镜距离的增大而逐渐减小。图 6 中给出了无衍射光束中心光斑的强度随点光源距透镜距离的变化曲线,图中的虚线也为图 4 的实验结果,从图 6 中可以看出,中心光斑的强度随点光源距透镜距离的增大而增强。

4 结 论

分析了无衍射成像系统中点光源在不同位置时产

生的无衍射光束中心光斑的尺寸和强度变化情况,理论分析和实验结果表明无衍射光束中心光斑的半径随点光源距透镜距离的增大而减小,其强度随点光源距透镜距离的增大而增强。作者的分析有助于对无衍射成像系统及系统点扩散函数的研究,为无衍射光更广泛的应用提供相应理论依据。

参 考 文 献

- [1] DURN N J. Exact solutions for nondiffracting beams I The scalar theory [J]. J O S A, 1987, A4 (4): 651-654.
- [2] LÜB D, ZHANG B, CAI B W, *et al* The investigation of the diffraction free beam with a finite aperture [J]. Chinese Science Bulletin, 1994, 39 (2): 125-128 (in Chinese).
- [3] GRZECORZM, ANDRZEJ K, MICHAL M. Diffractive elements for imaging with extended depth of focus [J]. Opt Engng, 2005, 44 (5): 058001-1-058001-7.
- [4] GRAEME S, NELL M. Efficient generation of nearly diffraction-free beams using an axicon [J]. Opt Engng, 1992, 31 (12): 2640-2643.
- [5] ZHAO B, LI Zh. Diffraction property of an axicon in oblique illumination [J]. Appl Opt, 1998, 37 (13): 2563-2568.
- [6] ANNA T, ZBIGNIEW J, ARIT F. Diffractive axicons in oblique illumination: analysis and experiments and comparison with elliptical axicons [J]. Appl Opt, 2003, 42 (1): 9-17.
- [7] ZHANG B, LÜB D. Analyzing the propagation properties of diffraction-free beams [J]. Laser Technology, 1996, 20 (1): 14-19 (in Chinese).
- [8] BORN M, WOLF E. Principles of optics [M]. 7th ed New York: Cambridge University Press, 1999: 888-890.
- [9] STAMNES J. Waves in focal regions [M]. London: Hilger, 1986: 91-135.
- [10] LÜN G. Fourier optics [M]. 2th ed Beijing: China Machine Press, 2006: 182-223 (in Chinese).