文章编号: 1001-3806(2004)01-0111-02

# 复合波片的等效性理论分析

薛　冬, 李国华, 郑春红, 王　伟
(曲阜师范大学 激光研究所, 曲阜 273165)

摘要: 提出三元复合波片具有等效光轴, 二元波片无等效光轴, 但存在一个特殊角度可理解为等效光轴。

关键词: 复合波片; 等效快轴; 琼斯矩阵; 等效光轴
中图分类号: O436　　文献标识码: A

# Theoretical analysis of the fast axis' equivalence principle of composite wave-plate

*XUE Dong, LI Guo-hua, ZHENG Chun-hong, WANG Wei*
(Institute of Laser Research, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

**Abstract:** This paper makes a conclusion that there's equivalent fast axis in three-in-one composition wave-plate, and there's no equivalent fast axis in two-in-one composition wave-plate but have a special angle which can be taken for equivalent fast axis.

**Key words:** composite wave-plate; equivalent fast axis; Jones matrix; equivalent optical axis



## 引　言

用云母制做的 1/4 波片和 1/2 波片使用方便、价格便宜, 但要把云母劈裂成具有严格正确的厚度是比较困难的[1], 所以, 对复合波片的研究具有现实意义。李国华等给出了二元波片组合时满足的公式, 但这套公式不能说明其等效性[2]。现利用矩阵方法推导多元复合波片的通用公式, 并接合具体实例说明其等效快轴[3, 4]。

## 1　延迟器和旋光器的琼斯矩阵[5]

如果单轴又折射介质的光轴平行于光的入射表面, 两个主方向为 $U$, $V$(假定 $U$ 为快轴方向), 其琼斯矩阵为 $\boldsymbol{T}(\varphi)=\begin{bmatrix} e^{j\varphi/2} & 0 \\ 0 & e^{-j\varphi/2}\end{bmatrix}$, $\varphi$ 为其延迟量, 即 $V$ 方向分量落后于 $V$ 方向的相位。如果在位于如图 1 所示的 $x$-$O$-$y$ 坐标系来观测这个延迟器, 其琼斯矩阵变为:

$$\boldsymbol{M}(\varphi,\theta)=\boldsymbol{R}(-\theta)\,\boldsymbol{T}(\varphi)\,\boldsymbol{R}(\theta) \tag{1}$$

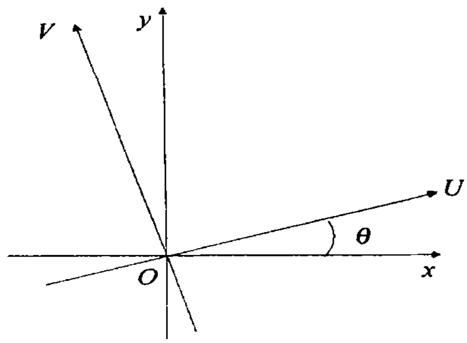

Fig. 1　Rotation of the coordenate

$$\boldsymbol{M}(\varphi,\theta)=\boldsymbol{R}(-\theta)\,\boldsymbol{T}(\varphi)\,\boldsymbol{R}(\theta)=$$
$$\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e^{j\varphi/2} & 0\\ 0 & e^{-j\varphi/2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}=$$
$$\begin{bmatrix}\cos\dfrac{\varphi}{2}+i\sin\dfrac{\varphi}{2}\cos2\theta & i\sin\dfrac{\varphi}{2}\sin2\theta\\ i\sin\dfrac{\varphi}{2}\sin2\theta & \cos\dfrac{\varphi}{2}-i\sin\dfrac{\varphi}{2}\cos2\theta\end{bmatrix}=$$
$$\cos\frac{\varphi}{2}\boldsymbol{I}+i\sin\frac{\varphi}{2}\boldsymbol{QR}(2\theta) \tag{2}$$

式中, $\boldsymbol{I}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$。

旋光角为 $\theta$ 的旋光器的琼斯矩阵为:

$$\boldsymbol{R}(-\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix} \tag{3}$$

作者简介: 薛　冬(1975-), 男, 硕士, 现从事偏光技术和偏光理论方面的研究工作。
E-mail: ghli@163169.net
收稿日期: 2003-01-17

## 2 三元复合波片分析[5]

由 3 个波片组成的延迟器件称三元复合波片，若它们的琼斯矩阵分别为 $\boldsymbol{M}_1(2\delta_1, \theta_1)$, $\boldsymbol{M}_2(2\delta_2, \theta_2)$, $\boldsymbol{M}_3(2\delta_3, \theta_3)$，不妨取第 1 片快轴为 $O$-$x$ 轴，即 $\theta_1 = 0$。则总矩阵为:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M} = {} & \boldsymbol{M}_3(2\delta_3, \theta_3)\boldsymbol{M}_2(2\delta_2, \theta_2)\boldsymbol{M}_1(2\delta_1, \theta_1) = \\ & [\cos\delta_3\boldsymbol{I} + \mathrm{i}\sin\delta_3\boldsymbol{QR}(2\theta_3)] \times \\ & [\cos\delta_2\boldsymbol{I} + \mathrm{i}\sin\delta_2\boldsymbol{QR}(2\theta_2)] \times \\ & [\cos\delta_1\boldsymbol{I} + \mathrm{i}\sin\delta_1\boldsymbol{QR}(0)] = \\ & \cos\delta_3\cos\delta_2\cos\delta_1\boldsymbol{I} - \cos\delta_3\sin\delta_2\sin\delta_1\boldsymbol{R}(-2\theta_2) - \\ & \cos\delta_2\sin\delta_3\sin\delta_1\boldsymbol{R}(-2\theta_3) - \\ & \sin\delta_3\sin\delta_2\cos\delta_1\boldsymbol{R}[2(\theta_2 - \theta_3)] + \\ & \mathrm{i}\boldsymbol{Q}\{\cos\delta_3\cos\delta_2\sin\delta_1\boldsymbol{I} + \\ & \cos\delta_2\cos\delta_1\sin\delta_3\boldsymbol{R}(2\theta_3) + \cos\delta_3\cos\delta_1\sin\delta_2\boldsymbol{R}(2\theta_2) - \\ & \sin\delta_3\sin\delta_2\sin\delta_1\boldsymbol{R}[2(\theta_3 - \theta_2)]\}\end{aligned} \tag{4}$$

为简化，可以采用 $\delta_1 = \delta_3$, $\theta_1 = \theta_3 = 0$。

这时(4)式化为:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M} = {} & (\cos2\delta_1\cos\delta_2 {}^{3}\!/ \sin2\delta_1\sin\delta_2\cos2\theta_2)\boldsymbol{I} + \\ & \mathrm{i}\boldsymbol{Q}[\cos\delta_2\sin2\delta_1\boldsymbol{I} + \cos^2\delta_1\sin\delta_2\boldsymbol{R}(2\theta_2) {}^{3}\!/ \\ & \sin\delta_2\sin^2\delta_1\boldsymbol{R}(-2\theta_2)]\end{aligned} \tag{5}$$

假设 3 片延迟器可以等效为一个纯延迟器，这时应有:

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{R}(-\theta)\boldsymbol{T}(2\delta)\boldsymbol{R}(\theta) \tag{6}$$

比较方程两边虚部实部有:

$$\cos\delta = \cos2\delta_1\cos\delta_2 {}^{3}\!/ \sin2\delta_1\sin\delta_2\cos2\theta_2 \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\tan2\theta = {} & \sin\delta_2\cos2\theta_2/(\sin2\delta_1\cos\delta_2 + \\ & \cos2\delta_1\sin\delta_2\cos2\theta_2)\end{aligned} \tag{8}$$

上面两式中 $2\delta$ 为复合波片的延迟量，$\theta$ 为复合波片快轴方向相对于第 1 片延迟器的方位角，$\theta_2$ 为第 2 片延迟器与第 1(或第 3)片延迟器快轴夹角。这两式说明(6)式的假设是成立的，即三元复合波片具有等效光轴，其方向可以精确求出，等效光轴的存在使复合波片的工作特性与单片波片完全一致。

云茂金等[3]给出了我所研制的由 2 个 1/4 波片和 1 个 1/2 波片组合成的三元复合 1/4 波片。把 $2\delta_1 = \pi/2$, $2\delta_2 = \pi$, $2\delta = \pi/2$, $\theta_2 = 3\pi/8$ 代入(7)，(8)两式，可以验证其正确性。

## 3 二元复合波片分析

若 2 片延迟器的琼斯矩阵分别为 $\boldsymbol{M}_1(2\delta_1, \theta_1)$, $\boldsymbol{M}_2(2\delta_2, \theta_2)$，不妨取第 1 片快轴为 $O$-$x$ 轴，即 $\theta_1 = 0$。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M} = {} & \boldsymbol{M}_2(2\delta_2, \theta_2)\boldsymbol{M}_1(2\delta_1, \theta_1) = \\ & \cos\delta_1\cos\delta_2\boldsymbol{I} {}^{3}\!/ \sin\delta_1\sin\delta_2\boldsymbol{R}(-2\theta_2) + \\ & \mathrm{i}\boldsymbol{Q}[\cos\delta_1\sin\delta_2\boldsymbol{R}(2\theta_2) + \sin\delta_1\cos\delta_2\boldsymbol{I}]\end{aligned} \tag{9}$$

这时无法像上一部分一样，求出其复合等效方向，这是因为如果 $\theta_2 \neq 0$，对于 $\delta_1$ 和 $\delta_2$ 到任何值，矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的本征态为偏振椭圆，并不存在如单波片似的本征方向，即不存在所谓的等效快轴[6]。周军等人[6]的理论表明，二元复合波片虽无等效光轴方向，但对线偏光的转换规律却是相同的，即当偏振光以某一特殊角度入射时，出射光仍为偏振光，但这时偏振光旋过了一定角度。这一特殊角度可理解为其等效快轴方向。

旋过一定角度后，延迟器可以等效为一个纯延迟器，这时(6)式变为(比较方程两边虚部实部有):

$$\sin w/\sin(w - 2\theta_2) = \tan\delta_1\tan\delta_2 \tag{10}$$

$$\begin{aligned}\cos\delta = {} & \cos\delta_1\cos\delta_2\cos w {}^{3}\!/ \\ & \sin\delta_1\sin\delta_2\cos(w - 2\theta_2)\end{aligned} \tag{11}$$

$$\tan2\theta = \frac{\cos\delta_1\sin\delta_2\sin(2\theta_2 - w) - \sin\delta_1\cos\delta_2\sin w}{\cos\delta_1\sin\delta_2\cos(2\theta_2 - w) + \sin\delta_1\cos\delta_2\cos w} \tag{12}$$

为便于理解，(9)式写成:

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{R}(-w)\boldsymbol{R}(-\theta)\boldsymbol{T}(2\delta)\boldsymbol{R}(\theta) \tag{13}$$

式中，$w$ 为等效波片的旋光角，$2\delta$ 为等效波片的延迟量，$\theta$ 为等效波片快轴方向相对于第 1 片延迟器的方位角。

苏美开等[4]给出了我所研制的由 1/4 波片和 1/2 波片组合成的二元复合 1/4 波片。把 $2\delta_1 = \pi/2$, $2\delta_2 = \pi$, $2\delta = \pi/2$, $\theta_2 = \pi/3$ 代入(10)式~(12)式，可以验证其正确性，并可以得到 $\theta = -\pi/3$, $w = 2\pi/3$，这是原文中没有论述的。由(1)式，(3)式，(13)式知，复合波片可以看成 1 个快轴方向为 $\theta$(相对于第 1 片快轴即 $O$-$x$ 轴)的 1/4 波片，和 1 个旋光角为 $w$ 的旋光器的组合，可以把 $\theta$ 理解为等效快轴方向，但出射光琼斯矢量要旋转角 $w$。

对于云母材料，由于直接解理获得准确厚度的单元波片较困难，可以利用上述公式设计二元复合波片及各种角度的偏振面旋转器，这对改善波片的精度是很有意义的。

参 考 文 献

[1] 李国华，苏美开，宋连科. 曲阜师范大学学报(自然科学版)，1990，16(3)：54.
[2] 李国华. 激光测量学. 北京：科学出版社，1998. 223.
[3] 云茂金，李国华，王 美. 光电子激光，2001，12(6)：562~564.
[4] 苏美开，李国华，宋连科. 激光技术，1996，20(1)：29~31.
[5] 魏光辉. 矩阵光学. 北京：兵器工业出版社，1995. 156~157.
[6] 周 军，程柱建，苏桂英. 光电子激光，2001，12(4)：368~378.