

文章编号: 1001-3806(2016)01-0131-05

## 傅里叶 $\lambda/4$ 波片双折射检测方法

索国国<sup>1</sup>, 汪相如<sup>2</sup>, 黄子强<sup>1\*</sup>, 汤镇辉<sup>1</sup>, 杜 静<sup>1</sup>

(1. 电子科技大学 电子科学技术研究院, 成都 611731; 2. 电子科技大学 光电信息学院, 成都 610054)

**摘要:** 为了对液晶光学相控阵的相位调制量进行高分辨率、高精度的自动化测量, 采用了傅里叶  $\lambda/4$  波片法, 在常规  $\lambda/4$  波片法的基础上, 结合离散傅里叶变换算法完成数据处理过程, 获得更高的测试精度, 并且对测试环境的振动、噪声具备更好的抑制能力。实验中, 利用微机控制步进电机、CCD 等辅助设备, 结合傅里叶  $\lambda/4$  波片法形成自动检测设备。结果表明, 将标准  $\lambda/4$  波片作为测试样品, 测试重复精度小于  $0.3^\circ$ ; 将自行研制的液晶光学相控阵作为待测样品, 获得了其近场的相位分布, 可看到样品的相位周期性与电极间相位凹陷等情况。

**关键词:** 激光技术; 相位分布; 傅里叶  $\lambda/4$  波片法; 液晶光学相控阵

中图分类号: O734<sup>+</sup>.2 文献标志码: A doi:10.7510/jgjs. issn. 1001-3806. 2016. 01. 029

## Test method for birefringence of Fourier quarter-wave-plate

SUO Guoguo<sup>1</sup>, WANG Xiangru<sup>2</sup>, HUANG Ziqiang<sup>1</sup>, TANG Zherghui<sup>1</sup>, DU Jing<sup>1</sup>

(1. Research Institute of Electronic Science and Technology, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China; 2. School of Optoelectronic Information, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract:** In order to measure the phase modulation of liquid crystal optical phased arrays (LCOPA) automatically with high resolution and high precision, Fourier quarter-wave-plate (FQW) method was adopted. On the basis of the conventional  $\lambda/4$  wave-plate method, combined with the discrete Fourier transform algorithm to process data, higher accuracy was attained in spite of the influence of vibration and noise in surroundings. In the experiments, automatic test was accomplished with a computer controlling the stepping motor combining accessory devices such as CCD and FQW. The results showed that the repetitive test precision was less than  $0.3^\circ$  taking a standard  $\lambda/4$  wave-plate as a test sample. The near-field phase distribution for a LCOPA developed by ourselves was obtained and its phase cycle and phase valley between the electrodes was observed.

**Key words:** laser technique; phase distribution; Fourier quarter-wave-plate method; liquid crystal optical phased array

## 引言

随着激光技术的逐步发展, 晶体的双折射率效应在光学相位调制应用越来越广泛, 其中包括: 调  $Q$  激光、液晶光学相控阵 (liquid crystal optical phased array, LCOPA)<sup>[1-6]</sup>。因此, 精确测量晶体的双折射可以促进相控器件的发展, 从而加快相控阵激光雷达、卫星激光通信等技术的实用化进程。

相位测量的方法主要有光谱测相法、补偿法、光强法、相位调试法等<sup>[7-8]</sup>。但是这些方法只能检测均匀的单片相控器件, 像液晶相控阵要求分辨率较高的器件

则无法直接采用。有关液晶相控阵检测的研究还很少有人做过, 利用液晶电光器件的补偿法<sup>[9]</sup>可以对 2 维的液晶相控阵样品进行有效检测, 但分辨率较差, 无法检测液晶相控阵中  $3\mu\text{m}$  宽度电极的移相细节及电极间距的相位调制特征。添加显微物镜的干涉检测法<sup>[10]</sup>在分辨率上有所提高, 但不能避免检测装置中平台震动、空气湍流等环境下不可抗拒的因素, 而无法准确获得液晶相控阵上每一点的实际相位分布情况。

本文中提出傅里叶  $\lambda/4$  波片法 (Fourier quarter-wave-plate, FQW), 并给出详细测试原理和方法, 采用 PC 控制的步进电机、CCD 作为辅助设备, 形成完整的自动检测设备。将标准  $\lambda/4$  波片作为测试样品, 测试误差小于  $0.3^\circ$ ; 将自行研制的液晶光学相控阵作为待测样品, 获得了其近场的相位分布, 可以看到样品的相位周期性与电极间的相位凹陷情况。

## 1 傅里叶 $\lambda/4$ 波片双折射测量方法

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61405029); 中央高校基本科研业务费资助项目(ZYGX2013J126)

作者简介: 索国国(1989-), 男, 硕士研究生, 现主要从事液晶相控阵检测的研究。

\* 通讯联系人。E-mail: zqhuang@188.com

收稿日期: 2014-10-28; 收到修改稿日期: 2014-11-05

## 1.1 测试光路

测试光路中采用了 632.8 nm 的 He-Ne 激光器、 $10\times$  消色差物镜及型号为 SunTime300C 的 CCD。

傅里叶  $\lambda/4$  波片法的测试光路和常规  $\lambda/4$  波片法<sup>[11]</sup>类似,如图 1 所示,沿着光源的传播方向,依次为激光源、起偏器、样品、物镜、 $\lambda/4$  波片、检偏器、CCD。在常规  $\lambda/4$  波片法的光路设计基础上,为了能够提高测试空间分辨率,在样品右边放置显微物镜起到放大的作用,同时将检偏器安装在步进电机上,能够实现对角度信息的自动控制和获取,将 CCD 作为透射光强的数据采集器件。

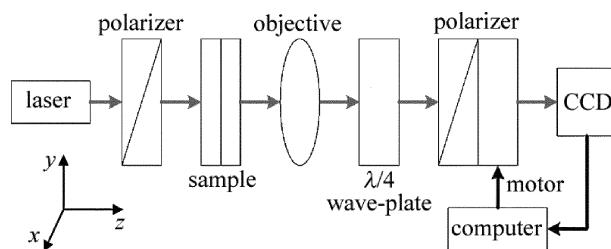


Fig. 1 Sketch of FQW method

起偏器偏振方向为  $y$  方向,检偏器的偏振方向为  $x$  方向,晶体光轴方向为  $45^\circ$  角方向。从起偏器出射的光为线偏振光  $E$ ,可表示为:

$$E = E_0 \exp(-jk_0 z) \quad (1)$$

式中,  $E_0$  为该线偏振光的幅值;  $z$  为光程,即激光到液晶相控阵器件的距离;  $k_0$  是入射光的真空波数。该线偏振光穿过液晶相控阵时分解为寻常光  $E_o$  和非寻常光  $E_e$ 。

$$E_o = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 \exp(-jk_0 z) \quad (2)$$

$$E_e = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 \exp(-jk_0 z - j\Delta\phi) \quad (3)$$

式中,  $\Delta\phi$  是  $e$  光相比  $o$  光因为双折射而产生的相位延迟,  $\Delta\phi = k_0 \Delta n \cdot L$ ,  $\Delta n$  是平均双折射率,  $L$  是器件厚度。

采用琼斯矩阵法,能够计算得到在  $\lambda/4$  波片出射的光场为:

$$E_x = E_0 \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \exp(jk_0 z) \quad (4)$$

$$E_y = E_0 \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \exp(jk_0 z) \quad (5)$$

由上面两式可以看出,出射光场两个方向分量的相位一致,幅值不同,所以二者可以合成振幅为 1、偏振角度为  $\frac{\Delta\phi}{2}$  的线偏振光,传统  $\frac{\lambda}{4}$  波片则是利用一个检偏器去寻找一个能够完全消光的方法,找到这个线偏振方向,则检偏器的当前消光方向的读数为  $\theta$ ,和初始检

偏器所处的  $y$  方向的读数  $\theta_0$  之差与相位调制量的关系是:

$$\Delta\phi = 2(\theta - \theta_0) \quad (6)$$

然而,实际测量过程中,特别是将其制备出自动测试设备中,寻找最小值并不是方便的方法,同时容易受到光功率采集器件的精度、激光器稳定性、空气波动、机械振动的影响,因此在此基础上,提出了傅里叶  $\lambda/4$  波片法。

## 1.2 傅里叶 $\lambda/4$ 波片法算法

假定检偏器的初始读数  $\theta_0 = 0$ ,当检偏器相对  $x$  轴的夹角为  $\theta$  时,透过检偏器后的光强为:

$$I = I_0 \cos^2\left(\theta - \frac{\Delta\phi}{2}\right) \quad (7)$$

即:

$$I = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0 \cos(2\theta - \Delta\phi)}{2} \quad (8)$$

式中,  $I_0$  为激光透过检偏器之前的光强。

在不考虑功率饱和的情况下,通过 CCD 获取的灰度数据应该与光强  $I$  呈线性关系。

根据离散傅里叶变换公式:

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-j\omega\theta_n} \quad (9)$$

式中,  $X(\omega)$  是对  $x[n]$  进行傅里叶变换后的频域表示;  $\theta_n$  是检偏器的不同角度,通过 CCD 获得针对不同角度情况下对应的灰度数据为  $x[n]$  (假定  $\theta_n = 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \dots, 180^\circ$ ),根据(8)式,可知 CCD 获得的灰度数据的角频率  $\omega = 2$ 。

将(8)式中光强替换成  $x[n]$ ,带入(9)式,并取  $\omega = 2$ ,得到:

$$X(2) = \frac{I_0}{2} \sum_{n=1}^{180} \cos[2(\theta_n - \Delta\phi/2) e^{-j2\theta_n}] \quad (10)$$

根据余弦函数的傅里叶级数关系,时域时延量与角频率的乘积等于频域相延,所以:

$$\omega \frac{\Delta\phi}{2} = \Delta\phi = \begin{cases} \varphi_{X(2)} + \pi, & (\text{Re}[X(2)] \geq 0) \\ \varphi_{X(2)} + 2\pi, & (\text{Re}[X(2)] < 0) \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $\varphi_{X(2)} = \arctan\left\{\frac{\text{Im}[X(2)]}{\text{Re}[X(2)]}\right\}$ ,  $\text{Re}$  和  $\text{Im}$  分别代表对应物理量的实部和虚部。

然而另一方面,根据(9)式得到:

$$X(2) = \sum_{n=1}^{180} x[n] e^{-j2\theta_n} \quad (12)$$

结合(11)式和(12)式,就能够计算出相位延迟量  $\Delta\phi$ 。

## 2 结果分析

### 2.1 仿真分析

检偏器的角度  $\theta$  转动  $180^\circ$  时,透过检偏器的光强

变化达到一个周期。考虑数据采集量既影响结果精度,又与该系统检测效率有关,所以选择数据采集量为 180 个。对傅里叶  $\lambda/4$  波片法算法进行仿真如下。

采用 MATLAB 产生 180 个离散数据,满足具有一定初相位的正弦函数,幅值为 1,并且添加一定的随机变量  $r$  作为数据采取时来自环境、器件等的干扰,即满足如下公式:

$$y(i) = \cos(2i + \phi) + r \quad (13)$$

式中,  $i = 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \dots, 180^\circ$ ;  $y(i)$  是随  $i$  变化而改变的曲线幅值,与  $i$  成标准的正弦关系;  $r$  是作为干扰的随机变量。

针对不同的初始相位  $\phi$ ,采用上一节中所提出的傅里叶  $\lambda/4$  波片算法进行仿真,针对不同随机量(1/5 和 1/20),仿真结果如表 1 所示。傅里叶算法获取相位的平均误差小于  $0.3^\circ$ ,满足一般的相位测试精度要求。可见选择 180 个数据进行数据处理,可以准确获得具有一定波动曲线的初相位值。

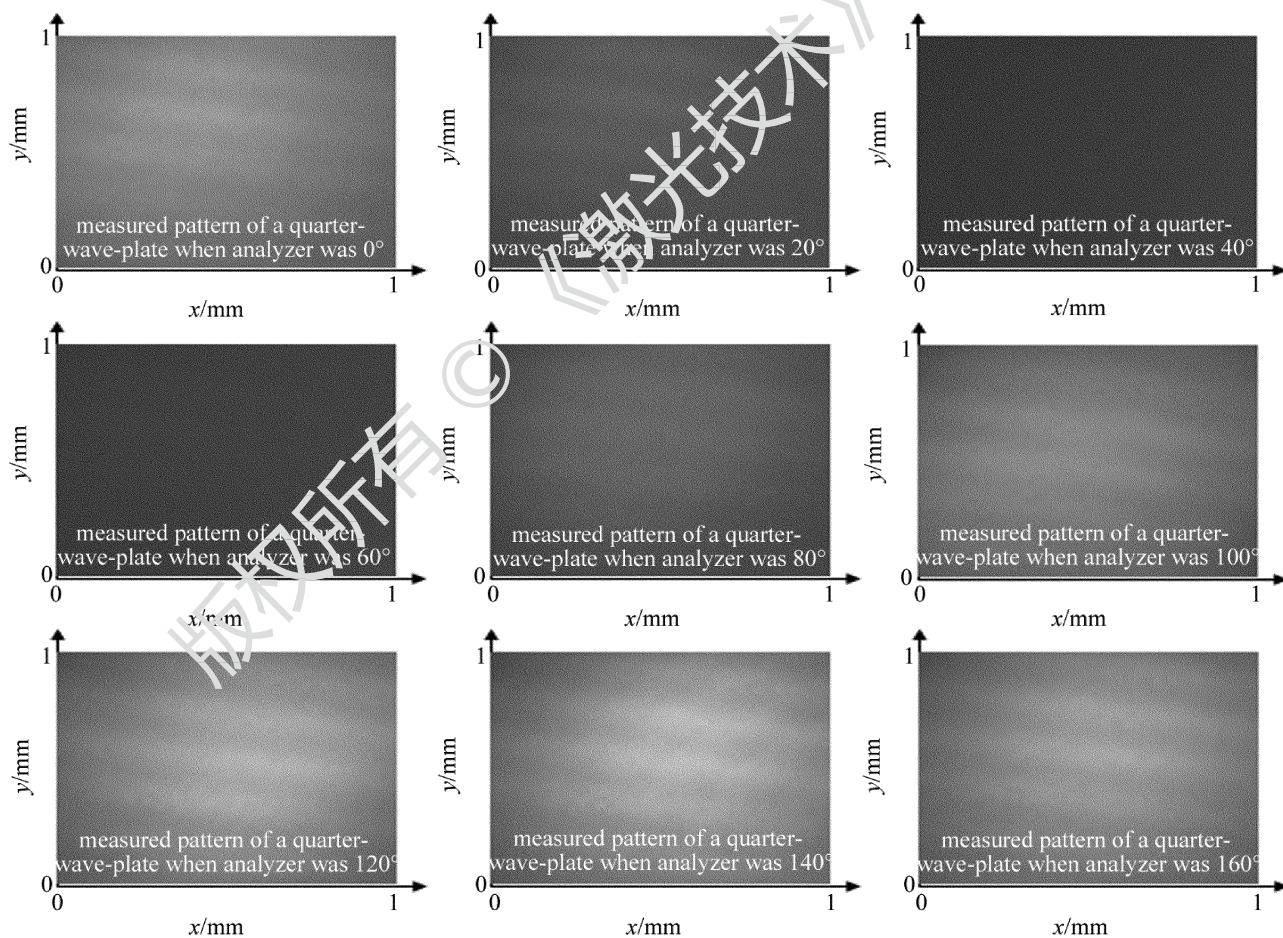


Fig. 2 Measured pattern of a quarter-wave-plate

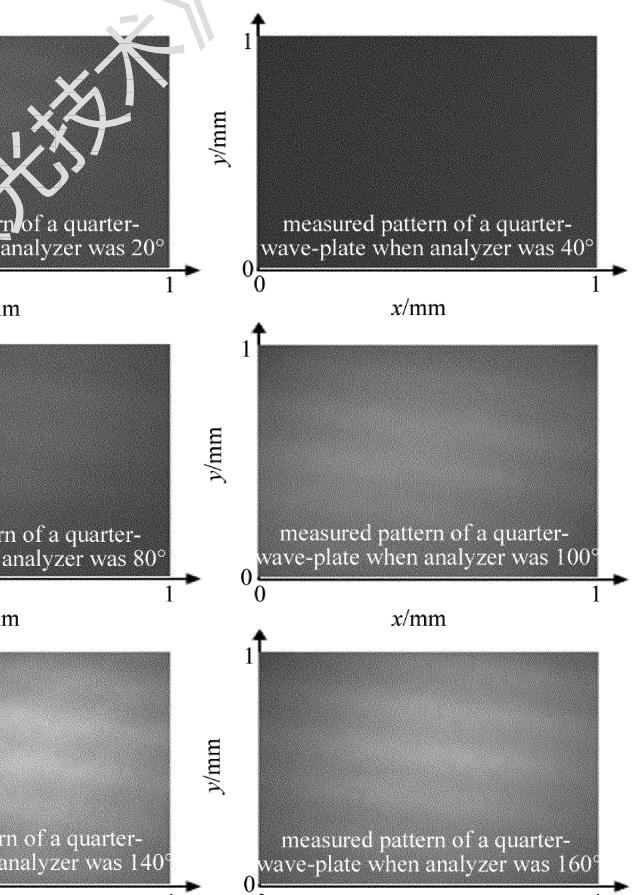
在同一视场下,检偏器每相隔  $20^\circ$  的 9 个不同角度情况下,CCD 获得的图像如图 2 所示(图中及后面图中的范围标注均为粗略值)。由于激光在光路中的多次反射形成明显的干涉条纹,如果采用之前比较最

Table 1 Simulation of Fourier transform algorithm

initial phase/(°)	amplitude	random	result/(°)
25	1	1/20	24.94
55	1	1/20	54.91
85	1	1/20	84.93
115	1	1/20	114.91
155	1	1/20	154.92
25	1	1/5	24.79
55	1	1/5	55.15
85	1	1/5	84.72
115	1	1/5	115.21
155	1	1/5	155.28

## 2.2 标准 $\lambda/4$ 波片样品检测

激光透过  $\lambda/4$  波片产生  $\pi/2$  的相位延迟,将一个标准  $\lambda/4$  波片作为检测方法的待测样品进行验证性检测。检偏器从  $0^\circ$  起,每转动  $1^\circ$  对样品的灰度数据进行采集,随着检偏器的旋转,CCD 上呈现出不同的灰度信息。



小值的方法,将很难获得较高的精度,而傅里叶  $\lambda/4$  波片法将能够解决该问题。

随着步进电机带动检偏器精密步进,待测样品的相位经过光路系统投射到 CCD 上的光强随之变化,当

检偏器为相位延迟量的  $1/2$  时达到消光位置, 光强最弱。

将获取的整个视场区域内, 随机抽取 20 个样本点, 测试的相位结果平均值为  $90.035^\circ$ , 标准差为  $0.268^\circ$ , 可见检测装置对标准器件的检测重复精度小于  $0.3^\circ$ 。该视场的相位分布用灰度表示如图 3 所示。

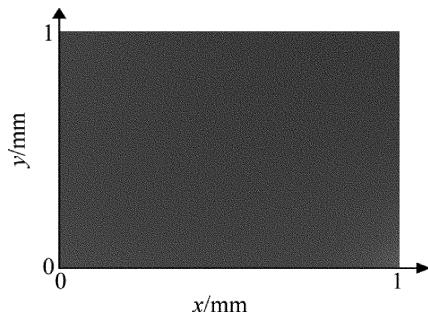


Fig. 3 Measured results of a quarter-wave-plate

可以看到, 图 3 的相位分布非常均匀, 而样本所采集到的数据图像(见图 2)中含有一些由于测试条件造成干涉条纹, 对最终的相位结果并没有产生明显影响。

针对样品中的随机一点,  $180$  个检偏角度下获得的灰度数据如图 4 所示, 横坐标为检偏器的旋转角度, 纵坐标为样品上该点处的相位经过  $\lambda/4$  波片法转化的灰度值。随着步进电机的依次步进, 该灰度值产生类似正弦曲线的高低变化。但是由于测试平台的各种实际因素(振动、湍流、光源不稳定、光路不理想、多次干涉), 实际获取的灰度数据会有大量的随机误差, 如果直接采用最小值比对的方法很难精确地获取真正的最小值, 造成较大误差, 然而, 运用了傅里叶算法能够准确获取此曲线中真正的基频分量极小值。

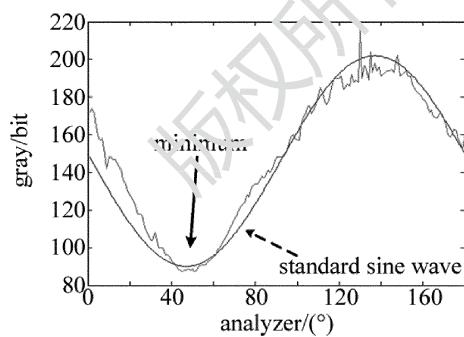


Fig. 4 Measured data of a point on the sample

傅里叶  $\lambda/4$  波片法没有灰度最小值的比较过程, 对于自动化检测来说, 省略了来回比较的过程; 同时由于傅里叶计算过程自动滤除了高频的振动影响, 而仅计算  $\omega = 2$  频谱分量, 因此具备非常好的测试精度。

### 2.3 液晶相控阵样品的检测实验

在液晶相控阵检测装置中, 把液晶相控阵样品放入待测位置并调节显微镜到样品的焦距。并加载闪耀

光栅的波控电压到待测样品上, 从 CCD 中可以看到该装置对 1 个视场液晶相控阵的情况, 如图 5 所示。

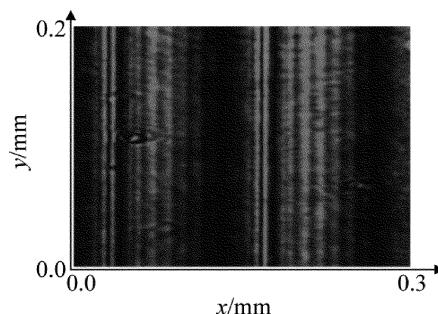


Fig. 5 Measured pattern of a LCOPA

图中水平、竖直方向分别为图 1 中样品的  $x$  坐标、 $y$  坐标方向, 颜色深浅表现了液晶相控阵上不同位置上的相位通过光路后的影纹分布情况。可以看出该待测样品是竖直放置的, 样品中电极同样是竖直方向分布的。各个电极加上理论计算的波控电压后, 液晶相控阵呈现随电极方向而变化的相位分布。最后得到的影纹图像也因此有相同的递变规律。

采用傅里叶  $\lambda/4$  波片法, 检测液晶相控阵样品近场的结果如图 6 所示。

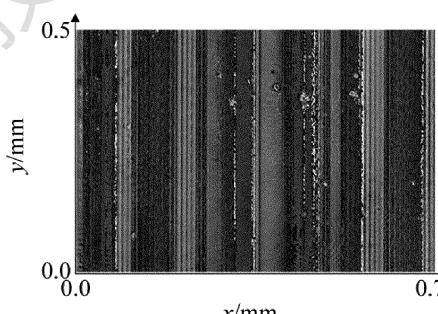


Fig. 6 Measured result of a LCOPA

横纵方向均代表液晶相控阵的扫描区域, 灰度值体现了样品上相应位置的相位大小, 灰度越大相位越大(相位延迟量接近  $0^\circ$  或接近  $360^\circ$  代表周期上相近的相位, 但图上却有颜色上最明显的黑白反差)。由液晶相控阵的检测结果可以看出, 每根电极的相位分布情况大体上是一致的, 但是对于给定的周期性波控电压, 相位表现出一定的周期性, 但是存在一定的缺陷, 缺陷主要包括两个方面: (1) 相位的周期性存在一定破缺, 这说明器件的电压加载存在一定的错误, 可能是由于驱动芯片, 或者器件均匀性不够所造成; (2) 两个电极之间存在相位凹陷, 这是由于相控阵的两个电极之间造成的像素串扰的结果。

### 3 结 论

傅里叶  $\lambda/4$  波片法实现了对  $\lambda/4$  波片标准样品, 液晶相控阵样品进行高分辨率的分析与检测。傅里叶

变换算法在数据处理中应用到极小值的判定中,有效地避免实验数据引起的误差,可以精确检测光的相位延迟量。通过数值仿真,以及对标准样品、常规液晶相控阵样品的检测实验可知,该方案可以检测液晶相控阵  $3\mu\text{m}$  电极及间隔子的具体影响,且重复测试精度小于  $0.3^\circ$ ,实现了高分辨率、高精度测量,为液晶相控阵的进一步发展提供了依据。

### 参 考 文 献

- [1] McMANAMON P. An overview of optical phased array technology and status[J]. Proceedings of the SPIE, 2005, 5947: 59470I.
- [2] RESLER D P, HOBBS D S, SHARP R C, et al. High-efficiency liquid-crystal optical phased-array beam steering[J]. Optics Letters, 1996, 21(9): 689-691.
- [3] KONG L J, ZH Y, SONG Y, et al. A beam steering approach of liquid crystal phased array based on nonperiodic blazed grating[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(1): 211-216 (in Chinese).
- [4] SHI L, McMANAMON P F, BOS P J. Liquid crystal optical phase plate with a variable in-plane gradient[J]. Journal of Applied Physics, 2008, 104(3): 033109.
- [5] WANG X R, TAN Q G, HUANG Z Q, et al. Dual beam formation and 2-D scan technique of liquid crystal optical phased array[J]. Laser Technology, 2013, 37(5): 631-635 (in Chinese).
- [6] XU L, WU L Y, ZHANG J, et al. Effect of phase valley on diffraction efficiency of liquid crystal optical phased array[J]. Proceedings of the SPIE, 2008, 7133: 71333L.
- [7] WU S T, EFRON U, HESS L D. Birefringence measurements of liquid crystals[J]. Applied Optics, 1984, 23(21): 3911-3915.
- [8] ZHANG Zh Y, DENG Y Y, WANG D G, et al. Comparison and analysis of several methods for measuring wave plate retardation[J]. Optics and Precision Engineering, 2007, 15(11): 1678-1685 (in Chinese).
- [9] QI M Ch, HUANG Z Q, YAO Zh Sh, et al. The measurement of phase delay of 2-D distribution characteristics of liquid crystal electro-optic devices[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(s1): s108004 (in Chinese).
- [10] ZHAO X, LIU C, ZHANG D, et al. Direct investigation and accurate control of phase profile in liquid crystal optical-phased array for beam steering[J]. Applied Optics, 2013, 52(29): 7109-7116.
- [11] HUANG Z Q. Principle of liquid crystal display[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2008: 39-60 (in Chinese).