

文章编号: 1001-3806(2018)06-0840-05

表面曲率对石英毛细管微瓶模式及传感特性影响

张 峰¹, 吴根柱^{1,2*}, 汪成程¹

(1. 浙江师范大学 数理与信息工程学院, 金华 321004; 2. 浙江师范大学 行知学院, 金华 321004)

摘要: 为了实现高 Q 值低模式体积的最佳传感特性微瓶设计, 采用有限元数值分析方法研究了石英毛细管微瓶回音壁模式特性及其折射率传感性能, 计算分析了当膨胀半径和赤道面处壁厚为定值时, 不同表面曲率对空芯和液芯微瓶回音壁模式特性的影响, 包括品质因子、核芯能量百分比等, 并探讨了在折射率传感应用中谐振波长随表面曲率变化规律。结果表明, 切向二阶模受曲率影响更为明显, 内壁曲率平方 $\Delta k_2^2 = 0.008$ 时 Q 值高达 10^8 , 内壁表面曲率越小, 核芯百分比所占能量越大, 且在内壁表面曲率较小时可实现高灵敏度折射率传感。该研究对进一步高 Q 值微泡的实验研制及应用于传感领域提供了有效依据, 具有一定的理论参考价值。

关键词: 光纤光学; 回音壁模式; 有限元数值模拟; 品质因子; 石英毛细管微瓶; 高灵敏度折射率传感器

中图分类号: TN256 文献标志码: A doi:10.7510/jgjs. issn. 1001-3806. 2018. 06. 021

Influence of surface curvature on mode and sensing characteristics of quartz capillary microbottles

ZHANG Feng¹, WU Genzhu^{1,2}, WANG Chengcheng¹

(1. College of Mathematics, Physics and Information Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China; 2. Xingzhi College, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

Abstract: In order to design micro-bottles with best sensing characteristics, such as high Q value and low mode volume, mode characteristics and refractive index sensing characteristics of quartz capillary micro-bottles were studied by means of finite element numerical analysis. The influence of different surface curvatures on mode characteristics of echo wall of hollow core and liquid core micro-bottles, including quality factor and percentage of core energy, was calculated and analyzed. The variation of resonance wave length with surface curvature in refractive index sensing application was also discussed. The results show that the 2nd tangential order mode is more affected by curvature of inner wall. Q value is up to 10^8 when curvature square of inner wall $\Delta k_2^2 = 0.008$. The smaller the inner wall surface curvature is, the greater the energy of core percentage is. High sensitivity refractive index can be realized by the smaller curvature of inner wall. This study provides an effective basis for further development and application of high Q value microbottles in sensing field. It has certain theoretical reference value.

Key words: 光纤光学; 回音壁模式; 有限元模型; 品质因子; 石英毛细管微瓶; 高灵敏度折射率传感器

引言

近十几年来, 回音壁模式 (whispering gallery mode, WGM) 光学微腔凭借着高 Q 值、模式体积小、制作方便等特点引起人们青睐。回音壁模式微腔是指一般尺寸为微米量级的圆对称波导结构, 光在微腔内部

以全反射的形式传播, 使得光被约束在微腔内部绕着赤道运行, 当光程为波长的整数倍即满足相位匹配条件时, 会产生等间距分立的共振模, 这种电磁场模式也就是回音壁模式。回音壁模式微腔在非线性光学、光力学、腔量子电动力学、高灵敏折射率传感等方面有广泛应用前景。迄今为止人们设计制作了多种结构回音壁模式微腔, 包括微球型、微环型、微盘型、微环芯型、微管型等。最近几年人们提出一种新型微腔, 即微泡型微腔^[1-3], 该微腔是种混合型微腔, 具有不同的介电层, 倘逝光场会耦合进核芯中的液体, 而大部分能量仍留在壁中, 因此, 该结构仍保持着高 Q 值同时又具有很高的传感灵敏度。

基金项目: 浙江省自然科学基金资助项目(LY15F050001)

作者简介: 张 峰(1993-), 男, 硕士研究生, 现主要从事微气泡传感的研究。

* 通讯联系人。E-mail: wugenzhu@zjnu.cn

收稿日期: 2017-12-20; 收到修改稿日期: 2018-02-03

微泡型微腔可由 CO_2 激光对内部加气压的石英毛细管进行局部加热熔融而制成^[4-6]。通过调节加热区域和加热功率以及内部气压,可制成一个特定大小和壁厚的微球或有一定曲率的微瓶形状结构,该结构可具有单柄或双柄^[7],然后利用注射泵往微泡内注入液体,液体内物质分子与倏逝波发生耦合而影响内壁内回音壁模式特性,从而通过对微腔谐振波长变化的检测可以间接实现对微腔内待测物的检测。微泡的几何尺寸对其模式特征影响非常大,曾有不少学者^[8-10]对球形和椭球形微泡结构进行了仿真模拟,共同特点是利用有限元方法模拟分析了微泡膨胀半径和壁厚对其 Q 值、有效折射率等参量以及温度、压力和折射率传感性能等影响,而较少涉及到有关微泡曲率的影响,但实际制作过程中可能无法避免形成壁内外不同曲率的微瓶状微泡,为此需要了解内外表面曲率对微泡模式性能影响,基于此,本文中使用有限元方法分析研究了不同曲率对微瓶状空芯和液芯微气泡回音壁模式特征及其传感特性的影响,以便达到最佳微泡结构设计目的。

1 物理模型

典型微瓶状微泡结构示意图如图 1a 所示,由一段中间略鼓起的毛细管构成。图 1b 和图 1c 是它的截面图。

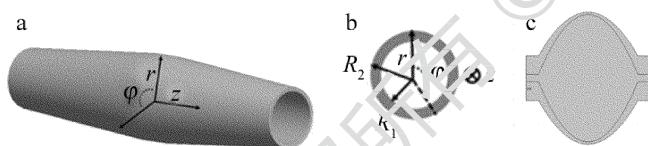


Fig. 1 Schematic of microbottle

a—3-D geometry of microbottle b—cross section of microbottle c—longitudinal section of microbottle

过 z 轴的截面轮廓满足^[6,9,11]: $R_2(z) = R_{20} [1 - (\Delta kz)^2/2]$, 可简化成类似一条抛物线, 其中 $R_2(z)$ 为微瓶的外径, R_{20} 为在 $z=0$ 处的外径, Δk 是微瓶的曲率, Δk 越大则曲率越大。为了区分壁内外微瓶的表面曲率, 定义 Δk_1 为外壁抛物线的曲率, Δk_2 为内壁抛物线的曲率, 当 Δk_1 一定值时, 通过改变 Δk_2 , 可以实现不同曲率情况下的微瓶模型。

2 数值仿真及分析

选用 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 通讯工作波长, 首先通过有限元数值计算方法求解弱项亥姆霍兹方程^[8,12-13]:

$$\int dV [(\nabla \times \tilde{\mathbf{H}}^*) \varepsilon^{-1} (\nabla \times \mathbf{H}) - \alpha (\nabla \cdot \tilde{\mathbf{H}}^*)] = 0$$

$$(\nabla \cdot \mathbf{H}) + c^{-2} \tilde{\mathbf{H}} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中, \mathbf{H} 代表磁场, $\tilde{\mathbf{H}}^*$ 为磁场 \mathbf{H} 的复共轭, V 为体积, c 为光速, ε 是有效介电常数, α 为弱项因子, 以此来确定模场分布。在球坐标 (r, θ, φ) 中, 回音壁模式绕赤道面顺时针或逆时针方向传播, 模场相位分量由 $\exp(im\varphi)$ 决定, 其中 m 表示模式径向阶数。而模式有效折射率谐振由相位匹配条件 $N_{\text{eff}} = m\lambda/(2\pi R)$ 决定。微瓶的结构有多种模式, 图 2 是通过模拟仿真计算出的基模、二阶径向模式和二阶切向传输模式的光场分布图。这里将径向模式和切向模式分别由 $(q=1, 2, 3, \dots)$ 和 $(l=1, 2, 3, \dots)$ 表示, 其中基模和二阶模较为常用, 是由于基模和二阶模更利于锥形光纤耦合^[8], 并且微泡壁厚对模式特性影响较大, 壁厚太薄时(如小于一个工作波长)高阶模不一定产生。由下图可知, 基模和二阶径向模的能量分布主要集中在赤道面处而二阶切向模式能量分布偏离赤道面, 因此, 当赤道面处内壁厚度不变而微泡曲率发生改变时曲率对切向高阶模式影响很大。

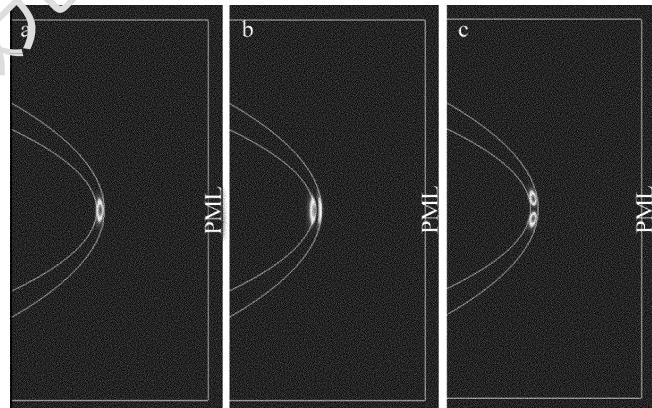


Fig. 2 Mode field distribution of microbottle for different modes with $R = 25 \mu\text{m}$, $t = 1.4 \mu\text{m}$, $\Delta k_1^2 = 0.0035$, $\Delta k_2^2 = 0.006$
 a—the first order mode b—the second order mode c—the second tangential mode

回音壁模式的主要损耗包括辐射损耗(倏逝波损耗)、材料吸收损耗和表面粗糙损耗。采用熔融方法能有效降低表面粗糙损耗, 为了模拟实际情况, 把材料吸收作为一个附加的虚部 $\varepsilon_i = -3.56 \times 10^{-10}$ 引入材料介电常数。并在模拟的时候引入一个完全匹配层 (perfectly matched layers, PML), 作为各向异性吸收器, 能实现在有限计算空间内模拟辐射到无穷远倏逝波。品质因子 Q 的计算公式为:

$$Q = \frac{\text{Re}(f_r)}{2\text{Im}(f_r)} \quad (2)$$

式中, f_r 是本征(复数)频率。实部表示谐振频率, 虚部表示本征损失。 Q 值越大说明微腔储存光子能量能力越强, 反之则越弱, 是衡量微腔性能优劣的一个重要参数。先以空气为核芯介质研究微瓶回音壁模式特征。由参考文献[10]可知, 当微泡的壁厚为 $1\mu\text{m}$ 时更有利于传感, 能保持较高分辨率和灵敏度, 且不易破裂, 易于制作。为此这里选用赤道面处壁厚为 $1\mu\text{m}$, 外壁曲率平方 $\Delta k_1^2 = 0.0035$ 时, 内壁曲率的平方 $\Delta k_2^2 = 0.005$ 时微瓶。在不同切向模式下, 品质因子 Q 随膨胀半径 R 变化趋势如图 3 所示。膨胀半径 $R < 19\mu\text{m}$ 时, 3 种切向模式 Q 值均随膨胀半径 R 增大而增大, 这是由于此时微瓶尺寸较小, 辐射损耗占主导, 材料损耗相对比较小可以忽略。当膨胀半径 $R > 19\mu\text{m}$ 时, 3 种切向模式下微瓶 Q 值均趋于饱和, 此时膨胀半径较大, 辐射损耗较小, 模式的 Q 值主要由材料损耗决定。切向高阶模(如二阶模和三阶模) Q 值始终高于一阶模, 且先达到饱和, 这是由于高阶模式下模场中心不全部在赤道面处, 受壁厚影响, 一般情况下壁厚越大 Q 值也越高^[8]。

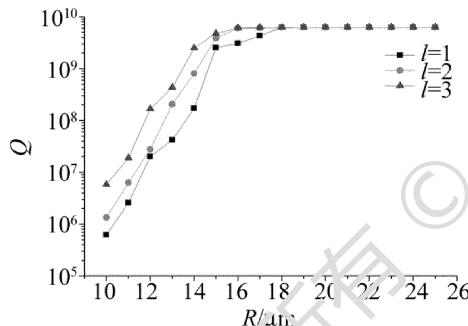


Fig. 3 Relationship between Q and R , when $t = 1\mu\text{m}$, $\Delta k_1^2 = 0.0035$, $\Delta k_2^2 = 0.005$

图 4 是在膨胀半径 $R = 12\mu\text{m}$ 时, 切向不同模式下 Q 值随着曲率变化情况。图 4a 中, 赤道面处壁厚为 $1\mu\text{m}$, 固定外壁的曲率平方 $\Delta k_1^2 = 0.0035$, 可以看出, 相同半径时 Q 值并不总是随曲率的增大而增大。当膨胀半径 R 较小时, 如 $R = 12\mu\text{m}$, 切向二阶模存在一个 Q 值极大的点, 此时内壁的曲率平方 $\Delta k_2^2 = 0.008$, 之后 Q 值随 Δk_2^2 的变大而降低; 切向三阶模在 $R = 12\mu\text{m}$ 时同样具有类似的规律, $\Delta k_2^2 < 0.007$ 时 Q 值单调递增, 之后 Q 值随 Δk_2^2 变大而降低。对比 3 种模式可以看出, 当曲率改变时, 切向高阶模 Q 值变化大于一阶模。这是由于内壁曲率变大时, 切向高阶模(处于赤道面以外)所在壁厚变厚, 从而模式 Q 值变大, 而 Q 值受辐射损耗和材料损耗共同影响, 高阶模处于非赤道面处势必导致模式所在半径发生变化, 从

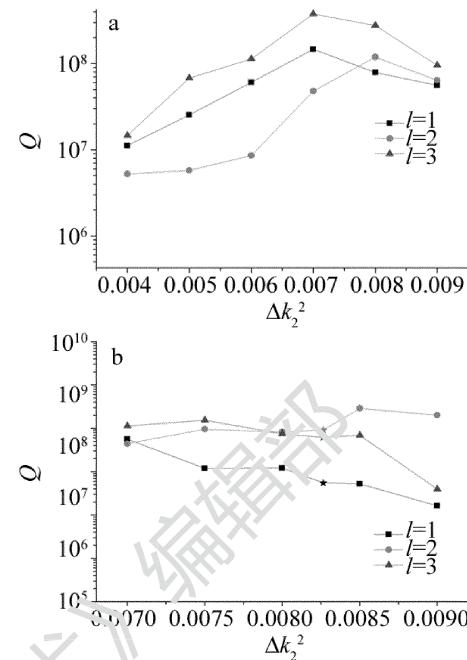


Fig. 4 Relationship between Q and Δk_2^2
a— $\Delta k_1^2 = 0.0035$ b— $\Delta k_1^2 = 0.007$

而辐射损耗和材料损耗存在一个折中产生模式最佳曲率, 有一个极大值。而一阶模处于赤道面处, 所在壁厚始终保持不变, 故受曲率的影响较小。图 4b 中, 赤道面处壁厚为 $1\mu\text{m}$, 固定外壁的曲率平方 $\Delta k_1^2 = 0.007$, 显然与图 4a 有相同的趋势, 其中星号点代表 $R\Delta k = 1$ 即微瓶成为微气泡^[9], 一阶模 Q 值高达 5.5×10^6 。

液芯微泡的研究更有意义^[14], 下面讨论液芯下微瓶状微泡回音壁模式特征。由参考文献[8]~参考文献[10]可知, 曲率 Δk 的不同对其模场分布及谐振波长偏移有很大的影响; 且液芯时, 微瓶的壁厚对其模式影响很大, 当微瓶壁非常厚时, 模式大部分电磁场在壁中传播; 随着壁厚减小, 更多电磁场耦合进核芯中。这里对不同曲率不同壁厚液芯微瓶进行数值模拟, 核芯的介电常数被液体取代(例如水的介电常数 $\epsilon_{\text{real}} = 1.33^2 = 1.7698$)。由以下公式可计算出模式在核芯中电磁场所占的比例:

$$\eta = \frac{\int_{\text{core}} w(\mathbf{r}) d^3r}{\int_{\text{all}} w(\mathbf{r}) d^3r} \quad (3)$$

$$w(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{d[w(\mathbf{r}) \epsilon(\mathbf{r}) dr]}{dw(\mathbf{r}) |E(\mathbf{r})|^2} + \mu_0 |\mathbf{H}(\mathbf{r})|^2 \right\} \quad (4)$$

式中, $w(\mathbf{r})$ 是能量密度, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$, $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\epsilon(\mathbf{r})$ 和 μ_0 分别是磁场强度、电场强度、介质介电常数和真空磁导率^[15]。

图 5 描述了在膨胀半径 $R = 25\mu\text{m}$, $\Delta k_1^2 = 0.0035$,

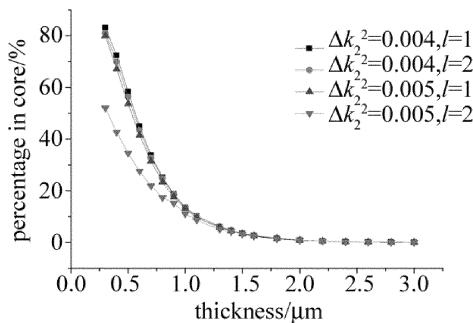


Fig. 5 Relationship between percentage in core and thickness

Δk_2^2 分别为 0.004 和 0.005 时, TM 基模和切向二阶模下微瓶核芯光场所占百分比随赤道面处壁厚变化规律。可以看出,核芯能量百分比随赤道面处壁厚增大而减小,壁越厚则越多能量处于壁中。内壁表面曲率 Δk_2 越小,核芯百分比所占能量越大。对比两种模式,显然在壁厚小于一个工作波长时, Δk_2 发生改变时,切向二阶模所受影响大于一阶模。

3 微瓶传感特性

回音壁模式微腔应用于传感领域,主要由于微腔内部或者自身与外界相互作用引起诸如频率或者光谱改变^[16-18]。特别对于液芯传感^[1,19-20],当外界环境(核芯物质浓度、温度、压力)发生变化时,微腔内部谐振波长会产生一个较小漂移,通过扫描可精确测量出该谱线漂移量。表面曲率不同对微瓶传感特性影响很大^[4,9,21],将折射率灵敏度定义为回音壁模式的频移比:

$$S = \partial \lambda(n_e) / \partial \tau_e \quad (5)$$

式中, n_e 表示核芯物质有效折射率, $\lambda(n_e)$ 表示微腔内部谐振波长。通过引入对微瓶状微泡内核芯物质折射率一个微小改变量(如 0.001)进行模拟,计算出模式谐振波长偏移量。选用外壁表面曲率平方 $\Delta k_1^2 = 0.0035$,赤道面处壁厚为 1 μm,不同膨胀半径、内壁表面曲率进行模拟计算,得到不同切向模式谐振波长移动变化曲线,如图 6 和图 7 所示。

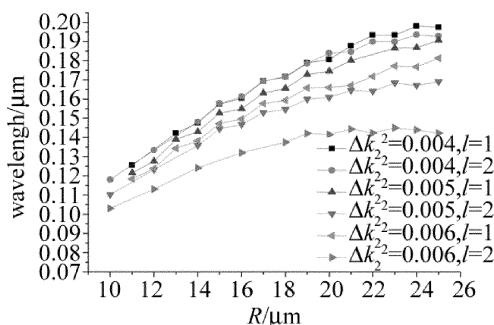
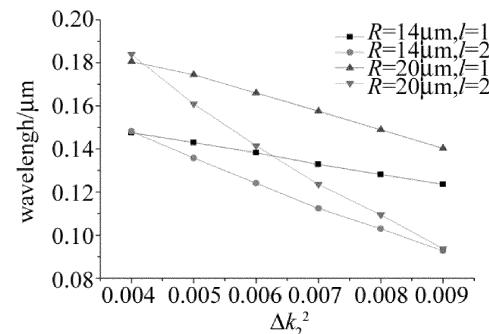
Fig. 6 Relationship between wavelength and R Fig. 7 Relationship between wavelength and Δk_2^2

图 6 中描绘了在内壁表面曲率平方 Δk_2^2 分别为 0.004, 0.005, 0.006、一阶模和二阶切向模式下液芯微瓶核芯折射率发生 0.001 改变量时谐振波长移动量。可以看出,各阶模式下波长变化量均随膨胀半径增大而增大,且内壁表面曲率越小,各模式下谐振波长变化量越大,越有利于传感。对比两种模式,相同曲率时,随膨胀半径变化切向二阶模波长变化量小于一阶模,且曲率越大时效果越明显。选用更多内壁曲率数据进行模拟,如图 7 所示。各阶模在内壁表面曲率越大时谐振波长偏移量越小,且切向二阶模波长偏移量减少得更快,表明曲率对切向高阶模的影响更为明显,即曲率越小越有利于二阶切向模式折射率传感应用。

4 结 论

基于有限元数值模拟方法对不同表面曲率微瓶状微泡回音壁模式光学特性进行了研究。探讨了微瓶在不同表面曲率、膨胀半径时模式特征,并讨论了不同表面曲率下不同模式核芯能量百分比,最后对其折射率传感特性进行了分析。通过调节表面曲率可获得高 Q 值、高灵敏度的折射率传感器。虽然只讨论了小尺寸微泡和一种工作波长(1.55 μm)情况,但对大尺寸和其它波长同样存在相似结论。该传感器除了折射率传感外,还可以用于其它物理参量如压强和温度等传感领域^[22-23]。

参 考 文 献

- [1] OVEYS H, WHITE I M, FAN X D. Liquid-core optical ring-resonator sensors[J]. Optics Letters, 2006, 31(9): 1319-1321.
- [2] YANG Zh. Design of new type adiabatic micro-ring harmonic cavity low-power silicon modulator [J]. Laser Technology, 2015, 39(6): 885-888 (in Chinese).
- [3] WATKINS A, WARD J, WU Y Q. Single-input spherical microbubble resonator[J]. Optics Letters, 2011, 36(11): 2113-2115.
- [4] MURUGAN G S, WILKINSON J S, ZERVAS M N. Selective excitation of whispering gallery modes in a novel bottle microresonator[J]. Optics Express, 2009, 17(14): 11916-11925.

- [5] MELDRUM A, WANG X, VEINOT J G S, *et al.* Silicon nanocrystals on bottle resonators: Mode structure, loss mechanisms and emission dynamics [J]. *Optics Express*, 2010, 18(8): 8466-8481.
- [6] MURUGAN G S, PTRROVICH M N, MURUGAN G S, *et al.* Hollow-bottle optical microresonators [J]. *Optics Express*, 2011, 19(21): 20773-20784.
- [7] WANG P, WARD J, YANG Y, *et al.* Lead-silicate glass optical microbubble resonator [J]. *Applied Physics Letters*, 2015, 106(6): 591-596.
- [8] YANG Y, WARD J, CHORMAIC S N. Quasi-droplet microbubbles for high resolution sensing applications [J]. *Optics Express*, 2014, 22(6): 6881-6898.
- [9] LI H, GUO Y, SUN Y, *et al.* Analysis of single nanoparticle detection by using 3-dimensionally confined optofluidic ring resonators [J]. *Optics Express*, 2010, 18(24): 25081-25088.
- [10] LIU B B, ZHANG M, WU G Zh. Mode properties and sensing technology of silica capillary ellips-microbubble [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, 45(11): 1128002 (in Chinese).
- [11] LOUYER Y, MESCHEDE D, RAUSCHENBEUTEL A. Tunable whispering gallery mode resonators for cavity quantum electrodynamics [J]. *Physical Review*, 2005, A72(3): 2409-2418.
- [12] OXBORROW M. Traceable 2-D finite-element simulation of the whispering-gallery modes of axisymmetric electromagnetic resonators [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, 2007, 55(6): 1209-1218.
- [13] CHEEMA M I, KIRK A G. Accurate determination of the quality factor and tunneling distance of axisymmetric resonators for biosensing applications [J]. *Optics Express*, 2013, 21(7): 8724-8725.
- [14] LEE W, SUN Y, LI H, *et al.* A quasi-droplet optofluidic ring resonator laser using a micro-bubble [J]. *Applied Physics Letters*, 2011, 99(9): 091102-091103.
- [15] DAYAN B, PARKINS A S, AOKI T, *et al.* A photon turnstile dynamically regulated by one atom [J]. *Science*, 2008, 319(5866): 1062-1065.
- [16] NING G Y, FU G, SHI M, *et al.* Fabrication of optical fiber U-shaped microstructure by femtosecond laser and its application in refractive index sensing [J]. *Laser Technology*, 2017, 41(6): 916-920 (in Chinese).
- [17] VOLLMER F, ARNOLD S. Whispering-gallery-mode biosensing: label-free detection down to single molecules [J]. *Nature Methods*, 2008, 5(7): 591-596.
- [18] ARMANI A M, KULKARNI R P, FRASER S E, *et al.* Label-free, single-molecule detection with optical microcavities [J]. *Science*, 2007, 317(5839): 783-787.
- [19] WARD J M, YANG Y, CHORMAIC S N. Highly sensitive temperature measurements with liquid-core microbubble resonators [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2013, 25(23): 2350-2353.
- [20] ZHANG Y F, TANG T T, LI J. Highly sensitive refractive index sensor based on magneto-optical waveguide [J]. *Laser Technology*, 2017, 41(4): 554-557 (in Chinese).
- [21] LU Q J, WU X, LIU L Y, *et al.* Mode-selective lasing in high-*Q* polymer micro bottle resonators [J]. *Optics Express*, 2015, 23(17): 22740-22745.
- [22] TANG Y, SAURABH S, WARD J M, *et al.* High-*Q*, ultrathin-walled microbubble resonator for aerostatic pressure sensing [J]. *Optics Express*, 2016, 24(1): 294-299.
- [23] QUE R Y, LIU Y, SUN H H, *et al.* Refractive index sensor based on F-P interferometer cavity in optical fiber with double-opening [J]. *Laser Technology*, 2014, 38(6): 780-784 (in Chinese).