激光技术
LASER TECHNOLOGY
Vol.14, No.5

·中国光学学会第三届青年学术年会优秀论文·

原子在迭加态中的压缩效应*

周 鹏
（湖北省教育学院物理系，武汉）

彭金生
（华中师范大学物理系，武汉）

摘要：本文研究了二能级原子在与迭加态的多光子相互作用过程中的压缩效应，结果发现：在一定条件下，原子可以连续处在压缩状态。

Squeezed effects of an atom in superposition states

Zhou Peng
(Department of Physics, Hubei Province Education College)

Peng Jinsheng
(Department of Physics, Hauzhong Normal University)

Abstract: In this paper we have investigated the squeezed effects of a two-level atom interacting with superposition statesviathe multi-photon mechanism, that the atom may have been foreverly squeezed.

一、引 言

关于光场和原子的压缩效应[1~5]的研究，不仅进一步揭示了光场和物质的量子特性以及它们之间相互作用的本质；而且为它们在光通讯、引力波检测和原子频谱学等领域的广泛应用打下了基础。因而，一直倍受人们重视。理论和实验都表明许多非线性过程都可以产生压缩效应[1~5]。最近，Wodkiewicz等人研究发现[6]光场真空态与单光子数态或双光子数态的简单线性迭加也可以导致光场压缩。同时，他们还研究了这种迭加态与一、二能级原子的单光子相互作用；早些时候，我们也讨论了这种迭加态与一、二能级原子的双光子相互作用[7]，结果表明，光场仍然存在压缩。这里，我们直接推广这种迭加态到光场真空态与任意光子数态

* 国家自然科学基金资助。

的线性迭加，并讨论这种推广的迭加态（以下仍称迭加态）与一、二能级原子的多光子相互作用。我们发现：原子也存在压缩效应，而且在适当条件下，原子可以长期处于压缩状态。

二、原子与迭加态的相互作用

考虑一个二能级原子通过多光子跃迁与一单色光场相互耦合的系统。如果原子的能量算符和跃迁算符分别用Pauli矩阵S_3和$S\pm$表示；光场用光子的产生算符a^+和消灭算符a表示。则系统的Hamiltonian在旋波近似（RWA）下，可表成[8]。

$$H=\omega a^+a+\omega_0 S_3+\varepsilon_k\ (S_+a^k+a^{+k}S_-)\qquad (\hbar=1) \tag{1}$$

式中，ω是光场的频率，ω_0是原子的跃迁频率，对共振情况，$\omega_0=k\omega$，k是原子跃迁过程中吸收或发射的光子数，ε_k是原子与光场的耦合常数。

如果我们假定：初始时刻，原子处在基态，

$$|A\ (0)\rangle=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \tag{2}$$

光场由真空态$|0\rangle$与任意光子数态$|N\rangle$ （$N=1,\ 2,\ \cdots$）的线性迭加来表述：

$$|R(0)\rangle=C_0|0\rangle+C_N|N\rangle \tag{3}$$

式中，C_0和C_N分别是光场具有光子数为0和N的几率复振幅，它们满足归一化条件：

$$|C_0|^2+|C_N|^2=1 \tag{4}$$

根据文献〔9〕的计算结果，我们可知，在共振情况下，任意时刻系统的状态波函数可表为：

$$|\varphi(t)\rangle=e^{-iHt}|R(0)\rangle\otimes|A(0)\rangle$$

$$=\begin{pmatrix} -iC_N e^{-i\omega(N-k/2)t}\sin\sqrt{\dfrac{N!}{(N-k)!}}\varepsilon_k t|N-k\rangle \\ C_0 e^{-ik\omega t/2}|0\rangle+C_N e^{-i\omega(N-k/2)t}\cos\sqrt{\dfrac{N!}{(N-k)!}}\varepsilon_k t|N\rangle \end{pmatrix} \tag{5}$$

至此，我们便可以对系统进行全面研究。这里，我们只讨论原子的压缩效应。

三、原子的压缩效应

我们知道，在实际探测过程中，尽管使用相位灵敏探测器，也不能响应快速振荡的原子（或场）频率[6]，探测器只能响应缓慢变化的包络振幅。为和实际测量对应，我们定义两个缓变的原子偶极矩分量振幅算符：

$$S_1=\ (S_+e^{-i\omega_0 t}+S_-e^{i\omega_0 t})\ /2 \tag{6}$$

$$S_2=(S_+e^{-i\omega_0 t}-S_-e^{i\omega_0 t})/2i \tag{7}$$

它们满足对易关系：

$$[S_1, S_2] = is_3 \tag{8}$$

相应的测不准关系为

$$\langle(\Delta S_1)^2\rangle \cdot \langle(\Delta S_2)^2\rangle \geqslant \langle S_3\rangle^2/4 \tag{9}$$

式中，$\langle(\Delta S_i)^2\rangle = \langle S_i^2\rangle - \langle S_i\rangle^2 \quad (i=1,\ 2)$ (10)

是原子偶极矩分量的均方涨落。

若原子有压缩效应存在，则要求[3]：

$$\langle(\Delta S_1)^2\rangle < |\langle S_3\rangle|/2 \tag{11}$$

或 $\langle(\Delta S_2)^2\rangle < |\langle S_3\rangle|/2$ (12)

为讨论方便，我们定义一个反映原子压缩的量：

$$F_i = \langle(\Delta S_i)^2\rangle - |\langle S_3\rangle|/2 \qquad (i=1,\ 2) \tag{13}$$

利用态函数（5)式，不难求出下列原子算符的平均值，

$$\langle S_1\rangle = -|C_0C_N|\sin\sqrt{N!/(N-k!)}\,\varepsilon_k t \times \sin(N\omega t - \omega_0 t + \Delta\phi)\delta_{N-k,0} \tag{14}$$

$$\langle S_2\rangle = |C_0C_N|\sin\sqrt{N!/(N-k)!}\,\varepsilon_k t \times \cos(N\omega t - \omega_0 t + \Delta\phi)\delta_{N-k,0} \tag{15}$$

$$\langle S_3\rangle = |C_N|^2\sin^2\sqrt{N!/(N-k)!}\,\varepsilon_k t - 1/2 \tag{16}$$

$$\langle S_1^2\rangle = 1/4 \tag{17}$$

$$\langle S_2^2\rangle = 1/4 \tag{18}$$

式中，$\Delta\phi$是C_0和C_N之间的位相差。

可以看出，如果$N\neq k$，则F_i（$i=1,2$）大于零，即原子不存在压缩。只有当$N=k$（即迭加态的光子数必须等于原子跃迁过程中吸收或发射的光子数）时，F_i（$i=1,2$）才有可能小于零，原子才可能出现压缩。此时

$$\left\{\begin{matrix}F_1\\F_2\end{matrix}\right\} = 1/4 - |C_0|^2|C_k|^2\sin^2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t\left\{\begin{matrix}\sin^2\Delta\phi\\\cos^2\Delta\phi\end{matrix}\right\} - \left||C_k|^2\sin^2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t - 1/2\right|/2 \tag{19}$$

在（19）式中，当$\Delta\phi=0$，π时，F_2极小，而$F_1\geqslant0$（原子偶极矩的S_1分量不存在压缩）；当$\Delta\phi=\pm\pi/2$时，F_1极小，而$F_2\geqslant0$（原子偶极矩的S_2分量不存在压缩）。在这两种情况下，F_1和F_2的极小值相同（以下取$\Delta\phi=0$）

$$F_2 = 1/4 - (1-|C_k|^2)|C_k|^2\sin^2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t - \left||C_k|^2\sin^2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t - 1/2\right|/2 \tag{20}$$

进一步研究，可以发现：如果

(1) $|C_k|^2 < 1/2$

则 $F_2 = -(1/2-|C_k|^2)|C_k|^2\sin^2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t$ (21)

除$t=n\pi/\sqrt{k!}\,\varepsilon_k(n=0,1,2\cdots)$外，$F_2$均小于零，这说明原子偶极矩的$S_2$分量在整个时间演化

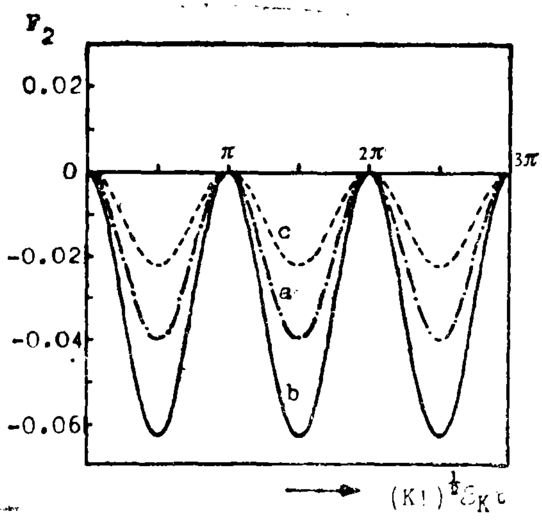

图 1

过程中，基本上处于压缩状态，且压缩的大小以Rabi频率$2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k$振荡，同时(21)式还给出了$S_2$最佳压缩的演化规律：

$$F_2\Big|_{|C_k|^2=0.25} = -\frac{1}{16}\sin^2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t \tag{22}$$

和最佳压缩时间：

$$t_b = (n+1/2)\pi/\sqrt{k!}\,\varepsilon_k \qquad (n=0,1,2\cdots) \tag{23}$$

如图1所示。图1反映了不同迭加态($|C_k|^2=0.10$(a)；0.25(b)；0.45(c))对S_2压缩的影响。

(2) $|C_k|^2>1/2$

则，$|C_k|^2\sin^2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t-1/2>0$时

$$F_2=1/2-(3/2-|C_k|^2)|C_k|^2\sin\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t \tag{24}$$

$|C_k|^2\sin^2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t-1/2<0$时

$$F_2=-(1/2-|C_k|^2)|C_k|^2\sin^2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t \tag{25}$$

对(25)式，在$|C_k|^2>1/2$情况下，$F_2\geqslant0$，S_2没有压缩。对(24)式，只有当

$$\left[k\pi+\arcsin\sqrt{1/(3-2|C_k|^2)|C_k|^2}\right]/\sqrt{k!}\,\varepsilon_k<t<\left[(k+1)\pi-\arcsin\sqrt{1/(3-2|C_k|^2)|C_k|^2}\right]/\sqrt{k!}\,\varepsilon_k \qquad (k=0,1,2\cdots) \tag{26}$$

时，F_2才小于零，这说明当$|C_k|^2>1/2$时，原子偶极矩的S_2分量的压缩是周期出现的，其周期为$t=\pi/\sqrt{k!}\,\varepsilon_k$，而压缩的时间由(26)式表述。同样，(24)也可给出最佳压缩的演化规律。

$$F_2\Big|_{|C_k|^2=0.75}=\frac{1}{2}-\frac{9}{16}\sin^2\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t$$

$$\left(k\pi+\arcsin\sqrt{\frac{8}{9}}\right)<\sqrt{k!}\,\varepsilon_k t<(k+1)\pi-\arcsin\sqrt{\frac{8}{9}} \tag{27}$$

和最佳压缩时间t_b(23)式。如图2所示。

图3则反映在最佳压缩时间t_b时，S_2压缩的大小与$|C_k|^2$的关系，由图可知，当$|C_k|^2=0$，1，0.5这些特殊值时，$F_2=0$，这说明光场的真空态，光子数态或二者之间等几率迭加态都不能诱导原子压缩。同时，图3还给出了原子最佳压缩所对应的迭加态($|C_k|^2=0.25$，0.75)。

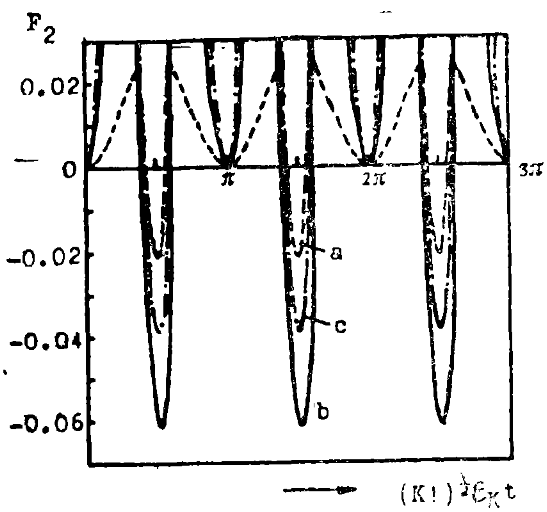

图2 $|C_k|^2=0.55$ (a)，0.75(b)，0.9(c)

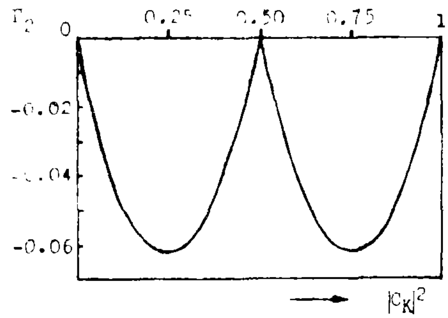

图3 $t=t_b$

四、结　论

本文研究了原子在与迭加态的相互作用中压缩效应，讨论了原子压缩的时间，最佳压缩时刻及不同迭加态对原子压缩的影响。并给出了原子长期处于压缩状态的条件。原则上，光场真空态与任意光子数态的迭加都可诱导原子压缩，这与光场只在真空态和单光子数态或双光子数态的迭加中才存在压缩[6]是不同的。

参　考　文　献

〔1〕 Stoler D, Phys.Rev. (D), 1970; 1: 3217
〔2〕 Walls D F, Zoller P, Phys.Rev.Lett., 1981; 47:709
〔3〕 周鹏，彭金生，物理学报，1989; 38: 2044
〔4〕 Yuen H P, Phys.Rev.(A), 1976; 13: 2226
〔5〕 Wu L A, Kimble H J, Hall J L et al., Phys.Rev.Lett., 1986; 57: 2520
〔6〕 Wodkiewicz K, Knight P L., Buckle S J et al;, Phys.Rev. (A), 1987; 35: 2567
〔7〕 Compagno G, Peng J S, Persico F, Opt.Commun., 1986; 57: 416
〔8〕 Sukumar C V, Buck B, Phys.Lett., 1981; 83A: 211
〔9〕 周鹏，彭金生，光学学报，(即将发表)

*　　　　*　　　　*

作者简介：周鹏，男，1963年3月出生。讲师。从事量子光学教学与研究。

彭金生，男，1936年出生。教授，国际理论物理中心(ICTP) 的Associate Number。从事量子光学教学与研究。

收到修改稿日期：1990年3月29日。