

文章编号: 1001-3806(2012)05-0700-04

## 高斯光束的光谱传输特性分析

王 龙 沈学举\* 张维安 董红军

( 军械工程学院 光学与电子工程系, 石家庄 050003)

**摘要:** 为了研究光束的光谱传输特性, 根据广义惠更斯-菲涅耳原理, 推导了高斯光束光谱经自由空间和湍流大气传输的表达式, 并以中心频率为  $1.78 \times 10^{15}$  rad/s、谱宽为  $8.39 \times 10^{13}$  rad/s 的高斯光束为例进行了数值分析。结果表明, 高斯光束传输过程中,  $z$  轴附近光谱存在少量蓝移, 离轴距离增大到约为  $0.5w(z)$  时, 光谱由蓝移变为红移, 湍流效应对离轴较远点的谱移现象有比较明显的抑制作用, 而增大源光谱的带宽, 则会使谱移现象更显著; 计算  $1.78 \times 10^{15}$  rad/s 和  $1.75 \times 10^{15}$  rad/s 两束单色光传输 5000m 时传输截面上的光强分布发现, 对于某个横向位置, 源光谱中心频率激光的强度会比某个其它频率激光的强度小, 产生传输截面上的谱移现象, 谱移现象随各参量的变化规律可由高斯光束的束腰变化规律和湍流效应对光束的展宽效应进行解释。

**关键词:** 光谱学; 光谱移动; 大气湍流; 高斯光束

中图分类号: O436; P425.2

文献标识码: A

doi: 10.3969/j.issn.1001-3806.2012.05.032

## Analysis of spectral propagating properties of Gaussian beam

WANG Long, SHEN Xue-ju, ZHANG Wei-an, DONG Hong-jun

( Department of Optics & Electron Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

**Abstract:** In order to analyze the spectral propagating properties of laser beam, spectral propagation equations of Gaussian beam propagating through free space and turbulent atmosphere were derived according to the extended Huygens-Fresnel formula, and then numerical simulation was carried out for the beam with center frequency  $1.78 \times 10^{15}$  rad/s and bandwidth  $8.39 \times 10^{13}$  rad/s. Results indicate that when Gaussian beam propagating through free space and turbulent atmosphere, spectrum blue-shifted exists at the scopes of near-axis and red-shifted happens if the distance from  $z$ -axis increases to a critical value. Turbulent atmosphere has the ability to reduce spectrum shift for off-axis scope, and increase of spectrum bandwidth in source can make spectrum shift phenomena more obvious. Intensity distribution vertical to  $z$ -axis at 5000m for Gaussian beams with frequency  $1.78 \times 10^{15}$  rad/s and  $1.75 \times 10^{15}$  rad/s shows that, for a fixed position light intensity of center frequency becomes weaker than intensity of some other frequency, and this can leads to spectral shift, besides, the phenomena of spectral changing with some parameters can be explained with the theories of Gaussian beam propagation and turbulent atmosphere beam width-spreading effect.

**Key words:** spectroscopy; spectral shift; turbulent atmosphere; Gaussian beam

## 引 言

激光束的大气传输在光电对抗、跟踪和远距离光通信等应用中有非常重要的意义<sup>[1-3]</sup>。人们对激光大气传输研究的重点是大气对激光能量的衰减<sup>[4]</sup>以及湍流效应对光束相位和强度分布的影响<sup>[5-8]</sup>。最近的研究发现, 激光束通过大气传输时, 光束截面上的光谱分布相对源光谱有明显差异<sup>[2,9]</sup>, 但对光谱随各种因素变化规律和光谱变化的机理分析较少。本文中以高斯光束为例, 利用广义惠更斯-菲涅耳原理分析了光谱

传输过程中的谱移现象, 比较了自由空间和湍流大气中谱移现象随传输距离、束腰半径、源光谱带宽等参量的变化规律, 并给出了相应的物理解释。

## 1 理论分析

设高斯光束沿  $z$  轴传输, 坐标原点为束腰中心, 则  $z=0$  平面的交叉功率谱密度为<sup>[2]</sup>:

$$W_0(x_1, x_2, z=0, \omega) = S_0(\omega) \exp[-(x_1^2 + x_2^2)/w_0^2] \quad (1)$$

式中  $\omega$  为角频率,  $S_0(\omega)$  为源光谱,  $w_0$  为高斯光束的腰斑半径。

根据广义惠更斯-菲涅耳原理<sup>[2,10]</sup>, 光束经湍流大气传输  $z$  距离处的交叉谱密度函数为:

$$W(x_1, x_2, z, \omega) = k/(2\pi z) \times$$

作者简介: 王 龙(1985-), 男, 博士研究生, 主要从事光电对抗技术的研究。

\* 通讯联系人。E-mail: shxjoptics@yahoo.com.cn

收稿日期: 2011-11-28; 收到修改稿日期: 2011-12-19

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1' dx_2' W_0(x_1', x_2', z=0, \omega) \times \exp\{ [ik/(2z)] [(x_1'^2 - x_2'^2) - 2(x_1 x_1' - x_2 x_2') + (x_1^2 - x_2^2)] \} \times \langle \exp[\phi(x_1', x_1) + \phi^*(x_2', x_2)] \rangle \quad (2)$$

式中  $k = \omega/c$   $c$  为真空中的光速,  $\phi(x', x)$  表示大气湍流对球面波影响的随机相位因子,  $\langle \rangle$  表示湍流大气统计系综平均,  $*$  表示复共轭。采用 Rytov 相位结构函数, 当  $x_1 = x_2$  时有<sup>[2]</sup>:

$$\langle \exp[\phi(x_1', x_1) + \phi^*(x_2', x_2)] \rangle \cong \exp[-(x_1' - x_2')^2 / \rho_0^2] \quad (3)$$

式中,

$$\rho_0 = (0.545 C_n^2 k^2 z)^{-3/5} \quad (4)$$

式中  $C_n^2$  为大气湍流折射率结构常数, 表征湍流强弱, 典型值为  $(10^{-12} \sim 10^{-18}) \text{ m}^{-2/3}$ 。

令  $x_1 = x_2 = x$  将 (1) 式和 (3) 式代入 (2) 式, 得高斯光束经湍流大气传输后在  $z$  处垂直于  $z$  轴截面上的光谱分布为:  $S(x, z, \omega) = W(x, x, z, \omega) = k S_0(\omega) / (2\pi z) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{ -[1/w_0^2 + 1/\rho_0^2 - ik/(2z)] x_1'^2 - (ikx/z - 2x_2'/\rho_0^2) x_1 \} \exp\{ -[1/w_0^2 + 1/\rho_0^2 + ik/(2z)] x_2'^2 + ikx x_2'/z \} dx_1' dx_2'。$

令:

$$\beta_1^2 = \frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} - \frac{ik}{2z} \quad \beta_2^2 = \frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{ik}{2z} - \frac{1}{\beta_1^2 \rho_0^4} q_1 = \frac{ikx}{z} - \frac{2x_2'}{\rho_0^2} \quad q_2 = \frac{ikx}{z} - \frac{ikx}{2\beta_1^2 \rho_0^2} \quad (5)$$

两次利用积分公式<sup>[10]</sup>:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta^2 x^2 \pm qx} dx = \exp[q^2/(4\beta^2)] \sqrt{\pi}/\beta \quad (6)$$

得:

$$S(x, z, \omega) = S_0(\omega) [k/(2z\beta_1\beta_2)] \times \exp\{ -[k^2/(2z^2\beta_1^2\beta_2^2)] (x^2/w_0^2) \} \quad (7)$$

当  $C_n^2 = 0$  即经自由空间传输时, (5) 式简化为:

$$\beta_1^2 = \frac{1}{w_0^2} - \frac{ik}{2z} \quad \beta_2^2 = \frac{1}{w_0^2} + \frac{ik}{2z} \quad (8)$$

(7) 式即为高斯光束经大气传输后的光谱表达式, 是关于源光谱、湍流折射率结构常数、腰斑半径、传输距离以及离轴距离的函数。分别将 (7) 式与 (5) 式或 (8) 式联立, 作为研究高斯光束经湍流大气和自由空间光谱传输特性的计算依据。

## 2 数值模拟和分析

设归一化源光谱  $S_0(\omega)$  为高斯型:

$$S_0(\omega) = \exp[-(\omega - \omega_0)^2 / (2\Gamma^2)] \quad (9)$$

式中  $\omega_0$  为中心频率,  $\Gamma$  为源光谱带宽。为便于讨论谱移特性, 用  $\delta\omega$  表示光谱最大值所对应频率与源光谱中心频率的差值, 分别定义归一化光谱和相对光谱位移为:  $S(\omega) = S(x, z, \omega) / S_{\max}(x, z, \omega_{\max})$  和  $\delta\omega/\omega_0 = (\omega_{\max} - \omega_0) / \omega_0$ 。其中  $S_{\max}(x, z, \omega_{\max})$  和  $\omega_{\max}$  分别为观察点  $(x, z)$  处的光谱最大值及其对应的频率。

坐标原点位于高斯光束束腰中心时, 腰斑半径为  $w_0$  的光束经自由空间传输距离  $z$  时的光斑半径<sup>[11]</sup> 为  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z^2 \lambda^2) / (\pi^2 w_0^4)}$ , 能量分布在离轴距离  $x \leq \sqrt{5} w(z)$  的范围内<sup>[11]</sup>。鉴于光斑半径  $w(z)$  受腰斑半径  $w_0$ 、激光频率  $\omega$  和传输距离  $z$  等参量的影响, 分析中采用  $\omega_0$  对应的  $w(z)$ , 用  $x/w(z)$  表示考察点的离轴距离, 且只讨论  $x/w(z) \leq 2$  范围内的谱移特性。

对波长  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$  的激光  $\omega_0 = 1.78 \times 10^{15} \text{ rad/s}$ , 若取其谱宽  $\Delta\lambda = 50 \text{ nm}$ , 则  $\Gamma = 8.39 \times 10^{13} \text{ rad/s}$ , 计算中取  $w_0 = 0.001 \text{ m}$ 。

图 1a 和图 1b 为根据 (7) 式做出的高斯光束经自由空间和湍流大气传输 5000m 时垂直于传播方向上的归一化光谱曲线, 并根据 (9) 式做出源光谱曲线  $S_0(\omega)$  用作参考, 相关参量取值为  $C_n^2 = 0$  和  $C_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $x=0$  和  $x=1.5w(z)$ 。

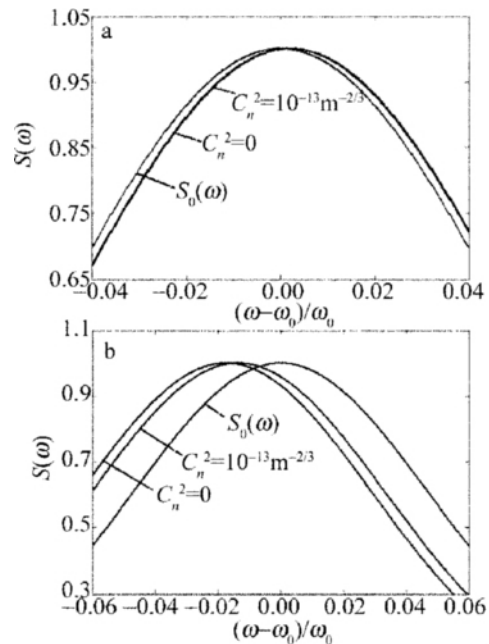


Fig. 1 Normalized spectra at the position of  $z = 5000 \text{ m}$   
a—normalized on-axis spectra b—normalized off-axis spectra

图 1a 表明, 对于轴上点,  $C_n^2$  为 0 和  $10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$  的两条  $S(\omega)$  曲线重合, 相对于  $S_0(\omega)$  向高频方向发生少量移动。这说明高斯光束经自由空间和湍流大气传输时, 轴上点光谱都存在少量的蓝移现象, 且湍流效应对轴上点谱移现象的影响不明显。图 1b 表明, 对于离轴点,  $C_n^2$  为 0 和  $10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$  时的  $S(\omega)$  曲线不重合, 相对

于  $S_0(\omega)$  向低频方向明显移动,且  $C_n^2=0$  的谱线移动量更大,即高斯光束在自由空间和湍流大气传输时,离轴点光谱存在明显的红移现象,且湍流效应对离轴点的红移现象有明显的抑制作用。

为分析  $z$  处传输截面上的横向谱移特性,根据(7)式做出不同湍流强度、不同传输距离、不同腰斑半径和不同源光谱带宽情况下相对谱移随离轴距离的变化曲线,如图2a~图2d所示。图2说明,高斯光束经自由空间和湍流大气传输时,在  $z$  轴附近范围,光谱存在少量蓝移,蓝移量随离轴距离的增大逐渐减小;离轴距离继续增大到某一临界值( $x/w(z) \approx 0.5$ )时,光谱由蓝移变为红移,且红移量随离轴距离的增加而变大。湍流效应的增强对  $z$  轴附近点的谱移现象影响不大,但

可使离轴较远点的谱移量明显减小。高斯光束在自由空间传输时,不同传输距离和腰斑半径对应情况下传输截面上的谱移曲线基本重合,改变传输距离和光束腰斑半径对传输截面上的谱移特性影响不明显;而其在湍流大气传输时,对  $z$  轴附近的区域,改变传输距离和光束腰斑半径对传输截面上谱移特性影响不大,但对离轴较远点,增大传输距离和腰斑半径却使谱移量明显减小。高斯光束不管是在自由空间还是湍流大气中传输,增大源光谱的带宽,都会使  $z$  轴附近区域光谱的蓝移和离轴较远点光谱的红移现象更显著。

### 3 物理解释

腰斑半径为  $w_0$ , 光谱有一定带宽的高斯光束可看作是若干单色高斯光束的集合,每个单色光束在  $z=0$  平面上的腰斑半径都为  $w_0$ , 强度的横向分布满足高斯形式;不同单色光束的功率之间又满足(9)式描述的高斯规律。各单色光束独自传输距离  $z$ , 在传输截面上形成尺寸为  $w(z)$ , 强度横向分布仍满足高斯规律的光斑; $z$  处截面上的总光强分布为各个单色光斑的非相干叠加。腰斑半径为  $w_0$ , 波长为  $\lambda$  的高斯光束,传输距离  $z$  时满足<sup>[11-12]</sup>:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z^2 \lambda^2) / (\pi^2 w_0^4)} \quad (10)$$

$$w_t(z) = \sqrt{[w^2(z) + 4.38 C_n^2 l_0^{-1/3} z^3]} \quad (11)$$

(10)式和(11)式分别为高斯光束在自由空间和湍流大气中传输距离  $z$  时腰斑半径表达式,其中  $l_0$  为湍流的内尺度,一般为 mm 量级。设  $P$  为  $z$  处截面上入射激光的功率,则该平面上任意点的光强为<sup>[13]</sup>:

$$I(x, z) = 2P / [\pi w^2(z)] \exp[-2x^2 / w^2(z)] \quad (12)$$

假设中心频率  $\omega_0$  的单色光束的功率为 1, 根据(9)式可以求任意频率  $\omega$  单色光束的功率,再假设(9)式描述的单色光束在传输过程中按相同规律衰减,根据(10)式~(12)式可计算各单色光束在  $z$  处截面上的强度分布。

取  $\omega_0 = 1.78 \times 10^{15}$  rad/s,  $\Gamma = 8.39 \times 10^{13}$  rad/s,  $\omega = 1.75 \times 10^{15}$  rad/s (对应波长  $\lambda = 1.07 \mu\text{m}$ ),  $w_0 = 0.001 \text{ m}$ ,  $z = 5000 \text{ m}$  根据(9)式、(10)式和(12)式做出传输截面上两单色光束的横向强度分布,如图3所示。图中的  $w(z)$  由中心角频率  $\omega_0$  对应的波长求得。图3表明,两单色光束传输 5000m 时横向光强分布不同,光轴附近范围  $1.06 \mu\text{m}$  光的强度比  $1.07 \mu\text{m}$  光的强度大,如图3a所示;但在离轴较远区域  $1.07 \mu\text{m}$  光的强度却比  $1.06 \mu\text{m}$  光的强度大,如图3b所示。这说明高斯光束在空间传输一定距离后的截面上,对于某个横

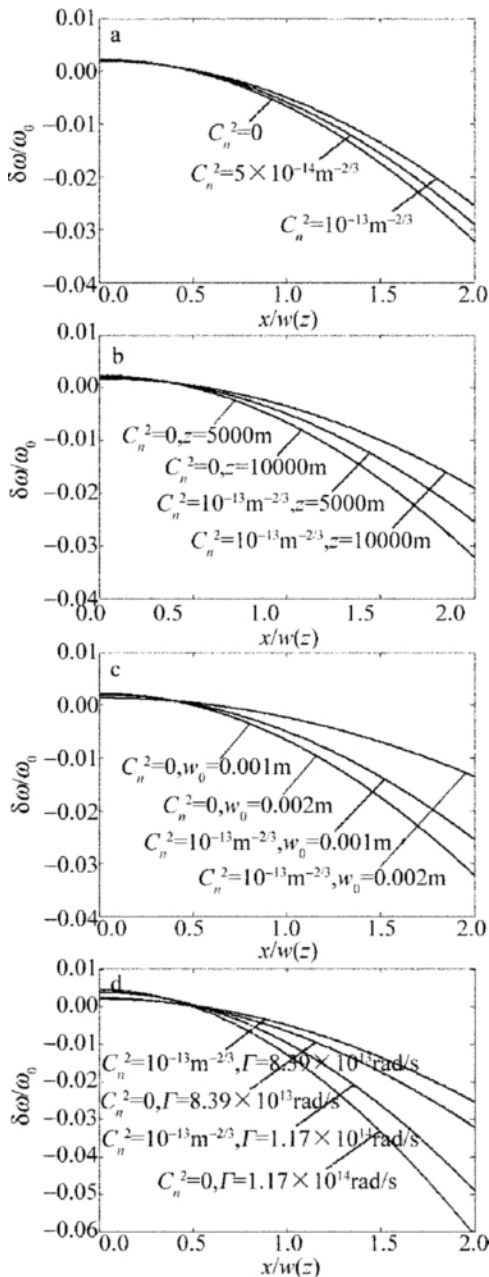


Fig. 2 Relative spectral shift versus transverse coordinate

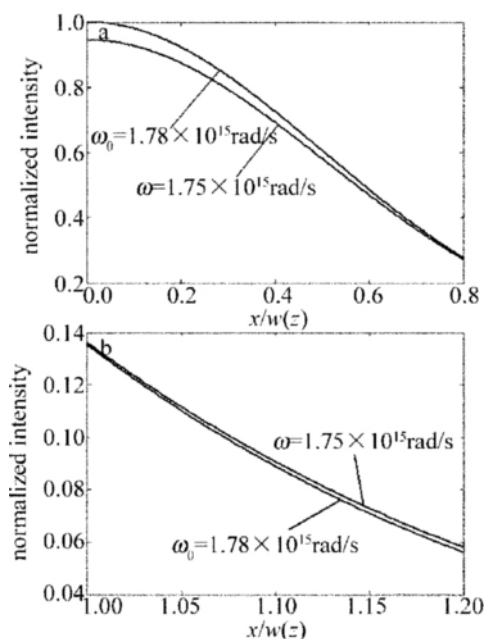


Fig. 3 Intensity distribution of different frequency laser at vertical transmission direction

向位置,源光谱中的中心频率激光强度会比某个其它频率激光的强度小,产生传输截面上的谱移现象。

谱移产生的原因是各单色高斯光束在空间传输距离 $z$ 后光斑大小 $w(z)$ 不同。(10)式表明,光斑随单色光波长的增大而增大,长波长单色光在传输截面上的分布范围更大,横向强度衰减速度慢,短波长单色光集中分布在光轴附近,横向强度衰减速度快,因此,在传输截面上光轴附近区域光谱存在蓝移,而离轴较远点产生红移现象。(11)式表明,湍流效应使传输截面上不同单色光光斑尺寸的差异减小,故湍流效应可抑制谱移现象。经自由空间传输时,高斯光束束腰半径、传输距离的改变对传输截面上不同单色光光斑尺寸差异的影响较小;而湍流效应对光束的展宽作用,使束腰半径、传输距离的改变对传输截面上各单色光光斑尺寸差异的影响较大,故经自由空间传输时,束腰半径和传输距离的改变对谱移特性影响不大,而高斯光束经湍流大气传输时,增大束腰半径和传输距离使谱移减小。另一方面,(9)式说明,增大源光谱的带宽使中心频率附近不同单色光之间的功率更接近,这导致传输截面上的谱移现象更显著。

#### 4 结 论

以高斯光束为例,根据广义惠更斯-菲涅耳原理,推导了高斯光束在自由空间和湍流大气中光谱传输的表达式,分析发现,高斯光束经自由空间和湍流大气传输时,在光轴附近和离轴较远的区域,分别存在光谱蓝移和红移现象,湍流效应对谱移有抑制作用,且随离轴距离的增大而变强;在自由空间传输时,改变束腰半径

和传输距离对传输截面上的谱移特性影响不大;而在湍流大气传输时,增大束腰半径和传输距离可明显减小传输截面各点的谱移量,源光谱带宽是影响谱移特性的重要因素,增大源光谱带宽可使光束不管是在自由空间还是湍流大气中传输时的谱移现象更明显。在定量分析谱移特性随湍流强度、传输距离、束腰半径和源光谱带宽变化规律的基础上,将光谱有一定带宽的高斯光束看作是若干单色高斯光束的集合,用高斯光束的传输理论和湍流效应对光束的展宽效应对高斯光束传输过程中的谱移现象,以及谱移特性随湍流强度、传输距离、束腰半径和源光谱带宽变化的机理进行了解释。

#### 参 考 文 献

- [1] XING J B, XU G L, ZHANG X P, *et al.* Effect of the atmospheric turbulence on laser communication system [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, 34(12): 1850-1852 (in Chinese).
- [2] JI X L, ZHANG T, CHEN X W, *et al.* Spectral properties of flat-topped beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(1): 12-16 (in Chinese).
- [3] ZHAO Y J, WANG J A, REN X Ch, *et al.* Effect of the atmospheric turbulence on the bit error rate of laser communication among the ships [J]. *Laser Technology*, 2010, 34(2): 261-264 (in Chinese).
- [4] ZHAO Zh W, WU Zh S, SHEN G D, *et al.* Attenuation due to fog for 10.6  $\mu\text{m}$  wavelength [J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waves* 2002, 21(2): 95-98 (in Chinese).
- [5] RAO R Zh, WANG Sh P, LIU X Ch, *et al.* Experimental study of spot dancing of laser beam in a turbulent atmosphere [J]. *Chinese Journal of Lasers* 2000, 27(11): 1011-1015 (in Chinese).
- [6] YANG A L, LI J H, LÜ B D. A comparative study of the beam-width spreading and angular spread in atmospheric turbulence [J]. *Acta Physica Sinica* 2009, 58(4): 2451-2459 (in Chinese).
- [7] QU J, YUAN Y Sh, MENG K, *et al.* Axial intensity distribution of limited Laguerre-Gaussian beams in turbulent atmosphere [J]. *Laser Technology*, 2010, 34(1): 141-144 (in Chinese).
- [8] XU G Y, WU J, YANG Ch P, *et al.* Simulation and optical scintillation research of Gaussian beam in atmosphere turbulence [J]. *Laser Technology* 2008, 32(5): 548-550 (in Chinese).
- [9] JI X L, LÜ B D. Effect of turbulence on the spectral shift of partially coherent light [J]. *Chinese Journal of Lasers* 2005, 32(4): 506-510 (in Chinese).
- [10] SHEN X J, WANG L, SHEN H B, *et al.* Propagation analysis of flattened circular Gaussian beams with a misaligned circular aperture in turbulent atmosphere [J]. *Optics Communications*, 2009, 282(24): 4765-4770.
- [11] ZHOU T Zh, DENG L G. Gaussian beam  $z$ -scan diffraction theory model for the strong nonlinear absorption materials [J]. *High Power Laser & Particle Beams*, 2004, 16(6): 721-725 (in Chinese).
- [12] WANG L L. Numerical calculate and simulation analyze oriented atmosphere laser communication system [D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2006: 18 (in Chinese).
- [13] DENG L G, LI Y L, SU W Y, *et al.* Effects of the medium location and the beam-waist radius on the operating performances of the refractive optical limiting devices [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2004, 21(4): 434-439 (in Chinese).