

## 高斯光束通过球差透镜的聚焦特性 \*

季小玲<sup>a,b</sup> 吕百达<sup>a</sup>

(<sup>a</sup>四川大学激光物理与化学研究所,成都,610064)

(<sup>b</sup>重庆师范学院物理学与信息技术系,重庆,400047)

**摘要:** 基于广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式,在较为普遍情况下,对高斯光束通过球差透镜的聚焦特性作了研究,给出了数值计算例。分析表明,当入射光束束腰宽度较小时,结果与文献[1]和文献[2]的有关结论相符。

**关键词:** 球差 高斯光束 聚焦

## Focusing property of Gaussian beams through a spherical aberrant lens

Ji Xiaoling<sup>a,b</sup>, Lü Baida<sup>a</sup>

(<sup>a</sup> Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064)

(<sup>b</sup> Dept. of Physics and Information Technology, Chongqing Teachers College, Chongqing, 400047)

**Abstract:** Based on the general Huygens-Fresnel diffraction integral formula, the focusing property of Gaussian beams through a spherical aberrant lens is studied. Numerical illustrative examples are given. It is shown that if the waist width of the incident Gaussian beams is relatively small, our results reduce to those of references[1] and [2].

**Key words:** spherical aberration Gaussian beams focusing

## 引 言

在激光材料加工、激光化学等应用中,常将激光光束聚焦后照到工件或样品上。因此,对激光束聚焦的研究是很重要的。实际工作中,聚焦透镜的像差使波前发生畸变,导致光强分布发生变化。研究表明,球差会使光束质量降低<sup>[3]</sup>,此外,利用球差可以获得超衍射极限聚焦<sup>[1]</sup>和获得平顶光束<sup>[2]</sup>。球差也会引起焦移;且球差大小不同,焦移量也不同<sup>[4]</sup>,还可利用球差透

\* 激光技术国家重点实验室基金资助。

- 2 Iyoda M, Sato S, Fujicka T *et al.* Appl Phys, 1988; B47(2):251
- 3 Lawrence R M. Journal of Geophyaical Research, 1964; 69(23):5041
- 4 Carleton N P, McGill L R. Phys Rev, 1962; 126(4):2089
- 5 Milonni P W, Paxton A H. J A P, 1978; 49(3):1012
- 6 Herzfeld K F, Litovitz T A. Absorption and Dispersion of Ultrasonic Waves. New York: Academic, 1959
- 7 Joseph W R. J A P, 1971; 42(7):2719

\*

\*

\*

作者简介:王 涛,男,1962年10月出生。副教授。从事气体激光理论与实验,激光与材料相互作用的研究。

镜获得无焦移聚焦<sup>[4]</sup>。从广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式出发,对高斯光束通过球差透镜的聚焦特性,即高斯光束通过球差透镜后轴向最大光强点的位置、最大光强的大小和束腰宽度随球差的变化规律作了深入的计算分析,所得结果具有一般性。分析表明,当入射光束束腰宽度较小时,就得到文献[1]和文献[2]的结果。

## 1 分析模型

如图 1 所示,波长为  $\lambda$  (波数为  $k = 2\pi/\lambda$ ), 光腰宽度为  $w_0$  的高斯光束被焦距为  $f$  的透镜 L 聚焦。设入射高斯光束光腰在透镜处,则入射场分布为:

$$E_0(r, 0) = \exp(-r^2/w_0^2) \quad (1)$$

根据广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式<sup>[5]</sup>, 可得到距透镜  $z$  处 P 面的衍射场分布:

$$E(r, z) = \frac{i}{2B} \exp(-ikC_4 r^4) \times \exp\left[-\frac{ik}{2B}(Ar^2 - 2rr\cos(\theta) + Dr^2)\right] r dr d\theta \quad (2)$$

式中,  $\exp(-ikC_4 r^4)$  为球差因子,  $C_4$  称为球差系数<sup>[3]</sup>,  $ABCD$  变换矩阵为:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

把(1)式、(3)式代入(2)式,可得:

$$E(r, z) = \frac{i2}{z} e^{-\frac{ik}{2z}r^2} \exp(-r^2/w_0^2) \exp[-ikC_4 r^4] \times \exp\left[-\frac{ik}{2z}(1 - z/f)r^2\right] J_0(krr/z) r dr \quad (4)$$

式中  $J_0$  为零阶 Bessel 函数。

光强分布为:

$$I(r, z) = E(r, z) E^*(r, z) \quad (5)$$

对(4)式进行变量代换,得到:

$$E(r, z) = \frac{iA_0}{z/f} e^{-\frac{ik}{2z}r^2} \exp\left(-\frac{u}{N_w}\right) \exp\left(-ikC_4 w_0^4 \frac{u^2}{N_w^2}\right) \times \exp\left[-i\left(\frac{1}{z/f} - 1\right)u\right] J_0\left(\frac{2\sqrt{u}}{z/f}\right) du \quad (6)$$

式中,  $u = r^2/(f)$ ,  $r = \sqrt{uf}$ ,  $N_w = w_0^2/(f)$ ,  $N_w$  为高斯光束菲涅耳数。

将(6)式和文献[1]和[2]比较知,文献[1]和[2]中所定义的球差系数为  $S_1 = w_0^4 C_4$ ,  $S_1$  不仅与透镜的球差大小有关,还与入射光束束腰宽度有关。

(5)式中取  $r = 0$  mm, 即得到轴上光强分布。图 2 为具有相同  $N_w$  的轴上光强分布曲线。图中两条

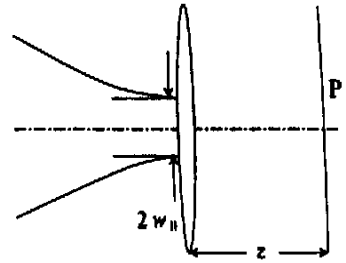


Fig. 1 A Gaussian beam passing through a spherical aberrated lens

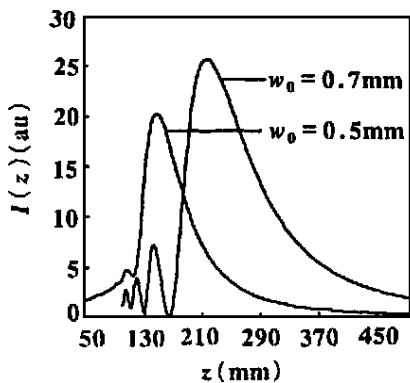


Fig. 2 Axial intensity distributions of Gaussian beams passing through a spherical aberrated lens

$$N_w = 1.18 \quad C_4 = -8.5 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-3}$$

曲线对应的入射高斯光束的菲涅耳数均为 1.18, 但光腰宽度分别为 0.5mm 和 0.7mm。显然, 它们的轴向光强的最大值的大小和位置均不相同。因此, 对有球差的情形, 在入射光束波长、光束菲涅耳数  $N_w$  和透镜球差系数  $C_4$  一定的情况下, 光场分布仍随入射光束光腰宽度的变化而变化。

## 2 数值计算和讨论

利用(6)式对高斯光束通过球差透镜的聚焦做了大量的计算, 典型例示于图 3~图 6。计算所用参数为  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ ,  $f = 200.0\text{mm}$  (图 4 中  $f$  为变数)。

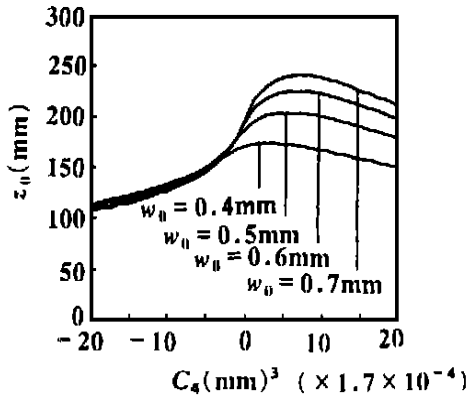


Fig. 3 The axial focus position  $z_0$  versus spherical aberration coefficient  $C_4$

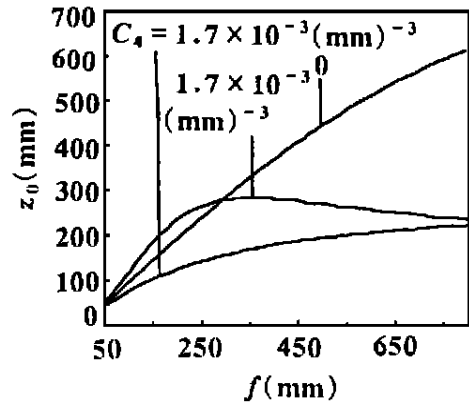


Fig. 4 The axial focus position  $z_0$  versus focal length of the lens,  $w_0 = 0.7\text{mm}$

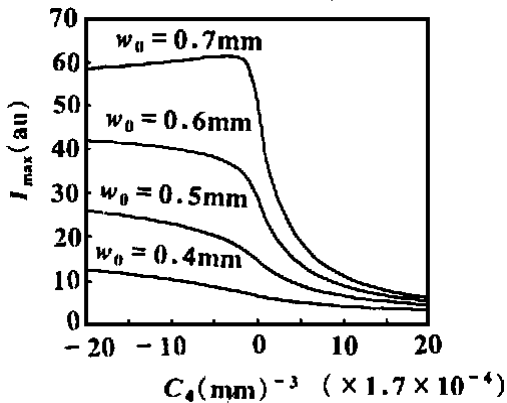


Fig. 5 The axial maximum intensity  $I_{\text{max}}$  as a function of spherical aberration coefficient  $C_4$

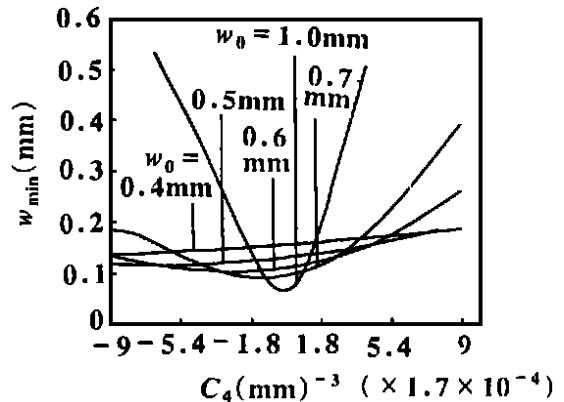


Fig. 6 The focused beam waist width  $w_{\text{min}}$  as a function of spherical aberration coefficient  $C_4$

高斯光束通过球差透镜后要发生焦移<sup>[4]</sup>。图 3 为轴上实际焦点位置  $z_0$  (轴上最大光强位置) 随球差系数  $C_4$  的分布曲线。显然,  $C_4$  和  $f$  相同,  $w_0$  不同, 其焦移量是不相同的。对正球差透镜来说, 当  $w_0$  较大时, 其轴上焦点能够越过透镜的几何焦点 ( $z = f = 200\text{mm}$ ) 而位于几何焦点的右方; 当  $w_0$  较小时, 轴上焦点始终位于几何焦点的左方,  $w_0$  越大, 轴上焦点离透镜越远。由图 3 知, 当  $w_0 = 0.6\text{mm}$  和  $0.7\text{mm}$  时, 其轴上实际焦点最远可达到 225mm 和 241mm (以透镜位置为参考)。而当  $w_0 = 0.4\text{mm}$  时,  $z_0$  最大仅有 173mm。图 3 还表明, 当  $w_0$  相同时, 对正球差透镜, 随着球差的增大, 轴上焦点位置逐渐远离透镜, 而到最远处后, 又缓慢朝透镜方向移动。当  $w_0$  和  $C_4$  均较小时, 随着正球差的增大, 轴上焦点由左向几何焦点移动。当

球差增大到一定的时候,轴上焦点不再明显往几何焦点移动,即得到文献[1]和文献[2]的结果。对负球差透镜来说,对相同的  $C_4$ ,不同的  $w_0, z_0$  相差甚小,且轴上焦点随着球差的增大均逐渐靠近透镜。

轴上焦点位置随透镜焦距的变化曲线示于图 4。图 4 中,当  $50.0\text{mm} < f < 290.0\text{mm}$  时,正、负球差对应的轴上焦点分居于无球差时的两侧;当  $f > 290.0\text{mm}$  时,正、负球差对应的轴上焦点均位于透镜与几何焦点之间。

图 5 为轴上最大光强  $I_{\max}$  随  $C_4$  的分布曲线。由图知,负球差使  $I_{\max}$  增强,正球差使  $I_{\max}$  减弱; $w_0$  越大,  $I_{\max}$  越大。图 5 还表明,对于负球差透镜,  $I_{\max}$  随着球差绝对值的增大而增加,但变化越来越缓慢。当  $w_0$  较大时,随着球差的继续增大,  $I_{\max}$  还有缓慢下降的趋势,例如,图 5 中的  $w_0 = 0.7\text{mm}$  的情形。当  $w_0$  较小时,随着负球差的增大,  $I_{\max}$  只增不减,这即是文献[1]和文献[2]的结论。对于正球差透镜,  $I_{\max}$  随着球差的增大而下降,且  $w_0$  愈大,  $I_{\max}$  下降愈快;随着球差的继续增大,不同  $w_0$  的  $I_{\max}$  均缓慢下降,且差异逐渐减小。

图 6 为聚焦光束束腰宽度  $w_{\min}$  随  $C_4$  的分布曲线。当  $w_0 = 0.5\text{mm}$  和  $0.4\text{mm}$  时,负球差能够使  $w_{\min}$  小于其衍射极限值,例如,当  $w_0 = 0.5\text{mm}$  和  $0.4\text{mm}$  时,其衍射极限值分别为  $0.1554\text{mm}$  和  $0.1303\text{mm}$ ,而当  $C_4 = -1.53 \times 10^{-3} \text{mm}^{-3}$  时,  $w_{\min}$  分别为  $0.1355\text{mm}$  和  $0.1167\text{mm}$ 。即当  $w_0$  小时,利用负球差能够实现超衍射极限聚焦,这与文献[1]的结论一致。但当  $w_0$  较大,例如,  $w_0 = 0.6\text{mm}$  和  $0.7\text{mm}$  时,仅当负球差很小时,才能够使  $w_{\min}$  小于其衍射极限值,且  $w_0$  越大,能够实现超衍射极限聚焦的负球差及其取值范围越小。当  $w_0$  继续增大,例如,  $w_0 = 1.0\text{mm}$  时,无论球差多么小的负透镜都不能实现超衍射极限聚焦了。图 6 还表明,无论  $w_0$  是小或大,正球差均不能实现超衍射极限聚焦。

### 3 结 论

在透镜焦距和入射光束波长一定的情况下,高斯光束通过球差透镜的聚焦特性不仅与透镜的球差系数  $C_4$  有关,还与入射高斯光束束腰宽度有关。负球差透镜使聚焦光强增大,且入射高斯光束束腰宽度  $w_0$  越大,聚焦光强越大;正球差透镜使聚焦光强减小。对于光腰宽度  $w_0$  小的高斯光束,利用负球差透镜能实现超衍射极限聚焦;而对于  $w_0$  大的高斯光束,就不能实现超衍射极限聚焦。轴上焦点位置由球差系数  $C_4$ 、光腰宽度  $w_0$  和透镜焦距  $f$  共同决定。

### 参 考 文 献

- 1 蒲继雄. 中国激光,1999;26(6):542~546
- 2 Pu J X. Appl Opt,1998;37(19):4200~4205
- 3 Siegman A E. Appl Opt,1993;32(30):5893~5901
- 4 Akifumi Y, Toshimitsu A. Opt Commun,1994;109:368~374
- 5 Collins S A. J O S A,1970;60(7):1168~1177

作者简介:季小玲,女,1963 年 11 月出生。硕士,副教授。现从事激光光学的教学与科研工作。

收稿日期:2000-01-18 收到修改稿日期:2000-03-21