文章编号: 1001 3806(2004)01 0058 03

# 利用由折射率表示的权重因子研究多层介质镜

兰 岚,陈建国,林晓东,李大义(四川大学 光电科学技术系,成都 610064)

摘要:利用反射系数的递推表达式研究了弱吸收 1/4 波长(QW)多层介质镜的反射特性,引入了一个具有普适性的权重因子来定量描述镜子中各层对反射时延、反射率下降的贡献。为了方便使用,用介质折射率表示出了 权重因子,并以此讨论了折射率对反射时延及反射率下降的影响。

关键词: QW 多层介质镜;反射率;权重因子;反射时延 中图分类号: 0484.4<sup>+</sup>1 文献标识码: A

# Expressing weighting factor in terms of refractive index to study multi-layer mirrors

LAN Lan, CHEN Jian-guo, LIN Xiao-dong, LI Da-yi

(Department of Optσ electronics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract:** The recursion expression applicable to a quarter wave (QW) multi-layer dielectric film stack with weak absorptions has been used to study the reflection characteristics of morrors. A weighting factor has been introduced to quantify the contributions of each constituent layer to such mirror characteristics as the reflection delay, reflectivity reduction, etc. For convenience, the weighting factor has been expressed in terms of the refractive indices of the individual layers of the mirror, based on which the reflection delay and reflectivity reduction have been discussed thereafter.

Key words: quarter wave multi layer dielectric mirror reflect ivity; weighting factor; reflection delay

### 引 言

多层介质膜在激光领域中的用途十分广泛,虽 然薄膜技术已经达到比较成熟的阶段,然而一些与 超短超强光脉冲<sup>[1]</sup>相关的问题仍然吸引着相当多 的注意力。随着超短脉冲技术的快速发展,多层膜 的色散和破坏特性成为人们关注的焦点<sup>[2~6]</sup>。

在无损情况下, BABIC 等人<sup>[2]</sup> 对 1/4 波长 (QW) 多层介质镜在中心频率附近的反射特性进行 了仔细考查。在把反射系数写为  $\rho(\omega) \exp[i\phi(\omega)]$ 的形式后, BABIC 等人认定表达式中的  $\rho(\omega)$ 等于 中心波长的反射系数  $\rho(\omega_0), \phi(\omega)$ 与频率成正比。 在此基础上, 作者对 QW 镜的色散特性进行了解析 分析, 并且引入了反射时延和穿透深度等概念。

在本文中,利用反射系数的递推表达式研究了 由弱吸收介质镀制而成的 QW 镜的反射特性。在 证明了 BABIC 等人的假设后,引入了一个具有普适 性的权重因子来定量描述构成多层介质镜中各膜层 介质对总的反射时延、反射率下降等参量的贡献,并 且给出了介质的折射率表示的权重因子的表达式。 研究表明,如果 QW 镜的高折射率介质的折射率较 大,或低折射率介质的折射率较小,则权重因子相应 要小些,因此,反射时延及反射率下降也要小些。

#### 1 权重因子

考虑的镜子用(SHLHL ...A) 表示, 其中"S"表示 基底、"H"表示高折射率介质层、"L"表示低折射率 介质层、"A"为入射介质。在图 1 中给出了 m 层介 质镜的示意图。从基底到顶层, 分别令各层为第 0 层(基底)、第 1 层、...第 m 层(镜子的最顶端一层) 和第(m+ 1) 层(镜子的入射介质)。它们的复折射 率和几何厚度分别为  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , ... $\mu_m$ ,  $\mu_{m+1}$ 和  $d_1$ ,  $d_2$ , ... $d_m$ ,  $d_m$ , 处于  $z_j$  处的第j 层和第(j+ 1) 层之间的 界面称为第j 界面。光线从镜子的顶面垂直向下入 射。用  $r_j^-( ext{ or } r_j^+ )$ 和  $t_j^-( ext{ or } t_j^+ )$ 来表示折射率为  $\mu_j$ 和  $\mu_{j+1}$ 的两个半无限厚介质界面的反射系数和

作者简介: 兰 岚(1979), 女, 硕士研究生, 目前主要 从事光学薄膜及超短脉冲等方面的研究。

E mail: 111pinpang@ so hu.com

收稿日期: 2003-05-22; 收到修改稿日期: 2003-07-03



Fig. 1 Schematic of an *m*-layer dielectric mirror

透射系数, 上标" + "或" - "表示光线是沿正 z 还是 负 z 方向入射。当光线沿负 z 方向入射时, 由基底 加第 1 至第 j 介质层构成的膜堆的反射系数记为  $\theta^-$ 。照此定义, m 层镜子的反射系数就应该是  $\rho_m^-$ 。需要注意的是, 当 j < m 时,  $\theta^-$ 并不是由 j 层膜构成的镜子的反射系数, 因为此时第(j + 1)层 并不是介质" A", 这点在 BABIC<sup>[2]</sup>的文章中被忽视 了。此外, 由于基片厚度远大于膜堆厚度, 入射介质 又可认为是半无限的, 所以, 来自基底和入射介质远 端的反射可以忽略。

根据多光束干涉原理,可以导出递推式[7]:

由文献[8]可知:

$$r_{j} = (l_{j+1} - l_{j})/(l_{j+1} + l_{j})$$
(2)  

$$\hat{\mathbf{x}}_{j} \in \mathbf{x}_{j} \in \mathbf{x}_{j}$$
(2)  

$$l_{j} = n_{j} + iq_{j} \cdot 2\omega$$
(3)

式中,  $n_j$  和 $q_j$  分别为第j 层介质的折射率和吸收系数, c 为真空中的光速。在QW 膜堆中心频率  $\omega_0$  附近,  $D_j^2$ 可写为:

$$D_j^2 = \exp\left(i\pi \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right) \exp(i\pi - q_j d_j)$$
 (4)

按照讨论 QW 镜的色散等特性的惯用办法<sup>[2]</sup>,把  $r_j^{-}$ 和  $\theta^{-}$ 写成下边这种形式:

$$r_j = r_j \exp(i\theta_j)$$
 (5a)

$$\rho^{-} = \rho \exp(i\phi_{j} + \phi_{j})$$
 (5b)

式中, *r<sub>j</sub>*, θ<sub>j</sub>, θ<sub>j</sub>, ψ<sub>j</sub> 和 Ψ<sub>j</sub> 均为实数。其中, ψ<sub>j</sub> 为反射 相移, Ψ<sub>j</sub> 表征了吸收对反射系数的影响。对弱吸收 介质, (3) 式复折射率的虚部比实部小几个数量级, 则(2) 式近似有:

$$r_j = (n_{j+1} - n_j)/(n_{j+1} + n_j)$$
 (6a)

 $\theta_{j} = \frac{c}{\omega_{0}} \frac{n_{j} \alpha_{j+1} - n_{j+1} \alpha_{j}}{(n_{j+1} - n_{j})(n_{j+1} + n_{j})}$ (6b)
把(4)式代入(1)式后,在一阶近似下经过冗长但直

接的数学运算,光波频率在中心频率附近时,对 *j* ≥ 1 的情况可以导出以下递推公式:

$$\theta = \frac{(r_j - \theta_{-1})}{(\tau_j - \omega_0)}$$
(7a)

$$\mathbf{f} = \mathbf{I}_{j} \left[ \mathbf{\pi} \underbrace{\mathbf{\pi}}_{\boldsymbol{\omega}_{0}} + \mathbf{\Phi}_{j-1} \right] + \mathbf{K}_{j} \mathbf{\theta}_{j}$$
(7b)  
$$\mathbf{\Psi}_{i} = \mathbf{I}_{i} \left( \mathbf{\Psi}_{i-1} - \mathbf{\alpha}_{i} d_{i} \right)$$
(7c)

上面诸式中,

$$I_{j} = \frac{1 - r_{j}^{2}}{(1 - r_{j} \rho_{-1})(1 - r_{j} \rho_{-1})}$$
(8a)

 $K_j = I_j - (1 + r_j / \rho_{-1}) / (1 - r_j / \rho_{j-1})$  (8b) 从(7b)式可以看到,光线经多层 QW 镜反射后有一 个相移。考虑到 Φ<sub>0</sub>= θ<sub>0</sub>,由(7b)式可得:

$$\begin{split} & \Phi_m = \left( K_m \theta_m + I_m K_{m-1} \theta_{m-1} + I_m I_{m-1} K_{m-2} \theta_{m-2} + \cdots \right. \\ & + \\ & I_m I_{m-1} \cdots I_2 K_1 \theta_1 + I_m I_{m-1} \cdots I_1 \theta_0 \right) + \pi \left[ \left( \omega - \omega_0 \right) / \omega_0 \right] \times \end{split}$$

 $(I_m + V_m I_{m-1} + \dots + I_m I_{m-1} \dots I_1)$  (9) 在不考虑介质材料色散的情况下,(9)式中只有后一 项与频率成正比,这与 BABIC 等人<sup>[2]</sup>的假设一致。 由于反射时延正比于反射相移的一阶导数<sup>[3]</sup>,于是 可求得反射时延  $T_m$  为:

$$\overline{\mathbf{T}}_{m} = (\pi/\omega_{0})(I_{m} + I_{m}I_{m-1} + \dots + I_{m}I_{m-1} \dots I_{1})$$
(10)

用(5b) 式还可以导出:

$$R_m / R_m = \exp(2\,\Psi_m) \approx 1 + 2\,\Psi_m \qquad (11)$$

式中,  $R_{m_0}(= \rho_m^2)$ 为无损介质镜的反射率。再由 (7c)式可以求得:

$$\Phi_{m} = - \left[ I_{m} \alpha_{m} d_{m} + (I_{m} I_{m-1}) \alpha_{m-1} d_{m-1} + \dots + (I_{m} I_{m-1} \dots I_{1}) \alpha_{1} d_{1} \right]$$
(12)

 $\mathcal{M}(10)$ 式和(12)式,可以归纳出一个权重因子 $W_{m_i}$ :

$$W_{m_j} = \prod_{k=j}^m I_k \tag{13}$$

下标"m"表示反射镜为 m 层膜堆,"j"表示 m 层膜 镜中的第j 层。权重因子 W<sub>mj</sub>可以用来定量分析多 层介质镜中各层的作用。例如,在弱吸收引起介质 镜的反射率下降的情况下,反射率下降等于各层吸 收的加权求和,即由(11)式有:

$$-2 \varphi_m = 2 \sum_{j=1}^{m} W_{m_j} q_j d_j \qquad (14)$$

而在反射镜的反射时延中, 各层的贡献则分别为(π/ ω) 乘以各层的权重因子 Wm<u>~</u>即(10) 式可写为:

$$\tau_m = (\pi/\omega_0) \sum_{j=1}^{\infty} W_{m_j}$$
(15)

由此可见,权重因子 W<sub>m</sub>,可以作为研究介质镜各层

作用的重要参量。

2 由折射率表示的权重因子

由于通常人们知道的膜层参量是折射率,从实 用的角度来看,用折射率表示各膜层的权重因子更 为方便。在弱吸收介质中,由(6a)式和文献[8]可以 求得:

式中,  $n_{\rm S}$  为基底的折射率,  $n_{\rm H}$  和  $n_{\rm L}$  分别为高折射 率和低折射率介质的折射率。将(16a) 和(16b) 式代 入(8a) 式中, 在 j < m 时, 可以得到:

一般的高反镜的膜层数比较多, 在j 比较失时, 无论 j 为奇数还是偶数, (17) 式均可近似为:

$$W_{m_{m}} = I_{m} \approx \begin{cases} n_{\rm L} & m \in \mathbf{g} \\ 1/n_{\rm H} & (m \in \mathbf{g}) \end{cases}$$
(19)

将(18)式和(19)式代入到(13)式,就可以得到用折 射率表示的权重因子的表达式。总的来说, *n*H 较大 或是 *n*L 较小时,权重因子较小。

在图 2 中, 给出了(SHLHL ...A) 这种形式的镜 子每层的权重因子。其中, 图 2a 所用的镜子为 22 层, 而图 2b 所用的镜子为 21 层。镜子的基底的折 射率都为 1. 45, "H" 层分别为 HfO<sub>2</sub> (*n*<sub>H</sub>= 1. 9)、 ZrO<sub>2</sub>(*n*<sub>H</sub>= 2. 1)或 TiO<sub>2</sub>(*n*<sub>H</sub>= 2. 25), "L" 层为 SiO<sub>2</sub> (*n*<sub>L</sub>= 1. 45), 镜子的中心频率对应的中心波长为 1. 05µm。从图 2 中可以看到, 最顶上一层的权重因 子最大, 并且随着膜层序数的递减, 权重因子也在 减小; 当 *n*<sub>L</sub> 一定时, *n*<sub>H</sub> 越大, 权重因子越小; 在 *n*<sub>L</sub> 与 *n*<sub>H</sub> 不变的情况下, 具有奇数层(即顶层为高折射 率介质)的镜子的权重因子较小。从(19)式可以理 解偶数层的3种镜子最顶上一层的权重因子是相同 的,因为它们的 nL 是相同的,而奇数层的3种镜子 最顶上一层的权重因子则与 nH 成反比。



Weighting factors of individual layers of (a) 22 layer and (b) 21 layer mirrors

利用权重因子的表达式可以对弱吸收介质镜作 以下的讨论与分析。由(15)式即反射时延与权重因 子的关系可见, n<sub>H</sub> 越大或 n<sub>L</sub> 越小,反射时延越小。 在图 3 中作出了(SHLHL...A)镜子的反射时延



Fig. 3 Reflection delays vary with the index ratio  $n_{\rm H}/n_{\rm L}$  for a 21 layer mirror and a 22 layer mirror

与 n<sub>H</sub>/n<sub>L</sub> 的关系曲线。图中两种镜子的中心频率、 n<sub>s</sub>和 n<sub>L</sub> 与图 2 中的镜子相同。可以看到,反射时 延随着 n<sub>H</sub> 和 n<sub>L</sub> 的比值的增加而减小,而奇数层镜 子的反射时延比偶数层镜子小。从物理上看,当最 顶上一层为高折射率膜层时(即镜子为奇数层镜子), (下转第 64 页) 较发现<sup>[9]</sup>,后面两种方法在光栅中不能诱导相位移 动。相比之下,偏振控制法能够写入具有非均匀变 迹剖面的光栅,同时在一维扫描中具有相移,所以得 到该方法比二维扫描法更好。抖动法适合写入几个 相移的高级布喇格光栅,它主要的缺点是需要干涉 仪控制纤维与相位掩模间的相对位置,所以其对振 动较敏感且很难实现大刻度的产品。而偏振控制法 能够写入具有几个相移的高级光栅且对上述问题不 太敏感。但必须仔细地调整纤维到相位掩模间的距 离和偏振器的位置,因而,一旦调整后,对于紫外写 入几个相位移动的高级布喇格光栅而言,偏振控制 法就是一种既灵活又稳定的方法。

3 结 论

介绍了在光纤中紫外写入高级光栅的偏振控制 方法。它是利用紫外光在 s 和 p 偏振方向光束写入 两个折射率调制剖面间实现离散的 π 相移;考虑到 布喇格光栅的折射率调制幅度的连续变化以及几个 相移的写入,偏振器装在一个可旋转的平台上,用来 控制在两个方向上的紫外光强的比率;通过扫描速 度来确定诱导有效的折射率的变化,在曝光期间,扫 描速度应保持恒定。总之,使用该方法可以写入具 有相移和变迹剖面特点的布喇格光栅,通过对其光 谱特性进行分析,它是一种简单而又灵活的方法,具 有广泛的应用前景。对从事布喇格光栅制作的研究 具有一定现实指导意义。

#### 参考文献

- [1] HILL K O. A P L, 1978, 32(10): 647~ 649.
- [2] ASKINS C G. Opt L ett, 1992, 17(11): 833~ 835.
- $\label{eq:area} [3] \quad {\rm AR\,CHAM\,BAULT} \ J \ L. \ Electron \ L \ ett, \ 1993, \ 9(17): 1577 \sim \ 1578.$
- [4] COLE M J,LOH W H, LAMING R I et al. Electron Lett, 1995, 31: 1488~ 1489.
- [5] JENSEN J B, PLOUGMANM N, DEYERL H J et al. Opt Lett, 2002, 12: 1005~ 1006.
- [6] IBS EN M, DURKIN M K, COLE M J et al. Electron Lett, 1998, 34: 800~ 802.
- [7] KRISTENSEN M, Phys Rev, 2001, B64: 1442~ 1444.
- [8] RUSSELL R S ARCHAMBAULT J L, REEKIE L. Physics World, 1993, 6(10): 41~46.
- [9] KASHYAP R, SWANTON A, ARMES D J. Electron Lett, 1996, 32: 1226~ 1228.

#### (上接第60页)

入射的光在顶层被"立即"反射而并不进入高反射膜 堆的部分比偶数层镜子大,即进入膜层并经历时延 的光要少些,因此,反射时延也比偶数层镜子小。由 (14)式即反射率下降与权重因子的关系可知,反射 率下降同样也是随着 nH 和 nL 的比值的增加而减 小。如果选取镜子的 nH 越大或是 nL 越小,则反射 率下降就会越小。

## 3 结 论

利用具有弱吸收的 QW 介质镜的反射系数的 递推式,引入了一个具有普适性的权重因子来定量 描述镜子中各层的影响。从方便使用的角度,用介 质折射率表示出了权重因子,并以此讨论了折射率 对反射时延及反射率下降的影响。研究表明,对层 数较多的高反镜,若高折射率介质的折射率 n<sub>H</sub> 较 小, 或低折射率 n<sub>L</sub> 较大,则权重因子便会较大。如果 想使 QW 镜子的反射时延或反射率下降小些,在给 定吸收系数的情况下,可以选择奇数层反射镜,也可 以选择高低折射率比值 n<sub>H</sub>/n<sub>L</sub> 大的膜系。

#### 参考文献

- BRABEC T, KRAUSZ F. Rev Mod Phys, 2000, 72(2): 545 ~ 591.
- [2] BABIC D I, CORZINE S W. IEEE J Q E, 1992, 28(2): 514~ 524.
- [3] SZIPOCS R, KOHAZEKIS A, LAKO S et al. Appl Phys, 2000, B70:S51~ S57.
- [4] TIKHONRAVOVAV, BAU MEISTERPW, POPOVKV. Appl Opt, 1997, 36: 4382~ 4392.
- [5] TAKADA H, KAKEHATA M, TORIZUKA K. Appl Phys, 2000,
- B70: S189~ S192.[6] JASAPARA J, NAMPOOTHIRI A V V, RUDOLPH W et al.
- SPIE, 2001, 4347: 35~ 44.
  [7] WANG J, CHEN J. J Opt Commun, 1999, 20(1): 8~ 11.
- [8] BORN M, WOLF E. Principles of optics. London: Cambridge University Press, 1999. 65.