

文章编号: 1001-3806(2012)04-0445-05

o 偏振光对光折变屏蔽光伏空间孤子的影响

吉选芒¹, 姜其畅¹, 刘劲松²

(1. 运城学院 物理与电子工程系 运城 044000; 2. 华中科技大学 光电子科学与工程学院 武汉 430074)

摘要: 为了得到 o 偏振光对光折变屏蔽光伏空间孤子影响的结果, 基于单光子光折变效应理论模型, 建立了有分压电阻和 o 偏振均匀背景光辐照的光伏折变晶体中的屏蔽光伏空间孤子理论。结果表明, 当外加电场和光伏场的取值使晶体中形成暗孤子时, 仅改变 o 背景光与孤子光的有效 glass 系数之比即可在晶体中获得明孤子; 孤子的强度半峰全宽随 o 背景光强度与暗辐射强度比值的增大而增大, 随 o 背景光与孤子光电离截面的比值的增大而增大。这从理论上为实现光折变晶体中暗孤子到明孤子的转换提供了一种全新的思路。

关键词: 非线性光学; 光折变效应; 空间孤子; o 偏振背景光

中图分类号: O437

文献标识码: A

doi: 10.3969/j.issn.1001-3806.2012.04.004

Effect of the o-polarized irradiation on the screening-photovoltaic photorefractive spatial solitons

Ji Xuan-mang¹, JIANG Qi-chang¹, LIU Jin-song²

(1. Department of Physics and Electronic Engineering, Yuncheng University, Yuncheng 044000, China; 2. College of Optoelectronic Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to study effect of the o-polarized irradiation on the screening-photovoltaic spatial solitons, the theory of screening-photovoltaic spatial solitons was established based on the one-photon photorefractive effect. The optical circuit includes a divider resistance and an o-polarized uniform background beam. The numerical results show that the dark solitons can be obtained for the proper values of biased field and photovoltaic field and the bright solitons can also be obtained by only changing the value of effective glass coefficient between o-background beam and soliton beam while the other parameters remain unchanged. The intensity full width at half maximum (FWHM) of solitons increases with the increase of the ratio of the o-background beam intensity to the dark-irradiation intensity. Similarly, the FWHM of solitons will also increase with the ratio of cross section of the o-background beam to that of the soliton beam. The paper gives a new scheme of the transformation of a dark soliton into a bright soliton in photorefractive crystal.

Key words: nonlinear optics; photorefractive effect; spatial soliton; o-polarized background irradiation

引言

光折变空间孤子是指光束在光折变非线性介质中传播时, 其衍射效应被非线性效应完全抵消而形成的一种能量不扩散的传播状态。迄今为止, 已证明由自相位调制自聚焦效应机理形成的光折变空间光孤子最早是由 SEGEV 等人在 1992 年提出的准稳态孤子^[1], 1993 年由 DUREE 等人^[2]实验验证。随后, VALLEY 等人^[3]提出了无外加背景光的光伏孤子理论, TAYA 等人^[4]在 LiNbO₃ 晶体中观察到这种光伏孤子。

CHRISTODOULIDES 等人^[5]给出了无分压电阻和背景光屏蔽孤子理论, 并在 1996 年由 SHIH 等人^[6]实验证明。1999 年, SHE 等人提出了外加 o 背景光的光伏孤子理论^[7]。1998 年到 2000 年, LIU 和 HOU 等人^[8-10]证明了无分压电阻和背景光辐照的屏蔽光伏空间明、暗和灰孤子的存在。2001 年, LIU 证明了有分压电阻, 但无偏振背景光的屏蔽光伏明、暗孤子的存在^[11]。2010 年, 作者^[12]证明了相应的屏蔽光伏空间灰孤子的存在。同时人们还提出双光子光折变空间孤子理论^[13-16]。在上述屏蔽光伏孤子中, 一般是通过改变外加电场的方向来达到晶体中形成明暗孤子的条件。作者证明有分压电阻和 o 偏振非相干均匀背景光辐照下的光伏光折变晶体中空间孤子的存在性。当晶体外加电场和光伏场取值使晶体中形成空间暗孤子时, 在不改变外加电场的方向和数值大小情况下, 只通过改变

基金项目: 山西省自然科学基金资助项目(2011011003-2)

作者简介: 吉选芒(1965-) 男, 硕士, 教授, 从事光折变非线性光学研究。

E-mail: jixuanmang@126.com

收稿日期: 2011-12-01; 收到修改稿日期: 2011-12-12

o 背景光与孤子光的有效 glass 系数之比即可在晶体中获得明孤子。本文中的研究为在光折变晶体中实现暗孤子向明孤子的转换提供了一种全新的方案,对完善光折变空间孤子的理论体系有着十分重要意义。

1 理论分析

图1是有分压电阻和 o 偏振背景光辐照的屏蔽光伏空间孤子光路配置图,光伏光折变晶体、分压电阻 R 和电压源 V_a 串联构成闭合回路。 I_b 是与孤子光束 I 不相干的均匀 o 偏振背景光。晶体光轴 c 沿 x 方向。如果光波空间展宽远小于晶体宽度 W 则有近似表达式: $E_0 = V_0/W$, E_0 和 V_0 分别代表晶体电极间的电场强度和电压。 $V_R = JSR$, V_R 是电阻上的电压 S 是晶体的截面积 J 是电流密度,由 $V_a = V_0 + V_R$ 得出:

$$E_0 = \frac{1}{W}(V_a - JSR) \quad (1)$$

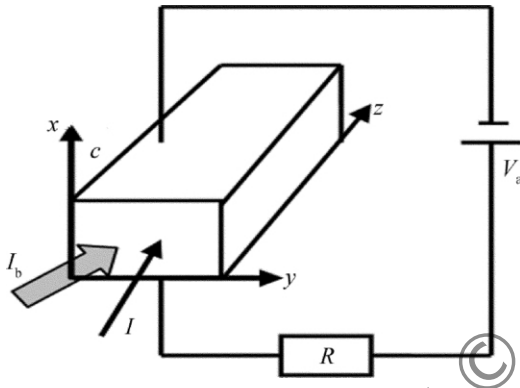


Fig. 1 Optical set-up

设有一束只在 x 方向衍射和偏振的光束沿晶体 z 轴传播。入射光的光场可用其慢变振幅 ϕ 表示为 $\vec{E} = \hat{x}\phi(x, z)\exp(ikz)$, 其中 $k = k_0 n_c = (2\pi/\lambda_0)n_c$, k_0 为波数 λ_0 为自由空间波长 n_c 为晶体对非常光折射率。入射光满足如下方程^[6,8]:

$$i\frac{\partial\phi}{\partial z} + \frac{1}{2k}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} - \frac{k_0 n_c^3 r_{33} E_{SC}}{2}\phi = 0 \quad (2)$$

式中 r_{33} 是晶体的电光系数,在有 o 偏振背景光的稳态情况下,空间电荷场 E_{SC} 由光伏光折变晶体满足的速率方程、连续性方程、Poisson 方程和 Gaussian 定理推出^[17] 在 1 维情况下,这些方程为:

$$(S_e I + S_o I_b + \beta)(N_d - N_d^+) = \gamma n N_d^+ \quad (3)$$

$$J = e\mu n E_{SC} + \mu k_B T \frac{\partial n}{\partial x} + (N_d - N_d^+)(\kappa_e S_e I + \kappa_o S_o I_b) \quad (4)$$

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 0 \text{ 或 } J = \text{constant} \quad (5)$$

$$\epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_{SC}}{\partial x} = e(N_d^+ - N_a - n) \quad (6)$$

式中 N_d 是施主密度 N_d^+ 是电离的施主密度 N_a 是受主(或陷阱)密度 n 是导带上的电子密度 S_o 和 S_e 分别是 o 光和 e 光的光电离截面 β 是热激发速率 γ 是载流子的复合率 κ_o 和 κ_e 分别是 o 光和 e 光的有效 glass 系数 μ 和 e 分别是电子的迁移率和基本电荷, k_B 是玻尔兹曼常数 T 是绝对温度。根据 Poynting 定律,孤子光强可以表示为 $I = (n_c/2\eta_0)\phi^2$, 其中常量 $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$, ϵ_0 和 ϵ_r 分别是真空和相对介电常数 μ_0 为真空的磁导率。

在典型的光折变材料和慢变化的光波包络的情况下,近似条件 $N_d^+ \gg n$, $N_a \gg n$, $N_d \gg n$, $[\epsilon_0 \epsilon_r / (e N_a)] \times (\partial E_{SC} / \partial x) \ll 1$ 和 $N_d^+ = N_a$ 能得到很好的满足。由 (3) 式和 (6) 式可以得出:

$$n = \frac{(S_e I + S_o I_b + \beta)(N_d - N_a)}{\gamma N_a} \quad (7)$$

孤子的光强度 $I(x \rightarrow \pm \infty, z) = I_\infty$, 空间电荷场 $E_{SC}(x \rightarrow \pm \infty, z) = E_0$ 。从 (7) 式可以给出 $x \rightarrow \pm \infty$ 时自由电子密度:

$$n_\infty = \frac{(S_e I_\infty + S_o I_b + \beta)(N_d - N_a)}{\gamma N_a} \quad (8)$$

此外 $x \rightarrow \pm \infty$ 区域的电流密度 J 可由 (1) 式、(4) 式和 (8) 式得出:

$$J_\infty = e\mu n_\infty g \left[E_a + E_p \frac{I_\infty + \kappa_o S_o I_b / (\kappa_e S_e)}{I_\infty + S_o I_b / S_e + I_d} \right] \quad (9)$$

式中 $I_d = \frac{\beta}{S_e}$ 是晶体的暗辐射强度, $E_p = \frac{\kappa_e \gamma N_a}{e\mu}$ 为光伏

电场 $g = \frac{1}{1 + pSR(I_\infty + I_d + S_o I_b / S_e)}$ 为分压系数, $p = \frac{e\mu S_e (N_d - N_a)}{W\gamma N_a}$, $E_a = V_a / W$ 是电压源形成的电场。在 $I(x, z)$ 随 x 的变化区域,从 (4) 式和 (7) 式可以得到:

$$J = e\mu n \left[E_{SC} + \frac{k_B T}{e} \frac{\partial \ln n}{\partial x} + E_p \frac{I + \kappa_o S_o I_b / (\kappa_e S_e)}{I_\infty + S_o I_b / S_e + I_d} \right] \quad (10)$$

(5) 式给出在任何情况下电流密度 J 是一个常数,这里取 $J_\infty = J(x, z)$, 从 (7) 式 ~ (10) 式可以得到:

$$E_{SC} = g E_a \frac{(I_\infty + S_o I_b / S_e + I_d)}{(I + S_o I_b / S_e + I_d)} + E_p \frac{[g I_\infty - I + (g - 1) \kappa_o S_o I_b / (\kappa_e S_e)]}{(I + S_o I_b / S_e + I_d)} - \frac{k_B T}{e} \frac{1}{I + S_o I_b / S_e + I_d} \frac{\partial}{\partial x} (I + S_o I_b / S_e + I_d) \quad (11)$$

一般情况下 $\rho < g < 1$, 表示在晶体上只施加了部分外电场 $g E_a$, 当 $R = 0$, $g = 1$, 为短路情况, 表示 E_a 全部作用于晶体上; 当 $R \rightarrow \infty$, 则 $g = 0$, 为开路情况, 表示晶体上无外电场的作用。当 $I_b \neq 0$, 表示有外加背景光, 当 $I_b = 0$ 表示无背景光。把 (11) 式代入 (2) 式, 并采

用无量纲变量 $\xi = z/(kx_0^2)$, $U = [2\eta_0 \times (S_o I_b/S_e + I_d)] / n_e]^{-1/2} \phi$, $s = x/x_0$, 其中 x_0 为一个任意的空间宽度, 在忽略扩散效应的情况下, 可得归一化的光波振幅 U 满足的方程:

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} - g\beta(1+\rho) \frac{U}{1+|U|^2} - \alpha \frac{[g\rho - |U|^2 + (g-1)\delta]}{1+|U|^2} U = 0 \quad (12)$$

式中 $\alpha = (k_0 x_0)^2 (n_e^4 r_{33}/2) E_p$, $\beta = (k_0 x_0)^2 (n_e^4 r_{33}/2) \times E_a$, $\rho = I_\infty / (S_o I_b/S_e + I_d) = \rho_0 / (1 + \delta')$, $\rho_0 = I_\infty / I_d$, $\delta' = S_o I_b / (S_e I_d)$, $\delta = \frac{\kappa_o S_o I_b / (\kappa_e S_e)}{(S_o I_b/S_e + I_d)} = \frac{G\delta'}{(1+\delta')}$, $G = \kappa_o / \kappa_e$ 为 o 背景光与孤子光有效 glass 系数之比, 分压系数

$$g = \frac{g_0}{[1 + S_o I_b / (S_e I_\infty + S_e I_d)]} = \frac{g_0}{[1 + \delta' / (1 + \rho_0)]},$$

$$g_0 = \frac{1}{1 + pSR(I_\infty + I_d)}.$$

2 空间暗孤子解

对于暗孤子解, 令 $U = \rho^{1/2} y(s) \exp(iv\xi)$, 这里, $y(s)$ 是归一化的实函数, 满足的边界条件为: $y(0) = 0$, $y(s \rightarrow \pm\infty) = \pm 1$, $y'(s \rightarrow \pm\infty) = 0$, $y''(s \rightarrow \infty) = 0$. v 为光波传播常数非线性位移。将 U 代入(8)式中可得:

$$\frac{d^2 y}{ds^2} - 2vy - 2g\beta(\rho+1) \frac{y}{1+\rho y^2} - 2\alpha \frac{g\rho - \rho y^2 + (g-1)\delta}{1+\rho y^2} y = 0 \quad (13)$$

由暗孤子边界条件, 对(13)式进行积分可以得出暗孤子归一化包络:

$$s = \pm \int_y \left\{ -2 \frac{g\beta(1+\rho) + \alpha[1+g\rho + (g-1)\delta]}{1+\rho} \times \left[(\tilde{y}^2 - 1) - \frac{1+\rho}{\rho} \ln\left(\frac{1+\rho\tilde{y}^2}{1+\rho}\right) \right] \right\}^{-1/2} d\tilde{y} \quad (14)$$

$$v = -g\beta - \alpha \frac{(g-1)(\rho+\delta)}{1+\rho} \quad (15)$$

以 LiNbO₃ 晶体为研究对象, 通常情况, 这种晶体的光伏场一般为负值^[3], 晶体参量为^[10]: $n_e = 2.2$, $r_{33} = 30 \times 10^{-12} \text{ mV}^{-1}$, 取 $E_p = -4 \times 10^6 \text{ V/m}$, $E_a = 2 \times 10^6 \text{ V/m}$ 并保持不变, 其它参量为 $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$, $x_0 = 40 \mu\text{m}$, 由上述参量, 能计算出 $\alpha = -355$, $\beta = 178$, 由(14)式和(15)式可知, 当参量 $N = g\beta(1+\rho) + \alpha[g\rho + 1 + (g-1)\delta] < 0$, 光折变晶体中就能形成暗空间光孤子。图2中给出的是 $\alpha = -355$, $\beta = 178$, $S_o/S_e = 0.6$, $g_0 = 0.5$, $\rho_0 = 10$, $I_b/I_d = 20$ 时, 参量 N 随 G 的变化关

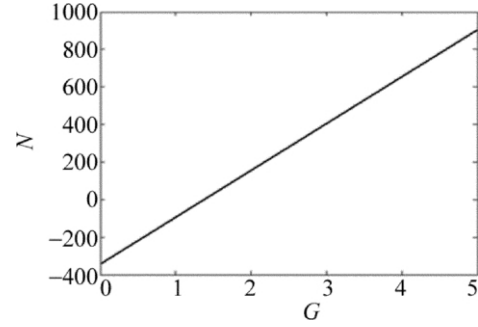


Fig. 2 N as a function of G

系, 可以看出, 在 $0 < G < 1.4$ 的范围内, $N < 0$, 在晶体中可形成暗孤子。当 $G > 1.4$, $N > 0$, 这时在晶体中再无法形成暗孤子。图3中给出的是 $\alpha = -355$, $\beta = 178$, $S_o/S_e = 0.6$, $g_0 = 0.5$, $\rho_0 = 10$, $I_b/I_d = 20$ 时, 暗孤子的半峰全宽 (full width at half maxima, FWHM) 随 G 的变化关系, 可以看出, 在 G 增加的过程中, 暗孤子只有在 G 的数值小于 1.4 才能形成, 暗孤子 FWHM 随着 G 的增加而增加, 这是由于在 G 增加的范围, 参量 N 的绝对值在减小, 晶体的非线性效应在减弱。

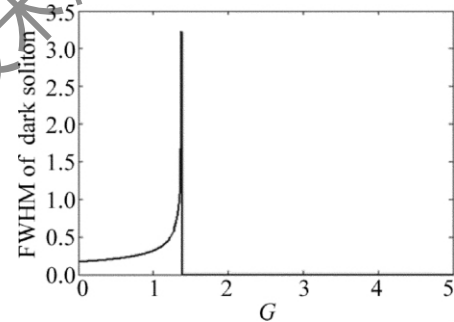


Fig. 3 FWHM of dark solitons as a function of G

图4中给出 G 分别为 0.5, 0.8, 1.2, $S_o/S_e = 0.6$, $g_0 = 0.5$, $\rho_0 = 10$, $I_b/I_d = 20$ 情况下, 暗孤子归一化强度的空间分布。可以看出, 在 G 取值范围内, 暗孤子的包络宽度随 o 光与孤子光 glass 系数比值的增加而变大。

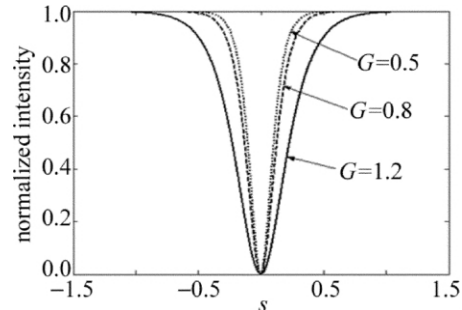
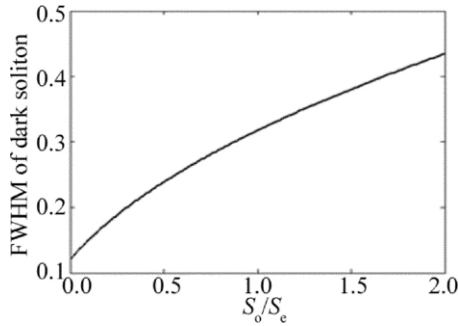
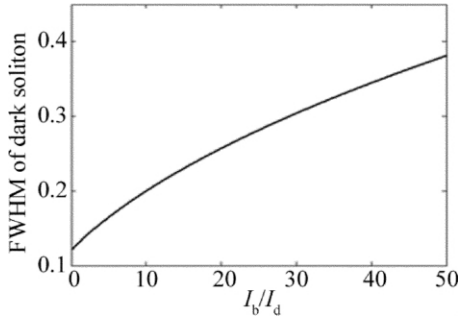


Fig. 4 Normalized intensity profile of spatial dark solitons

图5中给出的在参量 $\alpha = -355$, $\beta = 178$, $G = 0.8$, $g_0 = 0.5$, $\rho_0 = 10$ 时, 暗孤子的半峰全宽随 S_o/S_e 的变化关系。图6中给出的是 $\alpha = -355$, $\beta = 178$, $G = 0.8$, $S_o/S_e = 0.6$, $g_0 = 0.5$, $\rho_0 = 10$ 时, 暗孤子的半峰全宽随 I_b/I_d 的变化关系, 可以看出, 孤子的半峰全宽随 S_o/S_e

Fig. 5 FWHM of dark soliton as a function of S_0/S_e Fig. 6 FWHM of dark soliton as a function of I_b/I_d

或 I_b/I_d 的增加而变大。改变背景光与孤子光电离截面的比值或背景光强度与暗辐射强度的比值,只能对孤子的包络宽度产生影响,不能实现明暗孤子的转换。

3 空间明孤子解

对于空间明孤子 $\rho=0$ 。为了得到(8)式的明孤子解,令 $U=r^{1/2}y(s)\exp(iu\xi)$, $r=I(0)/(S_e I_b/S_e + I_d) = r_0/(1+\delta)$, $r_0=I(0)/I_d$, μ 是传播量的非线性位移, $y(s)$ 是归一化的实函数 ($0 \leq y(s) \leq 1$)。明孤子的边界条件为: $y(0)=1$; $y'(0)=0$; $y(s \rightarrow \pm\infty)=0$ 。把 U 的表达式及 $\rho=0$ 代入(12)式可得:

$$\frac{d^2 y}{ds^2} - 2uy - 2g\beta \frac{y}{1+ry^2} + 2\alpha \frac{[ry^2 - (g-1)\delta]}{1+ry^2} y = 0 \quad (16)$$

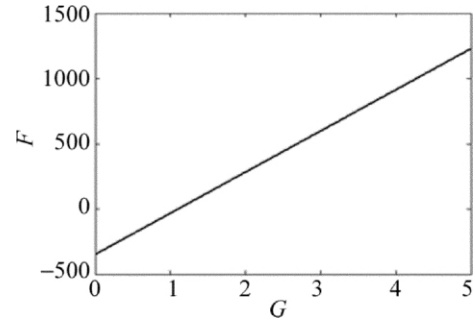
利用(16)式及相关的边界条件,归一化的明孤子包络 $y(s)$ 可由下式数值积分得到:

$$s = \pm \int_y^1 \left\{ \frac{2g\beta + 2\alpha[1 + (g-1)\delta]}{r} \times [\ln(1+\tilde{y}^2) - \tilde{y}^2 \ln(1+\tilde{r})] \right\}^{-1/2} d\tilde{y} \quad (17)$$

$$u = -\frac{g\beta + \alpha[1 + (g-1)\delta]}{r} \ln(1+\tilde{r}) + \alpha \quad (18)$$

显然只有当 $F = g\beta + \alpha[1 + (g-1)\delta] > 0$ 时,光伏光折变晶体中才能形成明孤子。

图7中给出了 $\alpha = -355$, $\beta = 178$, $S_0/S_e = 0.6$, $g_0 = 0.5$, $r_0 = 10$, $I_b/I_d = 20$, $F = g\beta + \alpha[1 + (g-1)\delta]$ 时随 G 的变化关系,由图中可以清楚地看出,当 $G >$

Fig. 7 F as a function of G

1.12 时,参量 $F > 0$,这时在晶体中才能形成明孤子。也就是说通过调节背景光与孤子光有效 g_{eff} 的比值,在晶体中可以实现暗孤子到明孤子的转换。这里出现明暗孤子转换时所对应的参量 $G = 1.12$ 的数值与暗孤子中 $G = 1.4$ 不同的原因是由于参量 N 和 F 表达式不同造成的。

图8中给出的是 $\alpha = -355$, $\beta = 178$, $S_0/S_e = 0.6$, $g_0 = 0.5$, $r_0 = 10$, $I_b/I_d = 20$ 时,明孤子的半峰全宽随 G 的变化关系,当 $0 < G < 1.12$ 晶体中不能形成明孤子;当 $G > 1.12$ 后,在 G 增加的过程中,明孤子的半峰全宽随 G 的增大而减小。

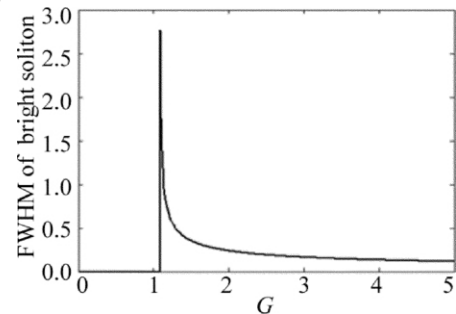
Fig. 8 FWHM of bright soliton as a function of G

图9中给出的是 G 分别为 1.5, 2.5, 3.5, $S_0/S_e = 0.6$, $g_0 = 0.5$, $r_0 = 10$, $I_b/I_d = 20$ 时,明孤子归一化强度的空间分布。在 G 有效范围内,明孤子的包络宽度随背景光与孤子有效 g_{eff} 系数的增加而减小。

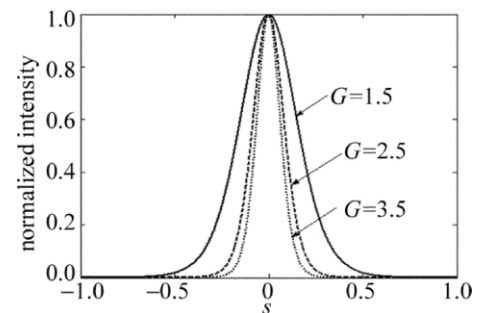


Fig. 9 Normalized intensity profile of spatial bright solitons

4 结论

建立了有分压电阻和偏振背景光的光折变屏蔽光伏空间孤子理论,得出了明和暗空间孤子的归一化

强度包络的数值积分解。在给定外加电场和光伏场的数值使晶体中形成暗孤子时,可通过改变 o 背景光与孤子光的有效 g_{lass} 系数之比在晶体中获得明孤子,改变 o 背景光与孤子光电离截面比值或 o 背景光强度与暗辐射强度的比值,只能使孤子的强度半峰全宽发生变化,并不能实现孤子的暗明转换。研究结果为在光折变晶体中实现暗孤子向明孤子的转换提供了一种全新的思路。

参 考 文 献

- [1] SEGEV M, CROSIGNANI B, YARIV A, *et al.* Spatial solitons in photorefractive media[J]. *Physical Review Letters*, 1992, 68(7): 923-926.
- [2] DUREE G C, SHULTZ J L, SALAMO G J *et al.* Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71(4): 533-536.
- [3] VALLEY G C, SEGEV M, CROSIGNANI B *et al.* Dark and bright photovoltaic spatial solitons[J]. *Physical Review*, 1994, A50(6): R4457-R4460.
- [4] TAYA M, BASHAW M, FEJER M M, *et al.* Observation of dark photovoltaic spatial solitons[J]. *Physical Review*, 1995, A52(4): 3095-3100.
- [5] CHRISTODOULIDES D N, CARVALHO M I. Bright, dark and gray spatial soliton states in photorefractive media[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1995, B12(9): 1628-1633.
- [6] SHIH M F, SEGEV M, VALLEY G C, *et al.* Observation of two-dimensional steady-state photorefractive screening solitons[J]. *Electron Letter*, 1995, 31(10): 826-827.
- [7] SHE W, LEE K K, LEE W K. Observation of two-dimensional bright photovoltaic spatial solitons[J]. *Physical Review Letters*, 1999, 83(16): 3182-3185.
- [8] LIU J S, LU K Q. Spatial solitaire wave in biased photovoltaic-photorefractive crystals[J]. *Acta Physica Sinica*, 1998, 47(9): 1509-1515(in Chinese).
- [9] LIU J S, LU K Q. Screening-photorefractive spatial solitons in biased photovoltaic-photorefractive crystals and their self-deflection[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1999, B16(4): 550-555.
- [10] HOU Ch F, LI Y, ZHANG X F, *et al.* Grey screening-photovoltaic spatial soliton in biased photovoltaic photorefractive crystals[J]. *Optics Communications*, 2000, 181(2): 141-144.
- [11] LIU J S. Universal theory of steady-state one-dimensional photorefractive solitons[J]. *Chinese Physics* 2001, 10(11): 1037-1042.
- [12] JI X M, JIANG Q Ch, WANG J L, *et al.* Grey screening photovoltaic spatial solitons in photorefractive crystal with a divider resistance in the external circuit[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, 39(10): 1867-1870(in Chinese).
- [13] HOU Ch F, PEI Y B, ZHOU Z X, *et al.* Spatial solitons in two-photon photorefractive media[J]. *Physical Review*, 2005, A71(5): 053817.
- [14] ZHANG G Y, LIU J S. Screening-photovoltaic spatial solitons in biased two-photon photovoltaic photorefractive crystals[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 2009, B26(1): 113-120.
- [15] JI X M, JIANG Q Ch, LIU J S. Screening-photovoltaic spatial soliton in two-photon photorefractive media[J]. *Laser Technology* 2010, 34(6): 816-818(in Chinese).
- [16] JI X M, JIANG Q Ch, LIU J S. Incoherently coupled spatial soliton pairs in biased centrosymmetric photorefractive media with a resistance[J]. *Laser Technology* 2011, 35(1): 70-73(in Chinese).
- [17] KUKHTAREV N V, MARKOV V B, ODULOV S G, *et al.* Holographic storage in electrooptic crystals[J]. *Ferroelectrics*, 1979, 22(1): 949-960.