2004年6月

文章编号: 1001 3806(2004) 03 0293 03

# 多级石英延迟器件相位延迟差研究

马建玲1,2,李国华2

(1. 泰山学院物理系,泰安271000; 2. 曲阜师范大学激光研究所,曲阜273165)

摘要:利用光在双折射晶体中传播遵循的规律,给出了斜入射光束在两个特殊截面(光轴平行于入射面和光 轴垂直于入射面)上的相位延迟的计算公式和小角入射的近似处理。从理论上定量给出方位变化与延迟量变化的 关系,从而为延迟器件的调整和正确使用提供理论依据。

关键词: 延迟器件; 位相延迟差; 特殊截面; 小角入射 中图分类号: 0734 文献标识码: A

# Study of phase retardation of multilevel quartz phase retarder

MA Jian ling<sup>1, 2</sup>, LI Guo-hua<sup>2</sup>

(1. Department of Physics, Taishan University, Taian 271000, China; 2. Institute of Laser Outri Normal University, Qufu 273165, China)

**Abstract:** In this paper, the approximate treatment of phase retardation's acculation formula and small angle incidence when light incidents obliquely in two special sections is given. For the relation between the change of placement and that of retardation is given in theory, we have the theoretical basis to adjust and use correctly phase retarder.

Key words: retarder; phasic difference; special section; small angle incidence

## 引 言

延迟器件也称波片, 是偏光技术中的重要器件 之一, 一般情况下, 用于准直偏振光束入射。而常用 的石英晶体波片, 加工难度大, 延迟量对温度变化敏 感, 从而带来波片的使用误差。按国际产品指标, 这 种延迟偏差应控制在 5% 之內。有关文献中只是从 定性的角度给出了改变光对波片的入射方位, 以达 到消除波片误差的目的, 其特点是比较直观。这种 定性的调整虽然对消除延迟偏差很有效, 但对智能 调控和实验结果的误差分析等却难以完成理论方面 的研究。为此, 作者利用光在晶体中传播遵循的规 律, 给出了斜入射光束在延迟器件两个特殊截面上 的位相延迟的计算公式及近似处理<sup>[1]</sup>, 以满足精确 应用和测量的需求。

## 1 光线传播方向

一平面偏振光斜入射到波片的表面上, 取光线

作者简介:马建玲(1966),女,副教授,现主要从事基础 物理等方面的教学和研究。

E-mail: mjl378@ sohu.com

收稿日期: 2003 06 23; 收到修改稿日期: 2004 01-05

「与波片表面的交点为坐标原点,以光线的入射面为 *x-y* 平面,以晶体表面为 *x-z* 平面,建立坐标系如图 1 所示。波片晶体光轴与波片表面平行,设与 *x* 轴的夹 角为 θ,则当光线的入射角为 α 时,由于晶体的双



Fig. 1 Polarized light's birefringence in retardation sheet 折射,光线在晶体内分为两束,即 o 光和 e 光,根据 菲涅耳定理,其传播规律为:

$$\sin \alpha = n_0 \sin \varphi = n_e' \sin \psi \qquad (1)$$

式中,  $\varphi$  为 o 光的折射角,  $\psi$  为 e 光的折射角。 $n'_{e}$ 为 e 光的折射率:  $n'_{e} = \frac{n_{o}n_{e}}{\sqrt{n_{e}^{2}\cos^{2}\beta + n_{o}^{2}\sin^{2}\beta}}$  (2)

式中, *n*<sub>e</sub>, *n*<sub>o</sub>为晶体的两个主折射率, β为 e 光的波 法矢与光轴之夹角。

用惠更斯作图法,可求出非常光线进行方向的 解析表达式<sup>[2]</sup>,由此可知 e 光线的方向余弦为:当  $\theta=0$ 或  $\pi$ ,即光轴平行于入射面时, $\bar{S}_{el}(x_1/r_1, y_1/r_2)$ 

1

$$r_{1}, z_{1}/r_{1}),$$
 当  $\theta = \pi/2,$  即光轴垂直于入射面时,  $\bar{S}_{e2}$   
 $(x_{2}/r_{2}, y_{2}/r_{2}, z_{2}/r_{2}),$  其中:  $x_{1} = \frac{\sin\alpha}{n_{0}^{2}}, y_{1} = -\frac{\sin\alpha}{n_{e}n_{0}} \times \sqrt{\frac{n_{0}^{2}}{N_{s}\ln^{2}\alpha} - 1}, z_{1} = 0, r_{1} = \sqrt{\frac{1}{n_{e}^{2}} + \frac{1}{n_{0}^{2}} \sin^{2}\alpha} \left(\frac{1}{n_{0}^{2}} - \frac{1}{n_{e}^{2}}\right);$   
 $x_{2} = \frac{\sin\alpha}{n_{e}^{2}}, y_{2} = -\frac{\sin\alpha}{n_{e}^{2}} \sqrt{\frac{n_{e}^{2}}{\sin^{2}\alpha} - 1}, z_{2} = 0, r_{2} = \frac{1}{n_{e}^{\circ}}$ 

- 延迟器件在两个特殊截面上的位相延迟 及近似处理
- **2.1** 双折射波片在两个特殊截面上的位相延迟 光路如图 2 所示。



Fig. 2 Phasic difference between ordinary light and extraordinary light

ο 光传播方向的单位矢为:  $\vec{O}$  (sin α/  $n_0$ ) -  $\sqrt{1-\sin^2 \alpha/n_0^2}$ , 0);其光程为:

 $n_0 \cdot l_{AO} = n_0^2 d / \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha}$  (3 式中, *d* 为波片厚度, *l<sub>AO</sub>*为 o 光在波片中走的路程。 e 光线的光程为:

$$n'_{e}m_{BO} + n_{BE} = -n'_{e} d\vec{r} + q_{AB} \sin \alpha \qquad (4)$$

式中, *m<sub>BO</sub>*为 e 光在波片中走的路程; *q<sub>AB</sub>*为 o 光, e 光出射点 *A*, *B* 的间距; *n<sub>BE</sub>* 为*B*, *E* 两点间距, 由于:

$$q_{AB}^{2} = l_{OA}^{2} + m_{OB}^{2} - 2l_{OA} \cdot m_{OB} \cos(O, S_{e}) = d^{2} \left[ \frac{n_{o}^{2}}{n_{o}^{2} - \sin^{2}\alpha} + \frac{r^{2}}{y^{2}} + 2\frac{n_{o}r}{y\sqrt{n_{o}^{2} - \sin^{2}\alpha}} \times \left( \frac{\sin\alpha}{n_{o}} \frac{x}{r} - \sqrt{1 - \frac{\sin^{2}\alpha}{n_{o}^{2}}} \frac{y}{r} \right) \right]$$
(5)

因此, 波片的位相延迟为:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e' \cdot m_{BO} + n_{BE} - n_o \cdot l_{AO}) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[ n_e' \cdot \left( -\frac{dr}{y} \right) + q_{AB} \cdot \sin \alpha - \frac{n_o^2 \cdot d}{\sqrt{n_o^2 - \sin^2 \alpha}} \right]$$
(6)

式中, 
$$n_{\rm e}' = \frac{n_{\rm o}n_{\rm e}}{\sqrt{n_{\rm o}^2 \sin^2\beta + n_{\rm e}^2 \cos^2\beta}} =$$

$$\begin{cases} n_{1} = \frac{n_{e}n_{o}}{\sqrt{n_{o}^{2}\cos^{2}\phi + n_{e}^{2}\sin\phi}} & ( \begin{tabular}{ll} \theta = 0 \begin{tabular}{ll} 0 \begin{tabular}{ll} \pi_{2} = & n_{e} \\ \mu_{2} = & n_{e} \\ \begin{tabular}{ll} \begin{tabular}{ll} \theta = & \frac{\pi}{2} \begin{tabular}{ll} \frac{3\pi}{2} \\ \theta = & \frac{\pi}{2} \begin{tabular}{ll} \frac{3\pi}{2} \begin{tabular}{ll} \frac{3\pi}{2} \\ \theta = & \frac{\pi}{2} \begin{tabular}{ll} \frac{3\pi}{2} \begin{tabular}{$$

2.2 近似处理及分析

在小角入射条件下( $\alpha \leq 5^{\circ}$ ), 取至  $\alpha^2$  项, 当光轴 平行于入射面时, 由上述分析知:

$$loa = \frac{d}{\cos \varphi} = \frac{d}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha / n_o^2}} \approx d\left[1 + \frac{\alpha^2}{2n_o^2}\right],$$
$$mob = -\frac{dn_1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha / n_o^2}} \approx d\left[1 + \frac{n_e^2 \alpha^2}{2n_o^4}\right],$$
$$\cos(\vec{O}, \vec{S}_{el}) = \left[\frac{\sin \alpha}{n_o} \frac{x_1}{r_1} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_o^2}} \frac{y_1}{r_1}\right] \approx$$
$$1 + \left[\frac{n_e}{n_o^3} - \frac{n_e^2}{2n_o^4} - \frac{1}{2n_o^2}\right] \alpha^2 \qquad (9)$$
$$\blacksquare(9)$$
 武代  $\lambda(5)$  武; (1) 武代  $\lambda(7)$  武分别得:

$$q_{AB} \approx \frac{d\alpha}{n_o^2} (n_o - n_e), n_1 \approx n_e \left( 1 + \frac{n_o^2 - n_e^2}{2n_o^2 n_e^2} \alpha^2 \right)$$
(10)

因此,

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_1 \cdot m_{BO} + q_{AB} \sin \alpha - n_0 l_{AO}) \approx \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_0) \left( 1 - \frac{\alpha^2}{2n_0^2} \right) = \delta_0 + \Delta \delta \quad (11)$$

式中,  $\delta_0 = (2\pi/\lambda) d(n_e - n_o)$ 为正入射时的位相延 迟,  $\Delta \delta = - \delta_0 \alpha^2 / 2n_o^2$ 为斜光束经过延迟器件的位 相延迟增量。

$$\vec{S}_{e2} = \vec{S}_{e2} \left[ \frac{x_2}{r_2}, \frac{y_2}{r_2}, \frac{z_2}{r_2} \right] = \vec{S}_{e2} \left[ \frac{\sin \alpha}{n_e}, -\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_e^2}}, 0 \right],$$
$$m_{OB} = -\frac{dr_2}{y_2} \approx d \left[ 1 + \frac{\alpha^2}{2n_e^2} \right], r_2 = \frac{1}{n_e},$$
$$\cos(\vec{O}, \vec{S}_{e2}) \approx \frac{\alpha^2}{n_o n_e} + \left[ 1 - \frac{\alpha^2}{2n_o^2} - \frac{\alpha^2}{2n_e^2} \right] (12)$$
將(12) 式代入(5) 式得:  $q_{AB} \approx \frac{d\alpha}{n_o n_e} (n_e - n_o)$ 。 因为

n<sub>2</sub>= n<sub>e</sub>, 所以:

而

$$\delta \approx \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_o) \left( 1 + \frac{\alpha^2}{2n_e n_o} \right) = \delta_0 + \Delta \delta,$$
$$\Delta \delta = \frac{\delta_0 \alpha^2}{2n_e n_o} \tag{13}$$

### 3 计算实例与实验验证

下面, 对一标准  $\lambda$ 4 石英波片( $\lambda$ = 6.328×10<sup>-4</sup> mm,  $n_0$ = 1.54264,  $n_e$ = 1.55170, d= 1.973mm<sup>[3]</sup>, 给 出随入射角  $\alpha$ (1°~ 5°) 变化的斜光束经过波片后的 位相延迟增量  $\Delta\delta$  的关系曲线。其中, 虚线表示斜 光束经过光轴垂直于入射面的石英波片的位相延迟 增量分布, 实线表示斜光束经过光轴平行于入射面 的石英波片的位相延迟增量分布。

从图 3 看出, 光轴平行于入射面(相当绕垂直



Fig.3 Curve about the gain of phase retardation and incident angle 于波片光轴转动),  $\Delta\delta$ 为负; 垂直天入射面(相当绕 平行于波片的光轴转动),  $\Delta\delta$ 为正, 即当偏振光准直 入射波片时, 稍微绕平行于光轴的轴转动波片, 其 延迟量增加; 绕垂直于光轴的轴转动波片, 其延迟量 减小。两者差异很大, 且随入射角变化敏感,  $\alpha$ 很小 的变化就引起 △δ很大的变化。而这正是在波片使 用中常采用的调整波片误差时的光学调整技术。

对石英多级片的使用要注意两点,温度灵敏度 和角度灵敏度, 两者都直接影响着波片的延迟差, 人 们恰恰借助角度灵敏度来调整波片的偏差,使延迟 量达到要求值。对按前面要求制作的 3 只 632. 8nm 的 1/4 波片进行了测量。在 25℃时, 其延迟量分别 为  $\delta_1 = 93^\circ 26'$ ;  $\delta_2 = 92^\circ 18'$ ;  $\delta_3 = 87^\circ 55'$ , 即 3 只波片 的延迟偏差分别为  $\Delta \delta_1 = + 3^{\circ} 26 : \Delta \delta_2 = + 2^{\circ} 18 :$  $\Delta \delta_3 = -2^\circ 5$ 。用转动波片进行校准,  $\Delta \delta_1$ 和  $\Delta \delta_2$ 为 正值,应绕垂直于波片光轴的轴转动,转角分别为  $\alpha_1 = 2^{\circ} 18'; \alpha_2 = 1^{\circ} 53'$ 。对  $\Delta \delta_3$  波片需绕平行于其光 轴的轴转动,实验转角为  $\alpha_3 = 1^\circ 47$ 。理论计算(或 从图3中查出)校准转角为: ɑí = 220'; ɑí = 1°48';  $\alpha'_{3} = 1^{\circ}36$ 。理论和实验的一致性完全在操作误差 范围内。理论研究为波片的正确使用带来很大方 便,使用时,如果测出波片的延迟偏差,利用图3的 关系曲线就可查出校准转角 α, 方便地对波片的延 迟偏差进行校准。



根据入射到波片上光束相对波片两种方位的变化,导出了位相差改变的定量表达式,同时做出了 Δδα的关系曲线,这对偏光技术中的正确使用延迟 器件,尤其对智能化自动测量,数据采集提供了可靠 的理论依据。

#### 参考文献

- [1] 肖胜安,李国华,李继仲.双折射波片用于发散光束的位相延迟研究[J].曲阜师范大学学报,1992,18(4):62~66.
- [2] 张之翔. 光的偏振 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1985. 55~ 61.
- [3] 金国藩,李景镇. 激光测量学 [M]. 北京: 科学出版社, 1998. 228 ~ 229.

#### (上接第292页)

## 3 结 论

综上所述,聚焦 AGSM 光束参数的变化是比较 复杂的,但总的来说,增大扭曲因子或者使空间相关 性变差都会减小透镜的聚焦作用,同时扭曲因子还 决定着光强分布的旋转方向。

#### 参考文献

- NEMES G. Measuring and handing general astigmatic beams [A]. Proc of the F st Workshop on Laser Beam Characterization [C], Madrid: Sσ ciedad Española de Optica, 1997. 325~ 358.
- [2] SIMON R, SUDARSHAN E C G, MUKUNDA N. Generalized ray in first-order optics: transformation properties of Gaussian Schell model fields [J]. Phys Rev, 1984, A 29: 3273~ 3279.
- [3] SIMON R, MUKUNDA N, SUDARSHAN E C G. Partially coherent beams and a generalized ABCD law [J]. Opt Commun, 1988, 65: 322 ~ 328.