

## 光学薄膜的各向异性折射率\*

张 伟 范剑英

(哈尔滨工业大学)

**摘要:** 本文从光学薄膜的实际结构出发, 根据电磁场理论, 给出了光学薄膜折射率与光线传播方向的关系。文中计算了不同填充密度下的高低折射率薄膜的各向异性折射率, 对结果进行了分析和讨论

## Anisotropic index of the optical thin films

Zhang Wei, Fan Jianying

(Harbin Institute of Technology)

**Abstract:** According to the electro-magnetic field theory, the relation between the index of the optical thin film and the propagating direction of the light ray is given in this paper from the real structure of the optical thin film. The anisotropic indices of the thin films with high and low indices for various packing density are computed, and the computing results are discussed and analysed.

## 一、引 言

就目前所知, 绝大多数光学薄膜具有微柱状结构, 微柱体的截面直径约为几至几十个纳米<sup>[1]</sup>, 柱体之间有比较明显的分界, 柱体的轴线方向一般不垂直基片表面, 它与蒸发角有关<sup>[2]</sup>。由于薄膜这种定向生长的微柱状结构, 破坏了各向同性的大块材料结构, 造成了薄膜的各向异性——即光线在薄膜中以不同方向传播时, 薄膜具有不同的光学性质(不同的折射率)——这就是光学薄膜的各向异性折射率。

有一些文章研究了光学薄膜的各向异性问题, 但大都是有关各向异性薄膜的光谱特性<sup>[3]</sup>及测量的<sup>[4][5][6]</sup>, 当然在那里也包含了由应力引起的各向异性。有关各向异性折射率的数学规律的研究尚不多见, 王学仁先生<sup>[7]</sup>也只给出了横向折射率及纵向折射率两个方向的计算。本文在王学仁先生工作的基础上, 根据光学的电磁场理论, 给出薄膜折射率及光线

\* 本文是哈工大青年科研基金资助课题的一部分。本文为第五届全国光学薄膜学术交流会议论文(1988年9月于深圳)。

传播方向的关系，并对此进行了分析和讨论。

## 二、薄膜模型及两个特殊方向的折射率

不妨设薄膜的微观结构为圆柱状<sup>[8]</sup>，设基片法线为OZ方向，切向位于XOY平面内，则薄膜有以下两种可能的结构，如图1所示。

在图1b中，柱体轴线与基片法线(OZ)的夹角( $\psi$ )与蒸发角( $\varphi$ )有正切关系<sup>[2]</sup>

$$\operatorname{tg}\psi = \operatorname{tg}\varphi/2 \quad (1)$$

若 $\psi_1$ 表示最大的夹角(对应蒸发角 $\varphi$ )，则 $\psi_2 = 0^\circ$ ，在XOY平面的其它方向上，柱体轴线与OZ的夹角介于 $0^\circ$ 与 $\psi_1$ 之间。

图1b所示的结构模型表示了极为一般的情况，图1a仅是一种特殊情况，对这种情况，王学仁给出了两个特殊方向的折射率公式，即横向(XOY平面内的切线方向)及纵向(OZ方向)折射率公式，分别以 $n_1$ 与 $n_2$ 表示如下

$$n_1 = [pn_s^2 + (1-p)n_v^2]^{1/2} \quad (2)$$

$$n_2 = \frac{n_v n_s}{[pn_v^2 + (1-p)n_s^2]^{1/2}} \quad (3)$$

式中， $p$ 为薄膜的填充密度； $n_s$ 为柱体实体的折射率(即大块材料的折射率)； $n_v$ 为微柱体之间所充气体的折射率。

关于图1b的一般情况，将在下面一并分析。

### 三、一般入射方向下的折射率

#### 1. 首先从图1a模型入手

当一束光斜入射到一介质膜上时，在薄膜内有一束斜传播的透射光，它可分成两个分量：水平分量及铅垂分量，设水平分量平行XOY平面，铅垂分量沿OZ轴方向，此两方向的折射率分别由公式(2)和(3)确定。根据光波的电磁理论，光线在各向异性介质中传播时，其速度遵守椭球方程(参见图2)。

$$e_x v_x^2 + e_y v_y^2 + e_z v_z^2 = c^2 \quad (4)$$

$v_x$ 、 $v_y$ 和 $v_z$ 相应地表示 $v$ 在X、Y和Z方向上的投影分量。

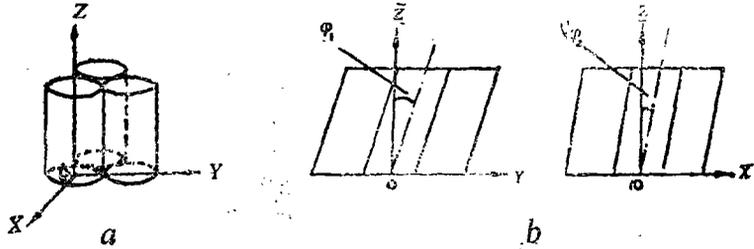


图1 薄膜的两种可能结构模型示意图

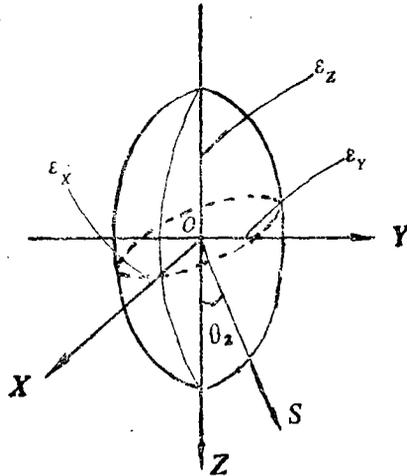


图2 光波在各向异性介质中传播的波阵面示意图

$e_x$ 、 $e_y$ 和 $e_z$ 分别表示介质的X、Y和Z方向的介电常数  $v_s$ 为波矢量为 $\vec{s}$ 方向的传播速度  $\theta_z$ 为入射光线在YOZ平面内的折射角

对图 1 中的 a 模型, 有

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x = \varepsilon_y = n_2^2 \\ \varepsilon_z = n_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

且对图 2 所示的情况有

$$\left. \begin{aligned} v_x = 0 \\ v_y = v_s \sin \theta_2 \\ v_z = +v_s \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

因此

$$n_2^2 v_s^2 \sin^2 \theta_2 + n_1^2 v_s^2 \cos^2 \theta_2 = c^2$$

从而

$$\frac{c^2}{v_s^2} = (n_2^2 - n_1^2) \sin^2 \theta_2 + n_1^2 \quad (7)$$

而折射率  $N = \frac{c}{v}$ , 且  $n_0 \sin \theta_0 = N \sin \theta_2$  ( $n_0 = 1.0$ ,  $\theta_0$  为入射角), 变换上式得

$$N^4 - n_1^2 N^2 - (n_2^2 - n_1^2) \sin^2 \theta_0 = 0 \quad (8)$$

方程 (8) 给出了薄膜折射率 ( $N$ ) 与入射角 ( $\theta_0$ ) 的关系, 解此方程得

$$N = \left[ \frac{n_1^2 + \sqrt{n_1^4 - 4(n_1^2 - n_2^2) \sin^2 \theta_0}}{2} \right]^{1/2} \quad (9)$$

## 2. 图 1 b 模型的情况

此时对纵向折射率为沿柱体轴线方向传播的折射率, 所以只要对折射角 (或入射角) 加一个  $\psi$  角的修正量就可以, 相当坐标轴转动, 如图 3 所示。

此时, 公式 (6) 变为:

$$\left. \begin{aligned} v_x = 0 \\ v_{y'} = v_s \sin(\theta_2 + \psi) \\ v_{z'} = +v_s \cos(\theta_2 + \psi) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

而公式 (7) 变为:

$$\frac{c^2}{v_s^2} = (n_2^2 - n_1^2) \sin^2(\theta_2 + \psi) + n_1^2 \quad (11)$$

但此时的横向折射率 ( $n_1$ ) 及纵向折射率 ( $n_2$ ) 分别在  $XOY'$  平面上及沿  $OZ'$  轴方向上的折射率, 在数值上可认为与图 1 中 a 模型的  $n_1$  和  $n_2$  相等。

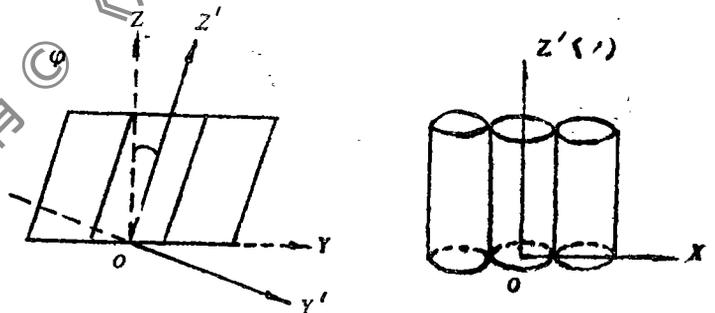


图 3 绕  $OX$  轴转动至  $XOY'$  平面与柱体轴线垂直

公式(11)可转换为:

$$N^4 - (n_2^2 \sin^2 \psi - n_1^2 \cos^2 \psi) N^2 - (n_2^2 + n_1^2) \cdot \sin \theta_0 \sin 2\psi \sqrt{N^2 - \sin^2 \theta_0} - \sin^2 \theta_0 \cos 2\psi = 0 \quad (12)$$

方程(12)给出了入射光线在ZOY平面内,且柱体轴线与基片表面法线的最大夹角也在此平面内时,薄膜折射率与入射角之间的关系。对更一般的情况,  $\nu_x \neq 0$ , 情况将更加复杂, 方程(12)将变得太复杂,以致没有多少实际意义。

#### 四、计算实例及分析

表1是应用公式(9)、(2)及(3)对高、中、低三种折射率薄膜的计算结果( $n_v = 1.0$ )。

表1 三种折射率的薄膜在不同入射角下的折射率

入射角( $\theta_0$ ) 射 折 率 ( $N$ ) 大块材料 ( $n_s$ )		入射角( $\theta_0$ )									
		0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
1.38	$p = 0.8$	1.313	1.311	1.304	1.292	1.278	1.262	1.246	1.231	1.221	1.218
	$p = 0.9$	1.347	1.346	1.342	1.336	1.329	1.320	1.312	1.306	1.301	1.300
2.35	$p = 0.8$	2.149	2.146	2.139	2.127	2.111	2.095	2.078	2.064	2.055	2.050
	$p = 0.9$	2.252	2.250	2.245	2.238	2.228	2.218	2.208	2.200	2.195	2.193
4.4	$p = 0.8$	3.961	3.958	3.950	3.937	3.922	3.905	3.888	3.874	3.865	3.862
	$p = 0.9$	4.186	4.184	4.177	4.168	4.155	4.142	4.129	4.119	4.112	4.110

表1中的计算结果与测量值基本是一致的;  $\theta_0 = 0^\circ$ 时即为纵向折射率,  $\theta_0 = 90^\circ$  (见公式(7))即为横向折射率,这与王学仁的结果是一致的,纵向折射率的计算结果与其它几个公式<sup>[7]</sup>的计算结果也是基本一致的。

表2是应用公式解得的不同入射角下ZnS薄膜的折射率值 ( $n_v = 1.0$ ,  $\psi = 14^\circ$ )。

比较表2与表1的结果可知,由于柱体的倾斜确实引起了相同入射角下的折射率变化。

表2 由方程(12)解得的不同入射角下的ZnS薄膜的折射率

入射角( $\theta_0$ )	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
折射率( $N$ )	2.235	2.224	2.209	2.189	2.173	2.155	2.139	2.125	2.117	2.114

填充密度  $p = 0.9$ ,  $\psi = 14^\circ$ 。

#### 五、讨论与结论

1. 本文以圆柱体的薄膜微结构为原型,这与实际是有些误差的,实际上只有有限的几种

薄膜可以认为是具体圆柱体的微结构,当然这种误差是很小的,并不影响本文结果的一般性;

2. 与实际测量值相比,本文的计算结果是有些误差的,上面提到的是一个原因,但不是主要的,误差的主要来源有两方面:一方面来自测量误差;另一方面是实际薄膜的各向异性折射率是含有应力影响的;此外还有计算中所用参数的误差等;

3. 虽然表1及表2中计算了从 $0^\circ$ 到 $90^\circ$ 的入射角引起的折射率变化,但在薄膜内部并未涉及各个方向的折射率,如对ZnS薄膜来说,只计算了从 $0^\circ$ 到约 $29^\circ$ 的折射率值,要考察所有方向上薄膜(内部)的折射率值,可按公式(7)或(11)来计算;

4. 光学薄膜的各向异性,特别是引起这一宏观现象的微观成因,是比较复杂的,这方面可能会有很多工作要做,本文仅是就各向异性折射率的数学描述做了初步的研究,如果本文能对薄膜各向异性有关机理的研究、薄膜各向异性光学特性的分析与计算以及薄膜的使用有所帮助,那么作者将聊以自慰了。

感谢穆英教授给予本工作的帮助。

### 参 考 文 献

- (1) Thin Solid Films, 1971, Vol.9, P.57~66.
- (2) Thin Solid Films, 1977, Vol.47, P.219.
- (3) Appl.Opt.,1979, Vol.18, P.201~211.
- (4) S.D.Allen, et al, Optical Properties of Highly Transparent Solid, Plenum, New York, 1975, P.503~513.
- (5) Appl Opt.,1977, Vol.16, P.2849.
- (6) Surf.Sci., 1973, Vol.37, P.548.
- (7) 王学仁,《兵器激光》,1986年,第5期,第21~24页。
- (8) Thin Solid Films, 1979, Vol.57, P.173~178.

收稿日期:1988年9月27日。

· 简 讯 ·

## HSY4-1红外水份仪通过技术鉴定

由机电部第211研究所研制的HSY4-1红外水份仪,在北方工业集团总公司的主持下,于1989年4月19日至20日在昆明通过技术鉴定。来自北总、国家计委、云南省经委、云南省烟草公司、昆明烟科所、昆明卷烟厂、北京航空学院等10多个单位的60余名代表出席了技术鉴定会。该水份仪可以精确测定产品的含水量,其测试范围 $0\sim 85\%$ (与测试对象相关),测试精度0.003。它应用的范围非常广阔,如烟草工业、食品工业、化工工业、建材工业、造纸工业等。与会代表在鉴定会上一致认为:机电部第211研究所研制的HSY4-1红外水份仪达到了80年代国际同类产品水平。

(苏吉儒 供稿)