

文章编号：1001- 3806(2004)04- 0373- 03

基于 MATLAB 的单光阱光镊中光阱力的分析

谈爱玲,赵 勇,史锦珊

(燕山大学 电气工程学院,秦皇岛 066004)

摘要：在几何光学近似下,对米氏球状粒子所受轴向光阱力进行了数值计算。仿真结果给出了轴向稳定捕获区域和光阱力与光镊系统主要参数的关系。分析表明,激光束束腰半径越小,势阱越深;相对折射率、激光波长、功率等参数对光阱力也有一定影响。数值仿真为实验中参数的选择提供了依据。

关键词：光镊;光学势阱;光阱力;数值仿真

中图分类号：Q631:Q68 **文献标识码：**A

The analysis of the optical trap force in a single optical trap based on MATLAB

TAN Ai-ling, ZHAO Yong, SHI Jing-shan

(Electricity Institute, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract : Under the approximation of geometric optics, the axial force exerted on the Mie microsphere particles is simulated. The capture range and the curves of simulation are shown. The results show that decreasing focus spot radius leads to deeper optical traps and that relative refractive index, laser wavelength and power also have some effect on optical trap, which give some reliance on choosing parameters in experiments.

Key words : optical tweezers; optical trap; optical trapping forces; simulation

引 言

激光光镊(optical tweezers)自 1986 年 ASHKIN 提出以来^[1],给生物技术带来了划时代的突破。光镊是基于激光微束的动力学效应实现的,利用它已实现了对细胞的各种操纵^[2]。由于可实现生物活体样品的非实体接触无损伤操作,光镊技术已成为当前生物物理学中新方法和新仪器的研究热点之一。

光镊作用于粒子上的力的理论研究还在发展之中。光阱力的数学计算与数值分析对于实验中操纵对象的大小、仪器参数等的选择与改善都有着不可忽视的指导意义。射线光学(ray-optic, OR)模型^[3]基于几何光学原理,适用于计算尺寸比光波长大得多的微粒的受力情况。文献[3]~[9]中的实验结果表明,当作用对象尺寸比所用光波波长大一个数量级时,实验结果同射线光学模型计算结果吻合较好。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60378038);河北省自然科学基金资助项目(602163)

作者简介:谈爱玲(1978-),女,硕士研究生,研究方向为激光微操纵光镊技术。

E-mail:ertiger@sina.com

收稿日期:2003-09-24;收到修改稿日期:2003-12-02

应用 MATLAB6.5 对比波长尺寸大得多的 Mie 散射区的球状米氏粒子,对其所受轴向光阱力的大小进行了数学推导及数值仿真计算与分析。从而给出了单光阱的捕获域和光镊系统以及小球的若干参数与轴向捕获效率的关系,为实验中参数的选择提供了依据。

1 光阱力的定性描述

光镊是基于激光微束通过微粒发生折射作用时产生的梯度力来工作的。高度聚焦的微米量级激光束对介质小球产生的梯度力,在一定条件下可以把微米及亚微米级样品稳定在光束焦点附近,随光束焦点的移动而移动。如图 1 所示。

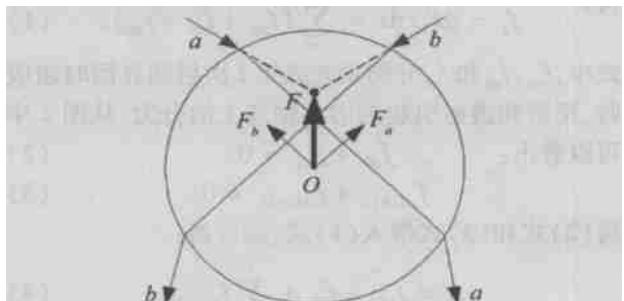


Fig. 1 The force on the microsphere in a focused Gaussian beam

光阱力与高斯光束的束腰半径、物体与介质小

球的相对折射率的大小、激光波长以及功率等都有很大关系。从理论上来讲,当一个比束腰半径尺寸小的粒子置于此光束中心时,它遇到的大体是一束平行光线,轴外光线很少,粒子受到的是推力,也即粒子会沿光线传播方向被辐射压力推出焦点以外,在相同的光场情况下,一个直径大于焦斑的粒子则会受到轴线以外的光线产生的梯度力的作用而被捕获。在短波长段时,由于吸收对光阱稳定性有很大影响,同时也容易对生物微粒产生损伤。在正常的色散领域中,长波长段时折射率降低,俘获梯度力减小,光阱稳定性也将降低。激光功率太小,就不容易捕获住微粒,但是过大,又将对微粒产生损伤。

2 轴向光阱力的定量计算

对于 Mie 散射区的球状粒子,可以利用几何光学原理计算光阱力的大小。在射线光学模型的基础上^[3],考虑到光波的偏振和发散,对 Mie 散射区的球状粒子所受光阱力的大小进行计算。

在几何光学中,可以先计算某一条光线作用在面元 ds 上的轴向力 f_z ,然后对全部辐射到球面上的光线积分。设半径为 r ,折射率为 n_2 的各向同性无吸收的小球置于折射率为 n_1 的介质中($n_2 > n_1$),单根光线在小球上的传播示意图如图 2 所示。

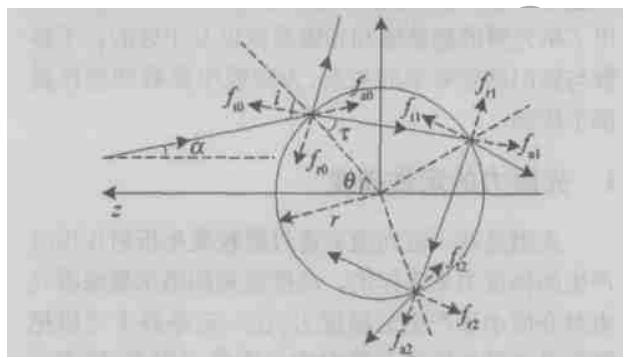


Fig. 2 The propagation of a traced ray on the microsphere

得:

$$f_z = dF_z/ds = \sum_{i=0}^x (f_{za0} + f_{zr0} + f_{zt0}) \quad (1)$$

式中, f_{za0} , f_{zr0} 和 f_{zt0} 分别是光线第 i 次射到界面时由吸收、反射和透射引起的力在轴向上的分力,从图 2 中可以看出: $f_{zt0} + f_{za0} = 0$

$$f_{zr(i+1)} + f_{za(i+2)} = 0 \quad (2)$$

将(2)式和(3)式带入(1)式,则可得:

$$f_z = f_{za0} + f_{zr0} + \sum_{i=0}^x f_{zt(i+1)} \quad (4)$$

根据麦克斯韦理论,当光传播方向与单位面积平面的法向夹角为 i 时其作用力为^[4]:

$$F = E^2 \cos i / 2 \mu_0 c^2 \quad (5)$$

因此可得: $f_{za0} = -\frac{n_1^2 E^2 \cos i}{2 \mu_0 c^2} \cos(i - \theta)$ (6)

$$f_{zr0} = -R \frac{n_1^2 E^2 \cos i}{2 \mu_0 c^2} \cos(i + \theta) \quad (7)$$

$$\sum_{i=0}^x f_{zt(i+1)} = \frac{n_1^2 E^2 \cos i}{2 \mu_0 c^2} \times \frac{T^2 [\cos(i + \theta - 2\tau) + R \cos(i + \theta)]}{1 + R^2 + 2R \cos 2\tau} \quad (8)$$

式中, E 为该点处的电场强度, μ_0 为真空中的磁导率, c 为真空中的光速, R , T 分别是反射和透射的菲涅耳系数。将以上各式代入(4)式可得:

$$f_z = -\frac{n_1^2 E^2 \cos i}{2 \mu_0 c^2} \cos(i - \theta) + R \cos(i + \theta) - \frac{T^2 [\cos(i + \theta - 2\tau) + R \cos(i + \theta)]}{1 + R^2 + 2R \cos 2\tau} \quad (9)$$

对球面积分得:

$$F_z = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} f_z r^2 \sin \theta \cdot d\theta \quad (10)$$

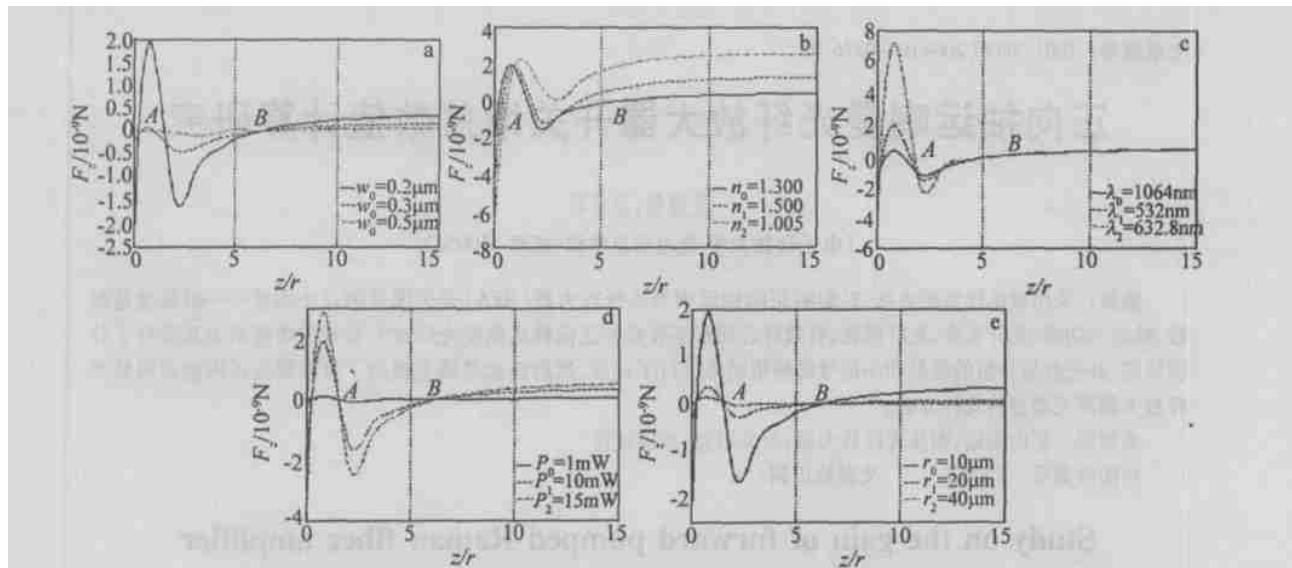
设会聚光场中光场分布仍为高斯光场分布,那么在给定束腰半径、相对折射率、小球半径、激光功率等参数的条件下,可以通过高斯光束的性质和其波前为球面波,计算出 $\sin \alpha$,进而求出(9)式,代入(10)式求积分,即可得轴向光阱力的大小。

3 数值仿真结果与分析

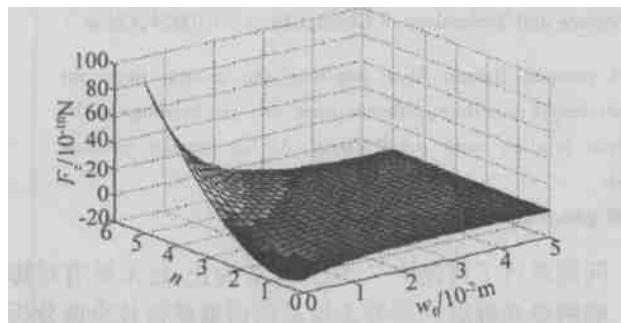
对轴向力的数值仿真采用 MATLAB6.5 编程实现,并充分利用其可视化资源,进行有效的仿真与分析。其中数值积分为变步长辛普生法,误差为 10^{-6} 。

图 3a~图 3e 是数值计算的仿真结果,轴向力 F_z 均为小球球心与光束焦点的距离 z 与小球半径 r 比值 z/r 的函数。图 3a 是在小球半径 $r = 10\mu\text{m}$,波长 $\lambda = 532\text{nm}$,相对折射率 $n = n_2/n_1 = 1.3$,激光功率 $P = 10\text{mW}$,束腰半径 w_0 分别为 $0.2\mu\text{m}$, $0.3\mu\text{m}$ 和 $0.5\mu\text{m}$ 时,轴向力 F_z 随 z/r 的变化曲线图;图 3b 是在其它参数与图 3a 相同、 $w = 0.2\mu\text{m}$ 、 n 分别为 1.3, 1.5 和 1.005 时, F_z 随 z/r 的变化曲线图。图 3c 是在其它参数与图 3a 相同、 $w_0 = 0.2\mu\text{m}$ 、波长 λ 分别为 532nm, 632.8nm 和 1064nm 时, F_z 随 z/r 的变化曲线图。图 3d 是在其它参数与图 3a 相同、 $w_0 = 0.2\mu\text{m}$ 、激光功率 P 分别为 1mW, 10mW 和 15mW 时, F_z 随 z/r 的变化曲线图。图 3e 是 $r = 10\mu\text{m}$, $20\mu\text{m}$ 和 $40\mu\text{m}$ 时, F_z 与 z/r 的变化曲线图。

图 4 为轴向力与束腰半径、相对折射率的三维曲线关系图。

Fig. 3 The axial optical trapping force exerted on the particle with z/r and different parameters

a—the relation between F_z and w_0 b—the relation between F_z and n c—the relation between F_z and λ d—the relation between F_z and P
e—the relation between F_z and r

Fig. 4 The three dimensions relation between F_z and w_0

对以上各图进行分析,可得出以下结论:

(1) 在 A, B 之间的区域内,粒子受到负 z 方向的力, A 点的曲线斜率为负,是粒子的稳定平衡点; B 点的曲线斜率为正,是粒子的不稳定平衡点, A, B 之间的区域为粒子的稳定捕获域。光阱刚度是描述光阱稳定性的一项重要指标。光阱刚度定义为 dF/dS ,即光阱中心偏离作用对象单位距离所对应光阱力的变化量。光阱力曲线斜率的大小是光镊系统刚度大小的标志。平衡点处斜率越大,粒子越容易被束缚在平衡点。

(2) 从图 3a 可以看出:随着束腰半径 w_0 的增大,势阱变浅,光阱刚度也减小。对于 $r = 10 \mu\text{m}$ 的粒子,在 $w_0 = 0.5 \mu\text{m}$ 时,势阱已经很浅。这与文章第 2 部分轴向力的定性分析的结论也是一致的。因此,在实验中选择激光微束的束腰半径越小,轴向捕获越稳定。

(3) 从图 3b 可以看出:势阱深浅随相对折射率的不同有着明显的变化,但是这种变化不是简单的随相对折射率增大(减小)而变深(变浅)的关系,其

变化关系较为复杂。在针对不同捕获对象的具体实验中,应该选择合适的相对折射率。

(4) 从图 3c 可以看出:与波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 时相比,当 λ 为 532 nm 和 1064 nm 时,势阱均变浅。这与定性分析也是符合的。所以在实验上应选择恰当的光波长来获得较深的势阱,稳定地捕获粒子。

(5) 从图 3d 可以看出:激光功率越大,势阱越深, $P = 1 \text{ mW}$ 时,势阱趋近于消失。但激光功率过大可能会对生物粒子造成损伤,因而在实验中不能选择太大功率的激光微束。

(6) 从图 3e 可以看出:在上述参数的条件下,捕获 $r = 10 \mu\text{m}$ 的小球,效果很好;但对于 $r = 20 \mu\text{m}$ 的小球,不能稳定捕获,可能逸出势阱;对于 $r = 40 \mu\text{m}$ 的小球,势阱消失,因为没有达到俘获它所需的最小的捕获力。

(7) 图 4 中综合反映了束腰半径和相对折射率两个参数与轴向力的关系。对曲面进行插值运算,可求得任意参数值对应的轴向力的大小。利用此方法可讨论任意两参数对轴向力的影响。

4 结 论

对 Mie 散射区较大尺寸的球状粒子在单束光阱中所受轴向力进行了计算及数值仿真分析,定量计算的仿真结果同定性分析相符合。可以得出,在一定条件下,粒子在单束光阱中轴向能够被稳定捕获,并可给出其捕获域。其轴向捕获效率与激光微束束腰半径 w_0 和相对折射率 n 有很大关系,波长 λ 和功

(下转第 400 页)

Q ,在固体激光器里利用 SBR 锁模而不存在调 Q 的饱和强度的临界条件应该是:

$$|dR/dI| I < rT_r/\tau_2 \quad (9)$$

式中, r 是泵浦参数, 其值远大于 1, T_r 表示脉冲在谐振腔里的环程时间, τ_2 是激光器上能级状态寿命。(8)式和(9)式就是固体激光器的运转状态是连续锁模状态而非自调 Q 状态情形时对饱和强度给出的临界条件。

SBR 用于固体激光器锁模时, 它相当于一个快饱和吸收体, 如图 4 所示, 由于吸收体的恢复时间远小于光脉冲在腔中的环程时间, 且稳态脉冲周期小于饱和吸收体的恢复时间, 所以 SBR 的饱和通量可用下式表示, 即 $E_{\text{sat}} = h\nu/\sigma_a$, 光脉冲的每一个环程损耗主要是因为对于短脉冲饱和吸收体的漂白作用, 则与饱和通量有关的激光器中锁模脉冲稳定性条件可以由下式决定:

$$dR/dE_p \quad E_p < rT_r/\tau_2 \approx T_r/\tau_s \quad (10)$$

式中, E_p 是入射在饱和吸收体的脉冲能量密度, 如果选择 $E_p \gg E_{\text{sat}}$, 则这个条件容易满足。

(8)式和(9)式是在飞秒固体激光器里利用 SBR 锁模获得超短光脉冲时对饱和强度给出的一个临界条件, (10)式是激光器里形成稳定锁模脉冲的稳定性条件, 同时, SBR 的非饱和损耗应较小, 当这非饱和损耗增加, 激光器会变得低效率并且在阈值上的运转时间减少, 从而增加固体激光器系统的不稳定性。

4 结 论

分析了 SBR 的结构和光谱特性, 并采用密度矩

(上接第 375 页)

率 P 对其也有一定影响。光阱质量同相对折射率变化的关系较为复杂, 最佳相对折射率的范围, 视具体实验而定。在实验中选择越小的束腰半径, 势阱就越深, 光阱质量也就越稳定。但因衍射的影响, 极小的束腰半径不易达到, 这就对实验装置提出了更高的要求。

参 考 文 献

- [1] ASHKIN A, DZIEDZIC J M, BJORKHOLM J E et al. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectrical particles [J]. Opt Lett, 1986, 11: 288~290.
- [2] ASHKIN A, SCHUTZE K, DZIEDZIC J M et al. Force generation of organelle transport measured in vivo by an infrared laser trap [J]. Nature, 1990, 348: 346~348.
- [3] ASHKIN A. Forces of a single-beam gradiant laser trap on a dielectric

阵方法对光脉冲在 SBR 里所表现出来的非线性行为进行了一定的理论分析, 得到了在飞秒固体激光器中采用 SBR 锁模获得锁模脉冲的稳定性条件和临界条件。

参 考 文 献

- [1] KELLER U, KNOX W H, THOOFT G H. Ultrafast solid-state mode-locked lasers using resonant nonlinearities [J]. IEEE J Q E, 1992, 28: 2123~2133.
- [2] KELLER U, CHIU T H, FERGUSON J F. Self-starting and self-Q-switching dynamics of passively mode-locked NdYLF and NdYAG lasers [J]. Opt Lett, 1993, 18: 217~219.
- [3] TSUDA S, KNOX W H, de SOUZA E A et al. Low-loss intracavity AlAs/AlGaAs saturable Bragg reflector for femtosecond mode locking in solid-state lasers [J]. Opt Lett, 1995, 20: 1406~1408.
- [4] SUN H D, VALENTINE G J, MACALUSO R et al. Low-loss 1.3 μm GaInNAs saturable Bragg reflector for high-power picosecond neodymium lasers [J]. Opt Lett, 2002, 23: 2124~2126.
- [5] COLLINGS B C, STARK J B, TSUDA S et al. Saturable Bragg reflector self-starting passive mode locking of a Cr⁴⁺-YAG laser pumped with a diode-pumped NdYVO₄ laser [J]. Opt Lett, 1996, 21: 1171~1173.
- [6] SPALTER S, BOHM M, BURK M et al. Self-starting soliton mode-locked femtosecond Cr⁴⁺-YAG laser using an antiresonant Fabry-Perot saturable absorber [J]. Appl Phys, 1997, B65: 335~338.
- [7] RIPIN D J, COPINATH J T, SHEN H M et al. Oxidized GaAs/AlAs mirror with a quantum-well saturable absorber for ultrashort-pulse Cr⁴⁺-YAG laser [J]. Opt Commun, 2002, 214: 285~289.
- [8] BROVELLIL R, JUNG I D, KOPFD D et al. Self-starting soliton modelocked Ti:sapphire laser using a thin semiconductor saturable absorber [J]. Electron Lett, 1995, 31: 287~289.
- [9] CHEN Y F, TSAI S W, LAN Y P et al. Diode-end-pumped passively mode-locked high-power NdYVO₄ laser with a relaxed saturable Bragg reflector [J]. Opt Lett, 2001, 26: 199~201.
- [10] BONADEO N H, KNOX W H, ROTH J M et al. Passive harmonic mode-locked soliton fiber laser stabilized by an optically pumped saturable Bragg reflector [J]. Opt Lett, 2000, 25: 1421~1423.

sphere in the ray optics regime [J]. Biophysical Journal, 1992, 61: 569~582.

- [4] BAKKER S T C, HESSELINK G, GROOTH B G et al. Experimental and theoretical investigations on the validity of the geometrical optics model for calculating the stability of optical traps [J]. Cytometry, 1991, 12: 479~485.
- [5] FELGNER H, MYKKER O, SCHLIWA M. Calibration of light forces in optical tweezers [J]. Appl Opt, 1995, 34: 977~982.
- [6] SIMMONS R M, FINER J T, CHU S et al. Quantitative measurements of force and displacement using an optical trap [J]. Biophysical Journal, 1996, 70: 1813~1822.
- [7] GU M, KE P C, GAN X S. Trapping force by a high numerical-aperture microscope objective obeying the sine condition [J]. Rev Sci Instrum, 1997, 68: 3666~3668.
- [8] GAUTHIER R C, ASHMAN M. Simulated dynamic behaviour of single and multiple spheres in the trap region of focused laser beams [J]. Appl Opt, 1998, 37: 6421~6431.
- [9] 姚新程, 李兆霖, 程丙英 et al. 双层介质球体所受光作用力的分析与计算 [J]. 光学学报, 2000, 20: 1305~1310.