

文章编号: 1004-3806(2004)03-0289-04

AGSM 光束的聚焦

彭愿洁¹, 吕百达^{1,2}

(1. 四川大学 激光物理与化学研究所, 成都 610064; 2. 华中科技大学 激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

摘要: 基于有扭曲的各向异性高斯-谢尔模型(AGSM)光束二阶矩矩阵的传输公式, 研究了 AGSM 光束通过透镜的聚焦。作了详细的数值计算, 说明聚焦 AGSM 光束的传输特性, 包括光束参数和横向光强的变化, 特别是扭曲项和空间相关长度对聚焦特性的影响。

关键词: AGSM 光束; 二阶矩矩阵; 聚焦; 扭曲; 空间相关长度

中图分类号: O437 文献标识码: A

Focusing of twisted anisotropic Gaussian Schell model beams

PENG Yuanjie¹, LÜ Bai-da^{1,2}

(1. Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China; 2. National Laboratory of Laser Technology, HUST, Wuhan 430074, China)

Abstract: Based on the propagation law of the second order moments matrix, the focusing of twisted anisotropic Gaussian Schell model (AGSM) beams through a lens is studied. Detailed numerical results are presented to illustrate the propagation behavior of focused AGSM beams, including the evolution of beam parameters and the transversal intensity. In particular, the influence of twist term and spatial correlation length on their focusing properties is analyzed.

Key words: twisted anisotropic Gaussian Schell model (AGSM) beam; second order moments matrix; focusing; twist; spatial correlation length

引言

有扭曲的各向异性高斯-谢尔模型光束(AGSM)是描述激光束的一般模型, 它既反映了光束的一般像散性质又反映了光束的部分空间相干性, 对其传输变换特性的研究是激光光学中的重要课题之一。AGSM 光束共有 10 个独立的光束参数^[1], 相应地, 它的二阶矩矩阵也有 10 个可独立变化的矩阵元。AGSM 光束通过一阶光学系统的传输变换可以用二阶矩矩阵与光学系统 ABCD 矩阵的简单运算来表示。由光束参数与二阶矩矩阵元间的对应关系, 提供了一种计算光束参数传输变换规律的简便方法。

1 AGSM 光束通过球面薄透镜的传输公式

AGSM 光束的交叉谱密度函数可写成如下形式^[2]:

作者简介: 彭愿洁(1980), 女, 硕士研究生, 主要从事激光光束传输变换方面的研究工作。

E-mail: hairip@sohu.com

收稿日期: 2003-07-11; 收到修改稿日期: 2003-09-08

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{A}{4\pi^2 \det \mathbf{w}^2} \exp \left\{ -\frac{1}{4} [\mathbf{r}_1 (\mathbf{w}^2)^{-1} \mathbf{r}_1^T + \mathbf{r}_2 (\mathbf{w}^2)^{-1} \mathbf{r}_2^T] - \frac{1}{2} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (\sigma^2)^{-1} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^T - \frac{ik}{2} (\mathbf{r}_1 \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}_1^T + \mathbf{r}_2 \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}_2^T) - ik\mu \mathbf{r}_1 \mathbf{J} \mathbf{r}_2^T \right\} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{r}_i = [x_i \ y_i]^T$, ($i = 1, 2$), $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$,

$k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波波长, μ 是扭曲因子, $\mathbf{w}^2 = \begin{bmatrix} w_x^2 & w_{xy}^2 \\ w_{xy}^2 & w_y^2 \end{bmatrix}$, $\sigma^2 = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}$, $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_x & R_{xy} \\ R_{xy} & R_y \end{bmatrix}$ 分别

为与光束束宽、空间相关长度和位相有关的实对称矩阵。为保证光束交叉谱密度函数的半正定性, μ 还应满足:

$$|\mu| \leq \frac{1}{k \sqrt{\det \sigma^2}} \quad (2)$$

AGSM 光束通过一阶光学系统的传输变换可表示为^[3]:

$$\mathbf{V}_{\text{out}} = \mathbf{S} \mathbf{V}_{\text{in}} \mathbf{S}^T \quad (3)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} W & M \\ M^T & U \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

V_{out} , V_n 分别为光束输入与输出面上的二阶矩矩阵, S 为一阶光学系统的 $ABCD$ 矩阵。二阶矩矩阵元与

光束参数 w^2 , $(\sigma^2)^{-1} = \begin{bmatrix} \alpha_x^{-2} & \alpha_{xy}^{-2} \\ \alpha_{xy}^{-2} & \alpha_y^{-2} \end{bmatrix}$, $R^{-1} =$

$\begin{bmatrix} R_x^{-1} & R_{xy}^{-1} \\ R_{xy}^{-1} & R_y^{-1} \end{bmatrix}$, μ 间的关系可由下述方程确定:

$$w^2 = W, (\sigma^2)^{-1} = k^2 (U - M^T W^{-1} M) - \frac{1}{4} W^1,$$

$$R^{-1} = \frac{1}{2} (M^T W^{-1} + W^{-1} M),$$

$$\mu J = -\frac{1}{2} (M^T W^{-1} - W^{-1} M) \quad (4)$$

简单起见, 令光束束腰处 $z = 0$, 并考虑在束腰处

$R_0^{-1} = 0$ 的情形(下标 0 表示束腰处的参数, 下同)。

光束入射于 $z = 0$ 处焦距为 f 的薄透镜, 由(3)式可得透镜后距离 z 处二阶矩矩阵为:

$$V(z) = S(z) V(0) S(z)^T \quad (5)$$

式中,

$$S(z) = S_z S_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1/f & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1/f & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

代(5)式入(4)式, 得实验室坐标下各光束参数 w_x^2 , w_y^2 , w_{xy}^2 , α_x^{-2} , α_y^{-2} , α_{xy}^{-2} , R_x^{-1} , R_y^{-1} , R_{xy}^{-1} , μ 随传输距离 z 变化的公式:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_x^2(z) = w_{x0}^2 - zC_1 + z^2C_2 \\ w_y^2(z) = w_{y0}^2 - zC_3 + z^2C_4 \\ w_{xy}^2(z) = w_{xy0}^2 - zC_5 + z^2C_6 \end{array} \right. \quad (7a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_x^{-2}(z) = \frac{z^2 C_7 + zC_8 + \alpha_{x0}^{-2}}{G(z)} \\ \alpha_y^{-2}(z) = \frac{z^2 C_9 + zC_{10} + \alpha_{y0}^{-2}}{G(z)} \end{array} \right. \quad (7b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{xy}^{-2}(z) = \frac{z^2 C_{11} + zC_{12} + \alpha_{xy0}^{-2}}{G(z)} \end{array} \right. \quad (7b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_x^{-1}(z) = \frac{z^3 C_{13} + z^2 C_{14} + zC_{15} - 1/f}{G(z)} \\ R_y^{-1}(z) = \frac{z^3 C_{16} + z^2 C_{17} + zC_{18} - 1/f}{G(z)} \\ R_{xy}^{-1}(z) = \frac{z^2 C_{19} + zC_{20}}{G(z)} \end{array} \right. \quad (7c)$$

$$\mu(z) = (z^2 C_{21} + zC_{22} + \mu_0)/G(z) \quad (7d)$$

式中, $G(z) = z^4 C_{23} + z^3 C_{24} + z^2 C_{25} + zC_{26} + 1$, $C_i (i = 1, \dots, 26)$ 为由初始参数确定的系数, 表达式太长, 本文中略去。由(7)式知, w_x, w_y, w_{xy} 按双曲线规律变化, 其最小值位置由 z 的一次和二次项系数确定; $(\sigma^2)^{-1}$ 矩阵各参数变化规律相似, 当 $z \rightarrow \infty$ 时 $(\sigma^2)^{-1} \rightarrow 0$ 说明光束在无穷远处近似为完全相关的; R_x^{-1}, R_y^{-1} 的初值即为透镜的曲率, $z = f$ 时 R_x^{-1}, R_y^{-1} 一般不为 0, 且两个方向的 0 点也不重合, 具体位置可由数值计算确定, 当 $z \rightarrow \infty$ 时, $R^{-1} \rightarrow 0$ 说明光束在无穷远处趋于平面波; 对 μ 参数有 $z \rightarrow \infty$ 时, $\mu \rightarrow 0$, 说明光束的扭曲特性随着传输距离的增加而逐渐消失。

由(7a)式~(7c)式可以得出, 光束参数矩阵 $w^2, (\sigma^2)^{-1}, R^{-1}$ 的主轴相对于实验室坐标系的旋转角分别为:

$$\theta = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \frac{2w_{xy}^2}{w_x^2 - w_y^2}, \quad \phi = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \frac{2\alpha_{xy}^{-2}}{\alpha_x^{-2} - \alpha_y^{-2}},$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \frac{2R_{xy}^{-1}}{R_x^{-1} - R_y^{-1}} \quad (8)$$

各参数矩阵相对于初始状态的旋转角为 $\Delta\theta = \theta(z) - \theta_0$ (类似地有 $\Delta\phi, \Delta\varphi$), 由(7a)式~(7c)式得:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan 2\Delta\theta = (2z\mu_0 + A_1 z^2)/(1 - 2z/f + A_2 z^2) \\ \tan 2\Delta\phi = z(1 + A_3 z)/(A_4 + A_5 z + A_6 z^2) \\ \tan 2\Delta\varphi = (1 + A_7 z)/(A_8 + A_9 z) \end{array} \right. \quad (9)$$

式中, $A_k (k = 1, \dots, 9)$ 由初始参数确定。由(9)式可以得出: w^2 的旋转方向(即空间光强分布的旋转方向)由 μ_0 的正负确定, 迎着光束传输的方向看, $\mu_0 > 0$ 时沿反时针方向, $\mu_0 < 0$ 时沿顺时针方向, 若 $\mu_0 = 0$ 则由 A_1 确定, 为正是反时针, 为负是顺时针; $(\sigma^2)^{-1}, R^{-1}$ 的旋转方向由 A_4, A_7 的正负确定, 为正是反时针, 为负是顺时针。当 $z \rightarrow \infty$ 时各参数矩阵不再旋转, 有 $\tan 2\Delta\theta \rightarrow A_1/A_2$, $\tan 2\Delta\phi \rightarrow A_6/A_9$, $\tan 2\Delta\varphi \rightarrow A_3/A_5$ 。特别地, 若 $w_{xy0}^2 = \alpha_{xy0}^{-2} = 0$, 即束腰处 w^2, σ^2 矩阵的主轴与实验室坐标系重合, 由(9)式可得在 $z = f$ 处, $\theta = \phi = 90^\circ$, $\varphi = 45^\circ$ 。

利用旋转矩阵 θ 将 w^2 对角化:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_0^2 = \theta w^2 \theta^T = \begin{bmatrix} w_{x0}^2 & 0 \\ 0 & w_{y0}^2 \end{bmatrix} \\ \theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (10)$$

即可得出光束在 z 处两个主方向的束宽 w_{x0}^2, w_{y0}^2 :

$$\begin{cases} w_{x\theta}^2 = \frac{1}{2}[(w_x^2 + w_y^2) + \sqrt{(w_x^2 - w_y^2)^2 + 4w_{xy}^4}] \\ w_{y\theta}^2 = \frac{1}{2}[(w_x^2 + w_y^2) - \sqrt{(w_x^2 - w_y^2)^2 + 4w_{xy}^4}] \end{cases} \quad (11)$$

类似地可得到 $\sigma_{x\phi}^2, \sigma_{y\phi}^2$ 和 $R_{x\phi}, R_{y\phi}$ 等, 此处从略。

2 数值计算和分析

设 $\lambda = 1.06\mu\text{m}$, $f = 100\text{mm}$; $R^{-1} = 0$, $\mu_0 = -5\text{m}^{-1}$, $w_0^2 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.05 \\ 0.05 & 0.3 \end{bmatrix} \text{ mm}$, $(\sigma_0^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 33 & 6 \\ 6 & 28 \end{bmatrix} \text{ mm}^{-2}$, 利用(7)式~(11)式进行数值计算,

得到矩阵对角化后各光束参数随距离的变化如图 1 所示。由图 1 可见, 由于透镜的会聚作用, 束宽

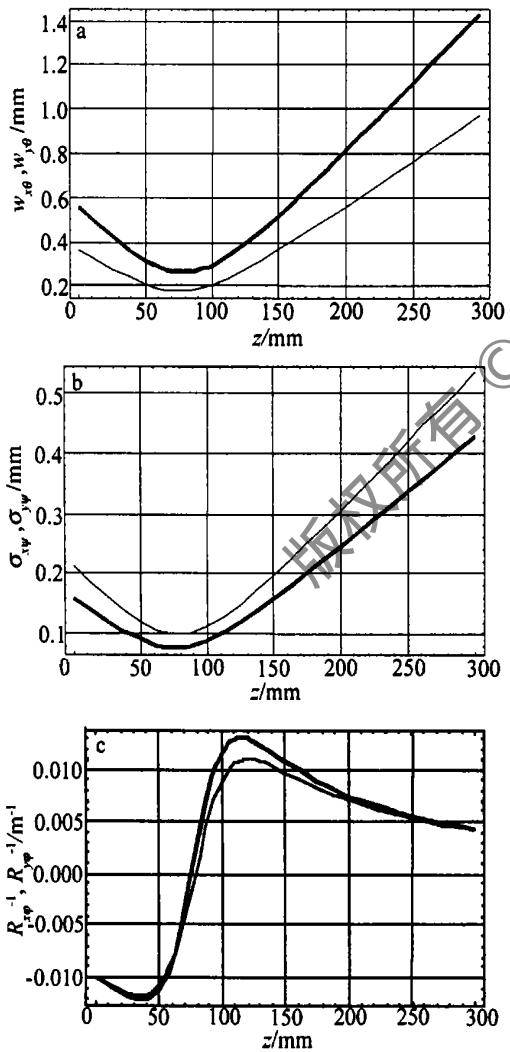


Fig. 1 Beam parameters a— $w_{x\theta}$ (—), $w_{y\theta}$ (—) b— $\sigma_{x\phi}$ (—), $\sigma_{y\phi}$ (—) c— $R_{x\phi}^{-1}$ (—), $R_{y\phi}^{-1}$ (—) versus propagation distance z

$w_{x\theta}, w_{y\theta}$ 和空间相关长度 $\sigma_{x\phi}, \sigma_{y\phi}$ 随传输距离先减小

后增加; 位相曲率 $R_{x\phi}^{-1}, R_{y\phi}^{-1}$ 的绝对值在焦面前后分别有一个极大值, 分别表示波前会聚和发散最大的位置, 最后, 位相曲率随传输距离增大而逐渐趋近于 0。

$w_{x\theta}^2, w_{y\theta}^2$ 只与 $|\mu_0|$ 有关而与其符号无关, 而 $\sigma_{x\phi}, \sigma_{y\phi}, R_{x\phi}^{-1}, R_{y\phi}^{-1}$ 中虽含有 μ_0 的一次项, 但数值计算表明对参数值影响不大, $|\mu_0|$ 相同的两条曲线几乎重合。当初始参数交叉项均为 0 时, 主方向各参数值即与 μ_0 符号无关。 μ_0 取不同值时, 主方向(以 x 方向为例)各参数的变化情形如图 2 所示, 计

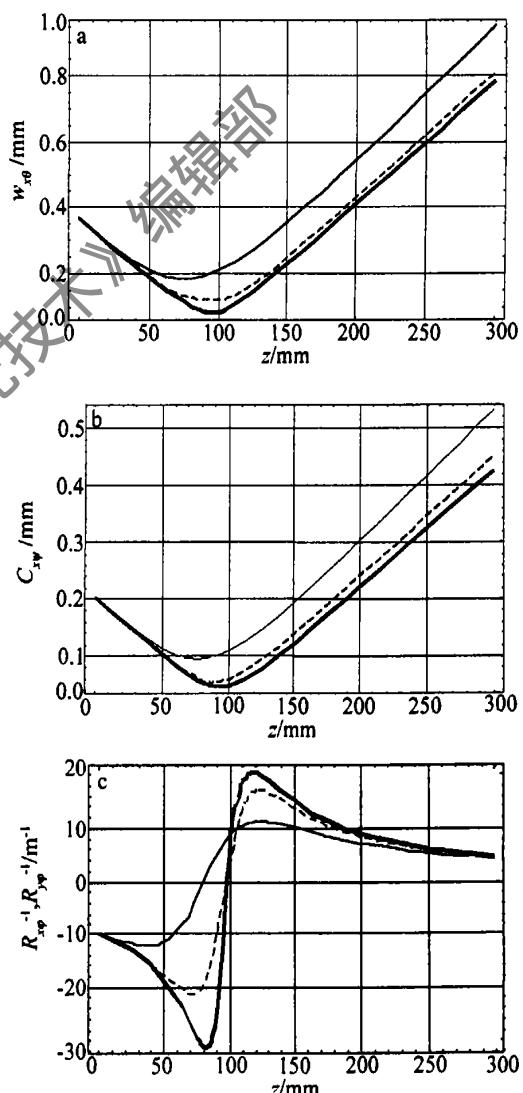


Fig. 2 Beam parameters a— $w_{x\theta}$ b— $\sigma_{x\phi}$ c— $R_{x\phi}^{-1}$ versus propagation distance z for different values of $\mu_0 = -5\text{m}^{-1}$ (—); $\mu_0 = -2\mu\text{m}^{-1}$ (.....); $\mu_0 = 0$ (—)

算参数为 $w_0^2 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.05 \\ 0.05 & 0.3 \end{bmatrix} \text{ mm}^2$, $(\sigma_0^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 33 & 6 \\ 6 & 28 \end{bmatrix} \text{ mm}^{-2}$ 。由图可知, 总的看来, 扭曲因子是

减小透镜聚焦作用的。

空间相关长度也会对聚焦产生影响, $(\sigma_0^2)^{-1}$ 取不同值时, 束宽和等相面曲率主方向(以 x 方向为例) 的变化情形如图 3 所示。计算参数为 $\mu_0 = -5 \text{ m}^{-1}$, $w_0^2 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.05 \\ 0.05 & 0.3 \end{bmatrix} \text{ mm}^2$ 。由图 3 可知, 相关性变差同样减小透镜聚焦作用。

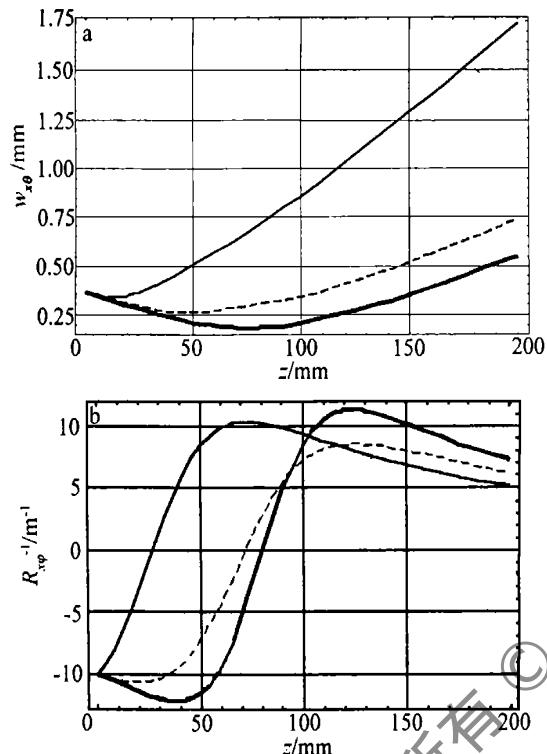


Fig. 3 Beam parameters a - w_{x0} b - $R_{x\varphi}^{-1}$ versus propagation distance z

$$\text{for different values of } (\sigma_0^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 3300 & 600 \\ 600 & 2800 \end{bmatrix} \text{ mm}^{-2} (\text{——});$$

$$(\sigma_0^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 330 & 60 \\ 60 & 280 \end{bmatrix} \text{ mm}^{-2} (\text{——}); (\sigma_0^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 33 & 6 \\ 6 & 28 \end{bmatrix} \text{ mm}^{-2} (\text{——})$$

当 $\mu_0 = 0$ 时, μ 由矩阵 w_0^2 , $(\sigma_0^2)^{-1}$ 决定。当 $w_{x0}^2/(w_{x0}^2 + w_{y0}^2) = \sigma_{xy}^{-2}/(\sigma_{x0}^{-2} + \sigma_{y0}^{-2})$ 即 $\theta = \phi$ 时, 光束退化为相对实验室坐标有旋转的简单像散高斯-谢尔模型光束, $\mu = 0$ 。 μ 在焦面上为 0 并在其前后分别出现一次正、负极值, 具体符号可由(7d) 式算出。不同空间相关长度时 μ 随 z 的变化示于图 4, 计算参数为 $\mu_0 = 0$, $w_0^2 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.05 \\ 0.05 & 0.3 \end{bmatrix} \text{ mm}^2$ 。由图 4 可见, 相关性越差扭曲因子的变动范围越大。 μ 随着传输距离的增加而逐渐趋于 0。

由光强分布公式:

$$I(\mathbf{r}) = \frac{A}{2\pi \det \mathbf{w}^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{r}(\mathbf{w}^2)^{-1} \mathbf{r}^T] \right\} \quad (12)$$

取 $\mu_0 = -5 \text{ m}^{-1}$, $w_0^2 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix} \text{ mm}^2$, $(\sigma_0^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 33 & 0 \\ 0 & 28 \end{bmatrix} \text{ mm}^{-2}$ 作数值计算, 得到透镜后沿 z 轴传输

光强的等高线分布, 示于图 5。由图 5 可以看出, 光强分布随 z 的传输发生了沿顺时针方向的旋转($\mu_0 < 0$), 旋转角度由(8)式中的 θ 确定。将传输距离代入其中, 得到图 5 中各个光强分布的旋转角度, 分别为 $\theta = 0^\circ$ (见图 5a), $\theta = 26.77^\circ$ (见图 5b), $\theta = 90^\circ$ (见图 5c), $\theta = 147.67^\circ$ (见图 5d)。

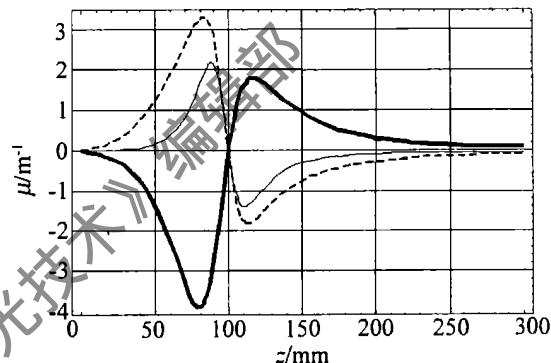


Fig. 4 The twist term μ as a function of propagation distance z for different correlation matrices

$$(\sigma_0^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 330 & 6 \\ 6 & 28 \end{bmatrix} \text{ mm}^{-2} (\text{——}); (\sigma_0^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 330 & 6 \\ 6 & 28 \end{bmatrix} \text{ mm}^{-2} (\text{——})$$

$$(\text{——}); (\sigma_0^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 28 & 6 \\ 6 & 330 \end{bmatrix} \text{ mm}^{-2} (\text{——})$$

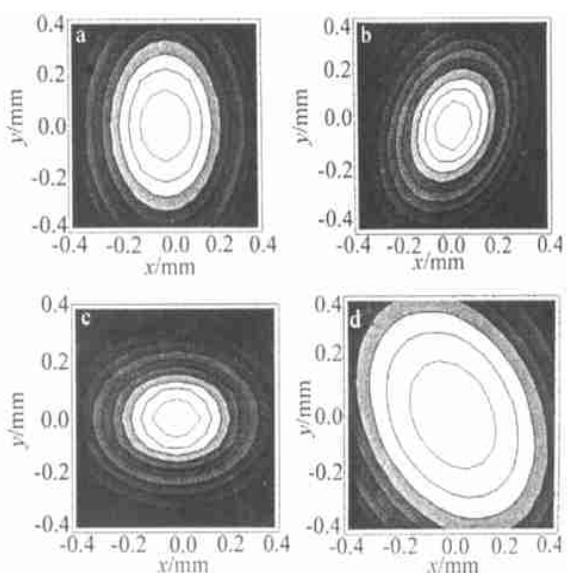


Fig. 5 Contour lines of intensity of a focused AGSM beam

a - $z = 0 \text{ mm}$ b - $z = 50 \text{ mm}$ c - $z = f$ d - $z = 500 \text{ mm}$

(下转第 295 页)

$n_2 = n_e$, 所以:

$$\delta \approx \frac{2\pi}{\lambda} d (n_e - n_o) \left(1 + \frac{\alpha^2}{2n_e n_o} \right) = \delta_0 + \Delta \delta,$$

而 $\Delta \delta = \frac{\delta_0 \alpha^2}{2n_e n_o}$ (13)

3 计算实例与实验验证

下面, 对一标准 N4 石英波片 ($\lambda = 6.328 \times 10^{-4}$ mm, $n_o = 1.54264$, $n_e = 1.55170$, $d = 1.973$ mm^[3]), 给出随入射角 α ($1^\circ \sim 5^\circ$) 变化的斜光束经过波片后的位相延迟增量 $\Delta \delta$ 的关系曲线。其中, 虚线表示斜光束经过光轴垂直于入射面的石英波片的位相延迟增量分布, 实线表示斜光束经过光轴平行于入射面的石英波片的位相延迟增量分布。

从图 3 看出, 光轴平行于入射面(相当绕垂直

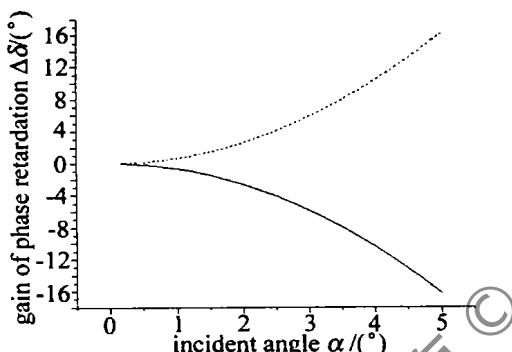


Fig. 3 Curve about the gain of phase retardation and incident angle

于波片光轴转动), $\Delta \delta$ 为负; 垂直于入射面(相当绕平行于波片的光轴转动), $\Delta \delta$ 为正; 即当偏振光准直入射波片时, 稍微绕平行于光轴的轴转动波片, 其延迟量增加; 绕垂直于光轴的轴转动波片, 其延迟量减小。两者差异很大, 且随入射角变化敏感, α 很小

的变化就引起 $\Delta \delta$ 很大的变化。而这正是在波片使用中常采用的调整波片误差时的光学调整技术。

对石英多级片的使用要注意两点, 温度灵敏度和角度灵敏度, 两者都直接影响着波片的延迟差, 人们恰恰借助角度灵敏度来调整波片的偏差, 使延迟量达到要求值。对按前面要求制作的 3 只 632.8 nm 的 1/4 波片进行了测量。在 25 ℃ 时, 其延迟量分别为 $\delta_1 = 93^\circ 26'$; $\delta_2 = 92^\circ 18'$; $\delta_3 = 87^\circ 55'$, 即 3 只波片的延迟偏差分别为 $\Delta \delta_1 = +3^\circ 26'$; $\Delta \delta_2 = +2^\circ 18'$; $\Delta \delta_3 = -2^\circ 5'$ 。用转动波片进行校准, $\Delta \delta_1$ 和 $\Delta \delta_2$ 为正值, 应绕垂直于波片光轴的轴转动, 转角分别为 $\alpha_1 = 2^\circ 18'$; $\alpha_2 = 1^\circ 53'$ 。对 $\Delta \delta_3$ 波片需绕平行于其光轴的轴转动, 实验转角为 $\alpha_3 = 1^\circ 47'$ 。理论计算(或从图 3 中查出)校准转角为: $\alpha'_1 = 2^\circ 20'$; $\alpha'_2 = 1^\circ 48'$; $\alpha'_3 = 1^\circ 36'$ 。理论和实验的一致性完全在操作误差范围内。理论研究为波片的正确使用带来很大方便, 使用时, 如果测出波片的延迟偏差, 利用图 3 的关系曲线就可查出校准转角 α , 方便地对波片的延迟偏差进行校准。

4 结语

根据入射到波片上光束相对波片两种方位的变化, 导出了位相差改变的定量表达式, 同时做出了 $\Delta \delta$ 与 α 的关系曲线, 这对偏光技术中的正确使用延迟器件, 尤其对智能化自动测量, 数据采集提供了可靠的理论依据。

参 考 文 献

- [1] 肖胜安, 李国华, 李继仲. 双折射波片用于发散光束的位相延迟研究 [J]. 曲阜师范大学学报, 1992, 18(4): 62~66.
- [2] 张之翔. 光的偏振 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1985. 55~61.
- [3] 金国藩, 李景镇. 激光测量学 [M]. 北京: 科学出版社, 1998. 228~229.

(上接第 292 页)

3 结论

综上所述, 聚焦 AGSM 光束参数的变化是比较复杂的, 但总的来说, 增大扭曲因子或者使空间相关性变差都会减小透镜的聚焦作用, 同时扭曲因子还决定着光强分布的旋转方向。

参 考 文 献

- [1] NEMES G. Measuring and handling general astigmatic beams [A]. Proc of the 1st Workshop on Laser Beam Characterization [C], Madrid: Sociedad Española de Optica, 1997. 325~358.
- [2] SIMON R, SUDARSHAN E C G, MUKUNDA N. Generalized ray in first order optics: transformation properties of Gaussian Schell model fields [J]. Phys Rev, 1984, A29: 3273~3279.
- [3] SIMON R, MUKUNDA N, SUDARSHAN E C G. Partially coherent beams and a generalized ABCD law [J]. Opt Commun, 1988, 65: 322~328.