干涉法测定薄膜光学常数的精确度

用电子计算机分析了分光光度法（干涉法）测定非吸收基底上的薄膜的折射率、吸收率和厚度的可能误差。所得的结果给出了确定的应用范围，并阐明在实际科学实验中每一种研究方法最适用的范围。

光波和薄膜相互作用的结果由薄膜的光学特性来确定。为了研究薄膜的光学特性，除了不发生干涉图样的情况而外，均广泛地采用干涉法（包括在分光光度法之列）[1～4]。

运用分光光度法预先要测量薄膜的反射率及透射率。对于空气-薄膜-基底系统的数学关系式[1]为：

$$R_{13}=\frac{\operatorname{ch}(\varepsilon+\chi_{23}-\chi_{12})+\cos(\delta+\varphi_{23}-\varphi_{12})}{\operatorname{ch}(\varepsilon+\chi_{12}+\chi_{23})+\cos(\delta+\varphi_{12}+\varphi_{23})} \tag{1}$$

$$T_{13}=\frac{1}{2}\,\frac{\tau_{12}\tau_{23}\,e^{(\chi_{12}+\chi_{23})}}{\operatorname{ch}(\delta+\chi_{12}+\chi_{23})+\cos(\delta+\varphi_{12}+\varphi_{23})} \tag{2}$$

式中，$\chi^{*}=-\frac{1}{2}\ln\gamma_{ik}$， 而$\gamma_{ik}$和$\tau_{ik}$分别是相应界面的能量反射系数和透射系数，

$$\gamma_{ik}=\frac{(n_i-n_k)^2+(\chi_i-\chi_k)^2}{(n_i+n_k)^2+(\chi_i+\chi_k)^2},$$

$$\tau_{ik}=4\,\frac{n_k}{n_i}\,\frac{(n_i^2+\chi_k^2)}{(n_i+n_k)^2-(\chi_i+\chi_k)^2},$$

在这些边界面上反射相移为

$$\varphi_{ik}=\operatorname{arc\,tg}\frac{(n_i-n_k)(\chi_i+\chi_k)-(n_i+n_k)(\chi_i-\chi_k)}{(n_i^2-n_k^2)+(\chi_i^2-\chi_k^2)};$$

式中，$\delta=4\pi n_2 d_2/\lambda$和$\varepsilon=4\pi\chi_2 d_2/\lambda$是波长为$\lambda$的辐射通过厚度为$d_2$的薄膜时的相移，$n_2$和$\chi_2$分别是薄膜的折射率和消光系数，它们是彼此独立的无量纲量。

$$\tilde{n}_2=n_2-i\chi_2 \tag{3}$$

不能从显函式获得方程（1）、（2）对参量n_2、χ_3和d_2的解。因此，在参考文献中拟出两种途径：1、用叠代法在电子计算机上求（1），（2）式的一个解，例如文献[5]；

* 原文有误。——编注

2、对于一个确定的光学膜层，在上述方程的解可容许的条件下，略去消光系数的高级小量[6~8]。本文的任务是确定某些普通的干涉法应用的范围，以便弄清它们中的每一种最适用的领域[5~8]。

简略的计算表在后面[9]。利用关系式（1）和（2）及相应的系数变换，借助电子计算机计算了空气-薄膜-基底-空气系数的光谱透过系数与薄膜的光学参量n_2、χ_2、d_2和基底的光学参量n_3、χ_3的依赖关系。依据关系式

$$T_c=\frac{T_{31}T_{34}}{1-R_{31}R_{34}} \tag{4}$$

式中，R_{34}是基底-空气的后一个分界面上的菲涅耳反射率。并且认定所给量是任意的，但完全有真实值。对于基底，取$n_3=1.5$，$\chi_3=0$。膜层参量数值$n_2=1.5$，1.75，2.0，2.25，2.55，2.75，而且相应于每个相应的消光系数为$\chi_2=0.1$，0.01，0.001，0.0001，0.00001。根据关系式$\lambda=20/20+m$(微米)选择波长，这里的$m=1$，2，……36；薄膜的厚度用$d_2=1.25/n$（微米）保证实验中得到足够数量的干涉条纹。

这样，获得的T_c以及R_{ik}、T_{ik}值，进一步被用作求解薄膜的光学参量n_2'，χ_2'和d_2'的初始值，并用计算相对误差法使这些参量与薄膜参量n_2、χ_2和d_2相一致。例如，对折射率来说相对误差可表示为

$$\frac{\Delta n_2}{n_2}=\frac{n_2-n_2'}{n_2} \tag{5}$$

这些误差乃是运用所研究的方法来确定光学参数的系统误差。

然而，对于所用的研究方法，作为初始值的实际实验数据本身也包括系数T_c和R_c的测量仪器误差。方法的理论误差，我们认为不可能用单一的微分方法来计算，因为，第一，n_2，χ_2，d_2没有作为T_c和R_c的显函数关系式；第二，某些方法采用了逐次逼近法，这种近似又明明知道要受到一定的限制，给方法引进了附加误差。因此，我们在理论上分析了所研究的方法的误差，在计算透射率T_c的值的过程中以0.5%大小变化，即

$$\left.\begin{aligned}(T_c)'_{max}&=(T_c)_{max}(1+0.005)\\(T_c)'_{min}&=(T_c)_{min}(1-0.005)\end{aligned}\right\} \tag{6}$$ *

这里，假设光谱仪保证以±0.5%精度的测量，而且极端情况下要这样取：在测量透射率的情况下，测量系统的读数的最大值一端不能高得过分，最小值的一端不能低于0.5%。分析计算结果表明，为了阐明普遍的规律性，只要薄膜的折射率的一个值就能充分说明薄膜的特性。我们研究$n_2=2.25$，因为在利用$n_3=1.5$的基底时，观察到干涉花样的最大对比度。同时将获得的结果列在表1和表2中。在表中用序号标明研究方法：I—Лященко-Милославский的逐次逼近法[6]，II—Валеев的类似的方法[7]，III—Гисин-Конюхов-Несмелов的叠代渐近法[5]，IV—Черемухин-Кириенко-Гурдин的模型法[4]。

---

* 原文所用符号欠妥，应加（′）以之区别。——译注

叠代渐近法是采用前述的精确的（1）、（2）关系式作为原始公式，没有任何的假设和忽略。逐次逼近法在运用上比较简便，但是文献[6]指出，需要十分注意确定干涉图象的某些极值点的干涉级，特别是在吸收比较强的时候。除此之外，如果在文献[5，6]中运用的楔形基底或者事先处理实验数据，那么在文献[7]中就直接地运用了这些实验数据。模型法利用法布里-珀罗干涉仪理论的逆问题的解作为理论前提。这里镀在基底上的薄膜看作劣质的法布里-珀罗标准具，介质间的分界面作为标准具的不同反射镜面。

表1　相对误差值（用%表示）与近似次数的关系

近似次数	误差 $\Delta n_2/n_2$，% I	$\Delta n_2/n_2$，% II	$\Delta\chi_2/\chi_2$，% I	$\Delta\chi_2/\chi_2$，% II	$\Delta d_2/d_2$，% I
1	1.32	-8.15	-14.4	-2.78	-1.34
2	0.07	0.62	-0.72	0.41	-0.07
3	0.02	0.04	-0.12	0.68	-0.02
4	-0.02	0.01	-0.09	0.70	-0.02

在表1中比较了用两种逐次逼近法确定薄膜光学参量系统误差的计算结果，与薄膜的一个消光系数值（$\chi_2 = 0.01$）的近似数字的依赖关系。可见，在第二次近似已给出的确定n_2、χ_2和d_2值的误差不超过1%，这完全符合作者用实验方法得出的结果。

表2　相对误差值（用%表示）与χ_2大小的关系

误差	方法	1×10^{-1}	1×10^{-2}	1×10^{-3}	1×10^{-4}	1×10^{-5}
$\Delta n_2/n_2$，%	I	2.31	-0.02	0.0	0.0	0.0
		0.21	-0.86	-0.80	-0.80	-0.80
	II	-11.0	0.01	0.0	0.0	0.0
		-12.0	0.88	0.81	0.82	0.80
	III	-6.15	0.01	0.0	0.0	—
		-5.64	0.88	0.80	0.80	—
	IV	7.41	1.91	0.21	0.02	0.0
		6.46	0.99	-0.71	-0.90	-0.92
$\Delta\chi_2/\chi_2$，%	I	0.75	-0.09	-0.01	0.0	0.0
		0.17	-3.95	-43.67	-438.5	-4388.0
	II	-6.42	0.70	0.85	0.88	0.9
		6.46	-4.62	-43.16	-426.6	-4261.0
	III	-0.71	-0.07	0.01	0.01	—
		18.51	3.42	-38.1	-183.2	—
	IV	13.1	34.9	-89.4	-2640.7	-28155.0
		12.9	-38.2	-126.3	-3012.8	-31879.0
$\Delta d_2/d_2$，%	I	2.37	-0.02	0.0	0.0	0.0
		0.21	0.85	0.30	0.80	0.80
	III	3.89	0.03	0.0	0.0	—
		-19.66	0.90	0.80	0.80	—

表 2 中列出的与表 1 同样的误差计算结果是与薄膜的消光系数的大小有关的，而且采用逐次逼近法，数据相应于第四次近似。表中对于每一种方法有两行数据，上面一行是利用方程（1）和（2）的精确解的结果作为初始数据获得的值，下面一行是考虑了相应公式(6)的可能实验误差而得的值。显然，在利用方程（1）和（2）对R_{ik}和T_{ik}的精确解而得到的透射率T_c时，前三种方法给出折射率的计算值与$\chi_2<0.1$时给出的值有较好的一致性。对于确定薄膜厚度的值可以作出类似的结论。模型法（IV），在这种情况下给出一些比较差的结果。在前三种方法中确定薄膜的消光系数，精确性虽然较差，但总的相对误差不超过 1 %。如果$\chi_2<0.1$，则发现对于第四种方法有相当大的误差，那么，χ_2越小，误差就越大。如果在计算n_2'，χ_2'和d_2'时采用考虑了可能的实验的T_c值的误差为$\pm0.5\%$，那么，测定薄膜的所有参量的误差基本上都增大，但是，在这种情况，就所有的研究方法，对于测定薄膜的折射率和厚度，误差也不超过 1 %。同时，用所有方法（当$\chi_2\geq0.01$时，逐次逼近法例外）确定薄膜的消光系数时，其误差实质上是随着χ_2的减小而增大。这就是说，薄膜的消光系数对实验误差是最灵敏的参量，用普通的分光光度计测量薄膜的反射率和透射率时，无疑会产生这种实验误差。也必须指出，从研究的完备性、运用的准确性和简便等出发，研究的方法中最好的是在文献[6]中发展起来的逐次逼近法，但是，为了用这种方法获得更可靠的结果，还必须与不需要确定干涉级次的其它任何方法相配合，因这个运算程序多半是误差源，当物体吸收比较强时尤其如此。

最后，在比较所研究的方法的计划中，值得注意文献[9]作者提出的研究方法。它实质上是由一个有效的分界面组成空气-薄膜-基底-空气系统的分界面模型，在这个界面上将入射光束分成反射光和透射光。在物理学上，这就相当于双光束干涉现象，而原先的关系式以应用Бугер定律为基础。文献[9]指出，对镀在$n_3=1.5$的基底上的$n_2=2.25$的薄膜，使用该方法确定此薄膜的消光系数，在χ_2从0.1到0.001的变化范围内的误差不超过 7 %，没有计入实验误差。考虑了这些误差以后的估计表明，χ_2在指出的变化范围内，测定薄膜消光系数的系统误差实际上未增大，在$\chi_2<1\times10^{-4}$的范围内，χ_2的计算值趋于零。在这里注意到，在χ_2值减小时，规定的研究方法与前面所研究的方法有原则性的区别。由表 2 得出这个结论，考虑到这种情况下的实验误差时，系统误差有本质上的增大，从而造成χ_2值过大。因此，获得的结果可以说，所研究的多数干涉法可以成功地用于确定薄膜的光学参量，但是，在每一具体情况下，任何一种方法的使用的有效性，应该有严格的规定，尤其是要考虑，在测定透射率和反射率时，不可避免地会产生真实的实验误差。

参 考 文 献（略）

译自 Оптика и спектроскопия, 1982, Vol.52, №1, P.126～129.

杜定旭 译　　范正修 晴天 校